

2.5 Последовательное соединение элементов r , L , C

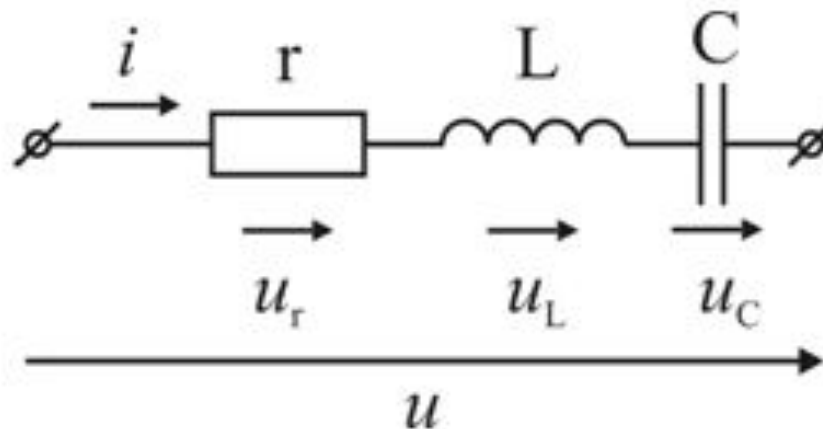


Рисунок 1 – Схема для мгновенных значений

$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ – мгновенный ток
последовательной цепи

Мгновенные напряжения на элементах:

1) на резисторе r

$u_r = ri = r I_m \sin(\omega t + \psi_i) = U_{mr} \sin(\omega t + \psi_i)$ - на
резисторе r (R) ток и напряжение
совпадают по фазе

где $U_m = r I_m$ – амплитудное значение
напряжения на резисторе r ;

2) на индуктивности L

$$u_L = x_L I_m \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ) = U_{mL} \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ) - \text{на индуктивности напряжение опережает ток на } 90^\circ \text{ (ток отстает от напряжения на } 90^\circ),$$

где $U_{mL} = x_L I_m$ – амплитудное значение напряжения на индуктивности L ;

3) на конденсаторе (емкости) С

$$u_C = x_C I_m \sin(\omega t + \psi_i - 90^\circ) =$$

$U_{mC} \sin(\omega t + \psi_i - 90^\circ)$ – на емкости (конденсаторе) напряжение отстает от тока на 90° (ток опережает напряжение на 90°),

где $U_{mC} = x_C I_m$ – амплитудное значение напряжения на емкости (конденсаторе) С;

Мгновенное общее напряжение цепи

$$u = u_r + u_L + u_C = U_{mr} \sin(\omega t + \psi_i) + \\ + U_{mL} \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ) + \\ U_{mC} \sin(\omega t + \psi_i - 90^\circ).$$

Схема для комплексных действующих значений

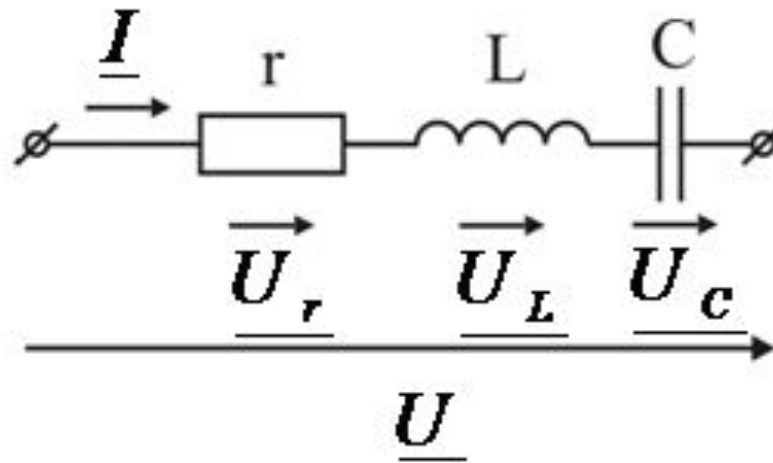


Рисунок 2

Комплексные действующие значения напряжений:

1) на резистор r :

$$\underline{U}_r = U_r e^{j\varphi} = r \underline{I}$$

2) на индуктивности L :

$$\underline{U}_L = X_L \underline{I} e^{j90^\circ} = jX_L \underline{I}$$

3) на емкости C :

$$\underline{U}_C = X_C \underline{I} e^{-j90^\circ} = -jX_C \underline{I}$$

где $j = \sqrt{-1}$; на комплексной плоскости

$$j = e^{j90^\circ}, -j = e^{-j90^\circ}$$

где

$$\underline{I} = I e^{j\psi}$$

– комплекс действующего значения тока.

