2.5 Последовательное соединение элементов r, L, C

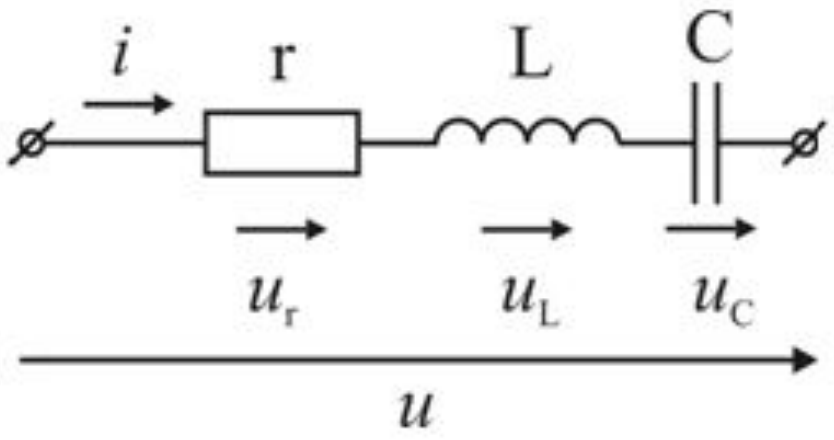


Рисунок 1 – Схема для мгновенных значений

$i = I_m \sin(\omega t+\psi_i)$ – мгновенный ток последовательной цепи

Мгновенные напряжения на элементах:

1) на резисторе **r**

$u_r = ri = r\, I_m \sin(\omega t+\psi_i) = U_{mr} \sin(\omega t+\psi_i)$ - на резисторе *r (R)* ток и напряжение совпадают по фазе

где $U_m = rI_m$ – амплитудное значение напряжения на резисторе *r*;

2) на индуктивности **L**

$u_L = x_L I_m \sin(\omega t + \psi_i + 90^0) =$
$U_{mL} \sin(\omega t + \psi_i + 90^0)$ – на индуктивности напряжение опережает ток на 90^0 (ток отстает от напряжения на 90^0),

где $U_{mL} = x_L I_m$ – амплитудное значение напряжения на индуктивности L;

3) на конденсаторе (емкости) **C**

$u_C = x_C I_m \sin(\omega t + \psi_i - 90^0) =$

$U_{mC} \sin(\omega t + \psi_i - 90^0)$ – на емкости (конденсаторе) напряжение отстает от тока на 90^0 (ток опережает напряжение на 90^0),

где $U_{mC} = x_C I_m$ – амплитудное значение напряжения на емкости (конденсаторе) C;

Мгновенное общее напряжение цепи

$$u = u_r + u_L + u_C = U_{mr}\sin(\omega t + \psi_i) +$$

$$+ U_{mL}\sin(\omega t + \psi_i + 90^0) +$$

$$U_{mC}\sin(\omega t + \psi_i - 90^0).$$

Схема для комплексных действующих значений

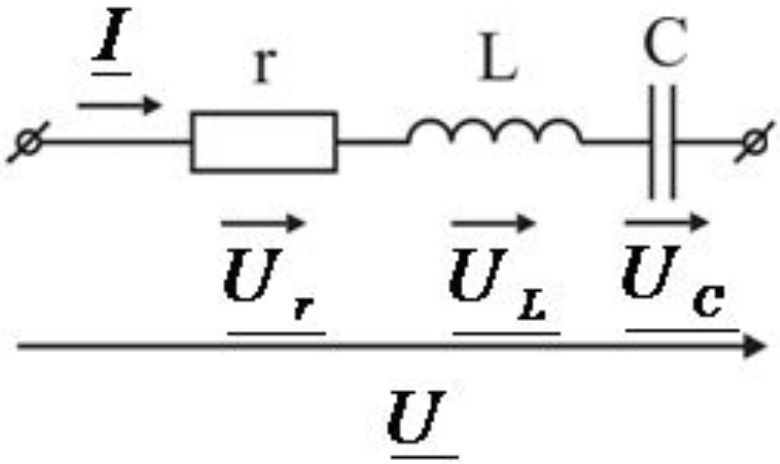


Рисунок 2

Комплексные действующие значения напряжений:

1) на резистор r:

$$\underline{U}_r = U_r e^{j\varphi} = r\underline{I}$$

2) на индуктивности L:

$$\underline{U}_L = X_L \underline{I} e^{j90^0} = jX_L \underline{I}$$

3) на емкости C:

$$\underline{U}_C = X_C \underline{I} e^{-j90^0} = -jX_C \underline{I}$$

где j = $\sqrt{-1}$; на комплексной плоскости

j = e^{j90^0} , -j = e^{-j90^0}

где

$$\underline{I} = Ie^{j\psi}$$

– комплекс действующего значения тока.

4) Комплексное действующее значение напряжения цепи

$$\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_L + \underline{U}_C =$$
$$= r\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I} =$$
$$= (r + jX_L - jX_C)\underline{I} = Z\underline{I}$$

где

$$\underline{Z} = (r + jX_L - jX_C) =$$
$$= r + (jX_L - jX_C) = (r + jX)$$

– комплексное сопротивление цепи.

Закон Ома в комплексной форме

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$$

Комплексное сопротивление в алгебраической форме

$$\underline{Z} = r + jX$$

Комплексное сопротивление в показательной форме

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi}$$

где $Z = \sqrt{r^2 + X^2} = \sqrt{r^2 + (X_L - X_C)^2}$;

– полное сопротивление цепи (модуль комплексного сопротивления);

$X = X_L - X_C$ – реактивное сопротивление цепи.

$$\varphi = arctg\frac{X}{r}$$

$\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_L \pm \underline{U}_C$ - уравнение по II ЗК для построения векторной диаграммы

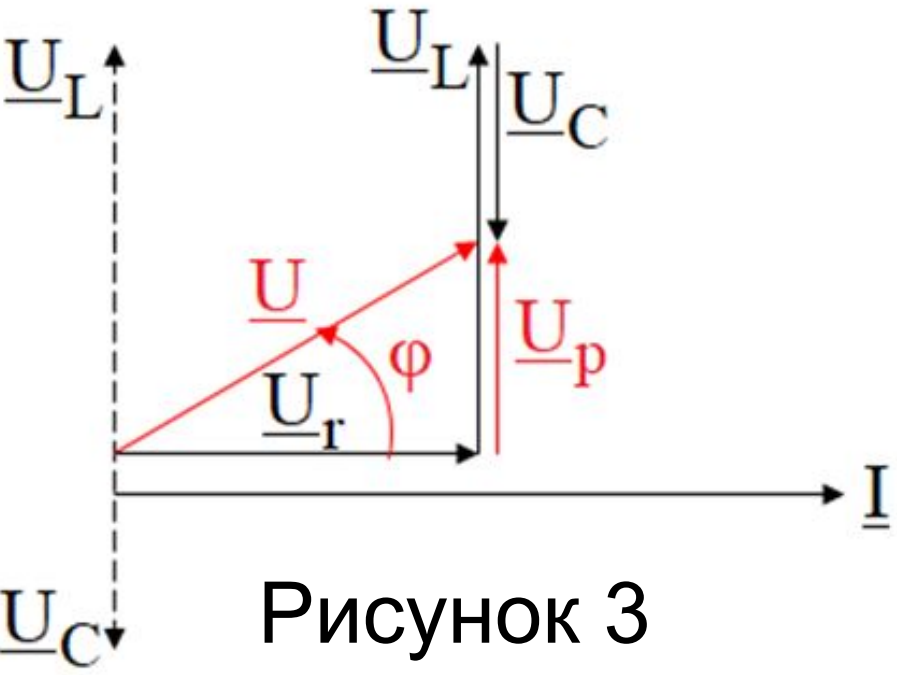


Рисунок 3

$\varphi > 0^0$ - активно-индуктивный характер ЭЦ

$U_L > U_C$;

$x_L > x_C$;

$x_p = (x_L - x_C) > 0$ - реактивное сопротивление ЭЦ

$\underline{U}_p = \underline{U}_L + \underline{U}_C;$ $\qquad U_p = U_L - U_C;$

$U = \sqrt{U_r^2 + U_p^2} = \sqrt{U_r^2 + (U_L - U_C)^2}$

U_p - реактивное напряжение (действующее значение)

$\underline{U}_p = \underline{U}_L + \underline{U}_C$ - комплексное действующее значение реактивного напряжения;

U – действующее напряжение цепи.