4) Комплексное действующее значение напряжения цепи

$$\begin{aligned}\underline{U} &= \underline{U}_r + \underline{U}_L + \underline{U}_C = \\ &= r\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I} = \\ &= (r + jX_L - jX_C)\underline{I} = Z\underline{I}\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= (r + jX_L - jX_C) = \\ &= r + (jX_L - jX_C) = (r + jX)\end{aligned}$$

– комплексное сопротивление цепи.

Закон Ома в комплексной форме

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$$

Комплексное сопротивление в алгебраической форме

$$\underline{Z} = r + jX$$

Комплексное сопротивление в показательной форме

$$\underline{Z} = Z e^{j\varphi}$$

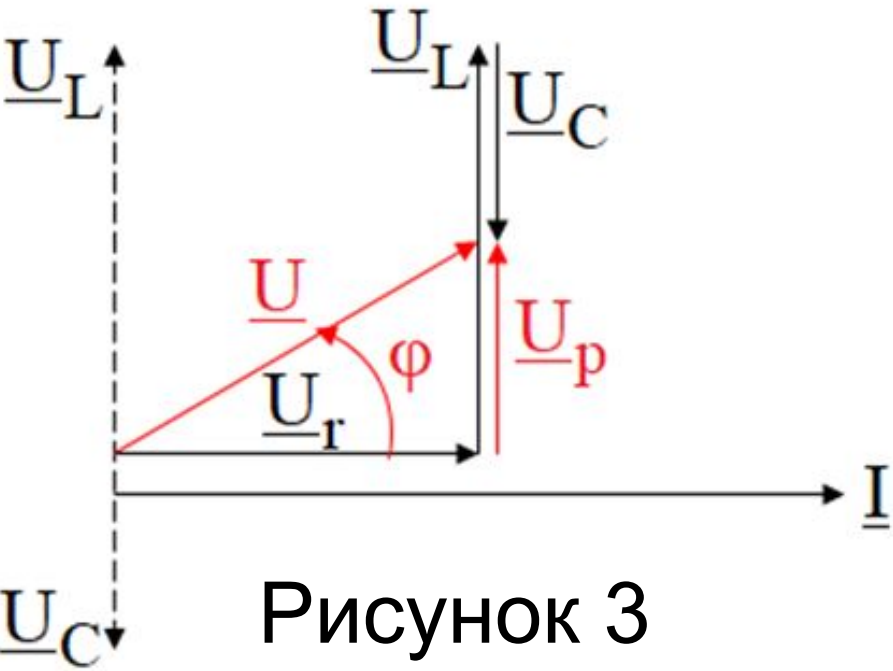
где $Z = \sqrt{r^2 + X^2} = \sqrt{r^2 + (X_L - X_C)^2}$;

– полное сопротивление цепи (модуль комплексного сопротивления);

$X = X_L - X_C$ – реактивное сопротивление цепи.

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X}{r}$$

$\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_L + \underline{U}_C$ - уравнение по ПЗК для построения векторной диаграммы



$\varphi > 0^\circ$ - активно-индуктивный характер ЭЦ
 $U_L > U_C$;
 $x_L > x_C$;
 $x_p = (x_L - x_C) > 0$ - реактивное сопротивление ЭЦ