Для последовательной ЭЦ строится векторная диаграмма напряжений на элементах r, L, C относительно комплексного вектора тока (в последовательной цепи ток во всех элементах одинаков)

$$\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_L + \underline{U}_C$$

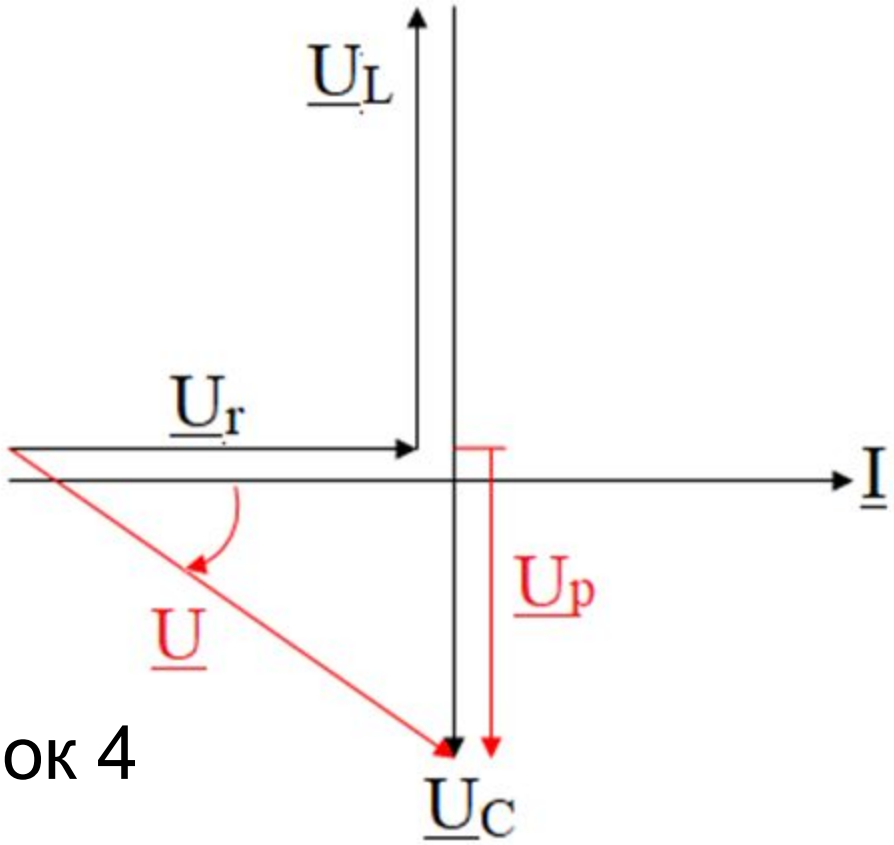


Рисунок 4

$\varphi < 0^0$ - активно-емкостной характер ЭЦ

$U_L < U_C$;

$x_L < x_C$;

$x_p = (x_L - x_C) < 0$

реактивное сопротивление

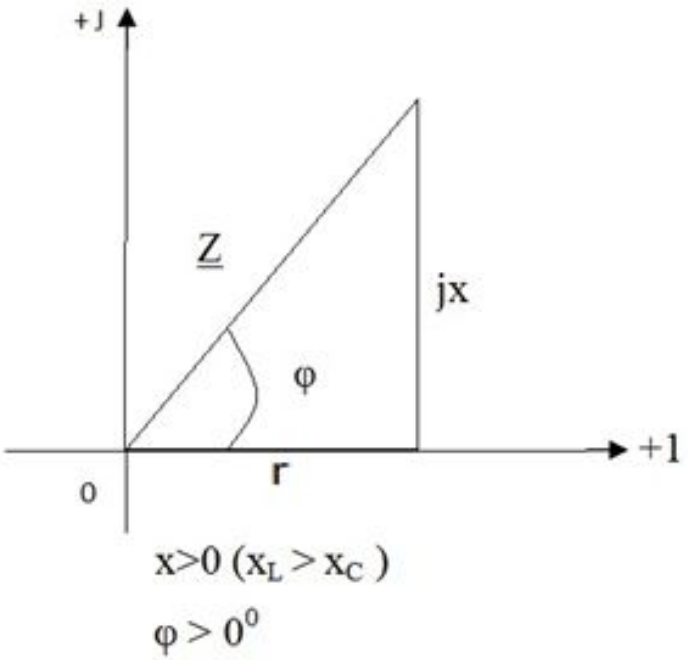
$$U = \sqrt{U_r^2 + U_p^2} = \sqrt{U_r^2 + (U_L - U_C)^2}$$