Рисунок 3

$$\underline{U}_p = \underline{U}_L + \underline{U}_C; \quad U_p = U_L - U_C;$$

$$U = \sqrt{U_r^2 + U_p^2} = \sqrt{U_r^2 + (U_L - U_C)^2}$$

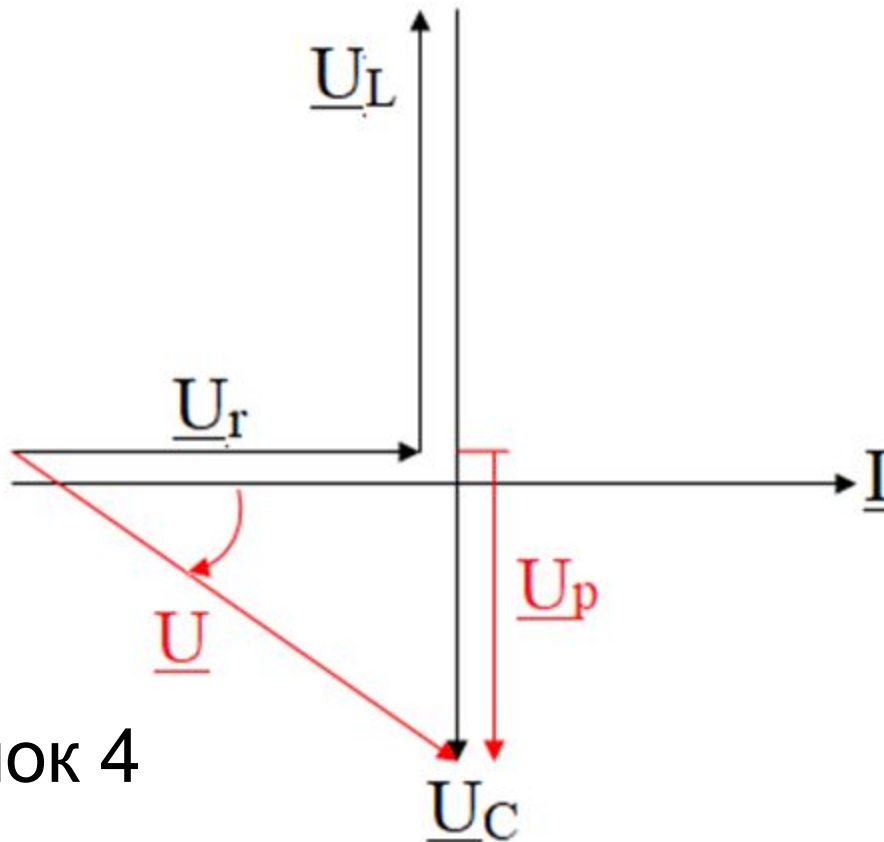
U_p - реактивное напряжение (действующее значение)

$\underline{U}_p = \underline{U}_L + \underline{U}_C$ - комплексное действующее значение реактивного напряжения;

U – действующее напряжение цепи.

Для последовательной ЭЦ строится векторная диаграмма напряжений на элементах r , L , C относительно комплексного вектора тока (в последовательной цепи ток во всех элементах одинаков)

$$\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_L + \underline{U}_C$$



$\varphi < 0^\circ$ - активно-емкостной характер ЭЦ
 $U_L < U_C$;

$$X_L < X_C$$

$$X_p = (X_L - X_C) < 0$$

реактивное сопротивление

Рисунок 4

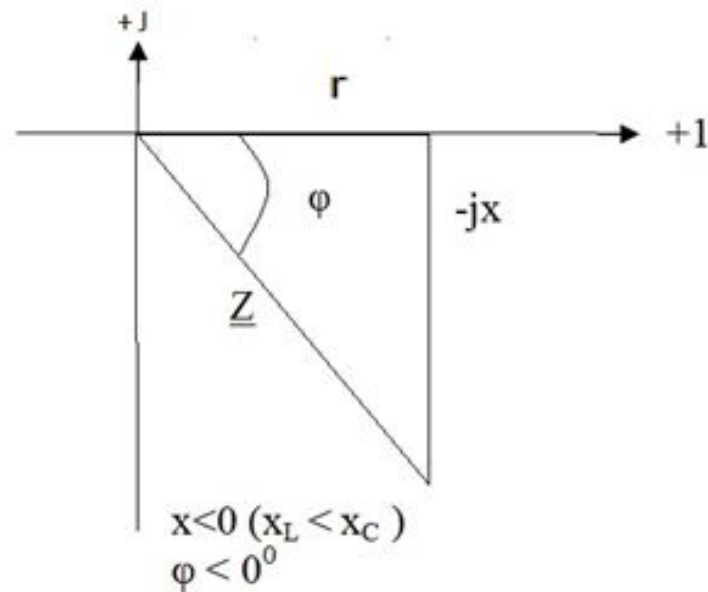
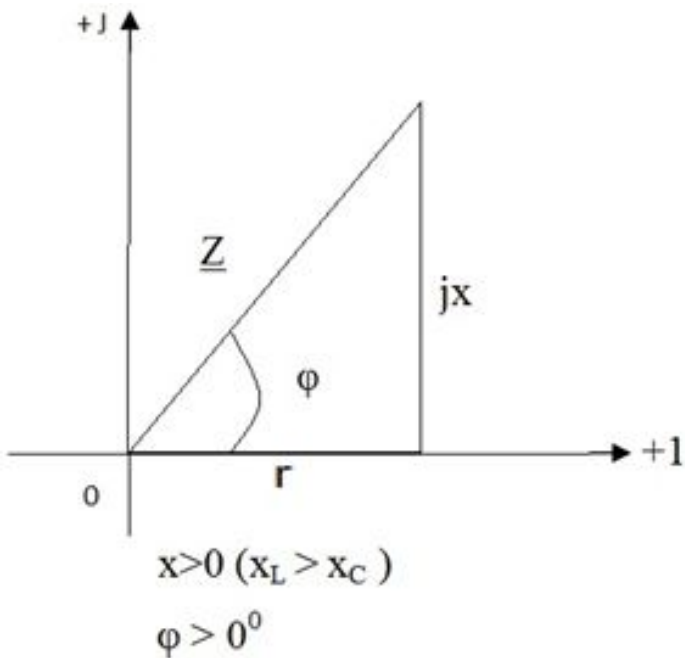
$$U = \sqrt{U_r^2 + U_p^2} = \sqrt{U_r^2 + (U_L - U_C)^2}$$

- действующее значение напряжения электрической цепи

$\underline{U}_p = \underline{U}_L + \underline{U}_C$ - комплекс реактивного напряжения

$U_p = U_L - U_C$ - действующее реактивное напряжение цепи

Треугольники сопротивлений на комплексной плоскости



$$\underline{Z} = r + j(x_L - x_C) = r + jx = Z e^{j\varphi} \text{ — комплексное сопротивление}$$

$x = (x_L - x_C)$ - реактивное сопротивление

$x = \omega L$ - индуктивное сопротивление

$x = \frac{1}{\omega C}$ - емкостное сопротивление

$\omega = 2\pi f$ - угловая частота

r – активное сопротивление (сопротивление резистора)

$z = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}$ - полное сопротивление ЭЦ;

$\varphi = \arctg \frac{x}{r} = (\psi_{\text{пол}} - \psi_{\text{дви}})$ - сдвиг фаз между напряжением и током цепи,
определяющий характер цепи

Знак угла сдвига фаз между напряжением и током цепи $\phi = \psi_u - \psi_i$ на векторной диаграмме тока и напряжений цепи (последовательная ЭЦ), напряжения и токов цепи (параллельная ЭЦ), токов и напряжений (разветвленная ЭЦ) определяется направлением поворота вектора напряжения цепи относительно комплексного вектора тока цепи, при этом в электротехнике за положительное направление принят поворот против часовой стрелки.

Контрольные вопросы

- 1 На какой угол напряжение на индуктивности опережает ток?
- 2 На какой угол ток на конденсаторе опережает напряжение?
- 3 Каков угол сдвига фаз между током и напряжением на резисторе?
- 4 Как строится векторная диаграмма для последовательной r , L , C цепи?
- 5 Написать формулу для комплексного сопротивления r , L , C цепи.
- 6 Написать формулу для полного сопротивления r , L , C цепи.
- 7 Что такое реактивное сопротивление r , L , C цепи?
- 8 Чем отличаются треугольники сопротивлений?
- 9 Что такое реактивное напряжение цепи?
- 10 Написать формулы расчета комплексного реактивного напряжения и действующего значения реактивного напряжения.
- 11 Написать формулы расчета общего комплексного напряжения цепи и полного напряжения цепи (модуль комплексного напряжения или действующее напряжение цепи).