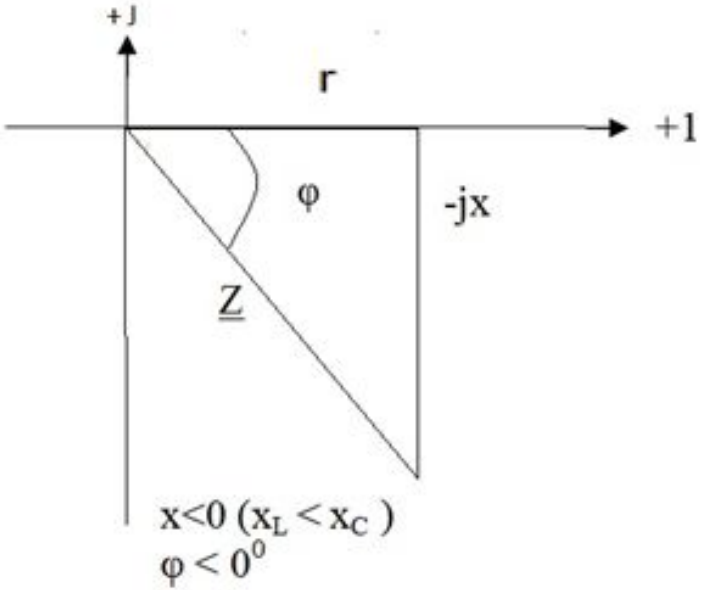
- действующее значение напряжения электрической цепи

$\underline{U}_p = \underline{U}_L + \underline{U}_C$ - комплекс реактивного напряжения

$U_p = U_L - U_C$ - действующее реактивное напряжение цепи

Треугольники сопротивлений на комплексной плоскости





$\underline{z} = r + j(x_L - x_C) = r + jx = ze^{j\varphi}$ - комплексное сопротивление

$x = (x_L - x_C)$ - реактивное сопротивление

$x = \omega L$ - индуктивное сопротивление

$x = \frac{1}{\omega C}$ - емкостное сопротивление

$\omega = 2\pi f$ - угловая частота

r – активное сопротивление (сопротивление резистора)

$z = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}$ - полное сопротивление ЭЦ;

$\varphi = arctg\frac{x}{r} = (\psi_U - \psi_I)$ - угол сдвига фаз между напряжением и током цепи, определяющий характер цепи

Знак угла сдвига фаз между напряжением и током цепи $\phi = \psi_u - \psi_i$ на векторной диаграмме тока и напряжений цепи (последовательная ЭЦ), напряжения и токов цепи (параллельная ЭЦ), токов и напряжений (разветвленная ЭЦ) определяется направлением поворота вектора напряжения цепи относительно комплексного вектора тока цепи, при этом в электротехнике за положительное направление принят поворот против часовой стрелки.

Контрольные вопросы

1 На какой угол напряжение на индуктивности опережает ток?
2 На какой угол ток на конденсаторе опережает напряжение?
3 Каков угол сдвига фаз между током и напряжением на резисторе?
4 Как строится векторная диаграмма для последовательной r, L, C цепи?
5 Написать формулу для комплексного сопротивления r, L, C цепи.
6 Написать формулу для полного сопротивления r, L, C цепи.
7 Что такое реактивное сопротивление r, L, C цепи?
8 Чем отличаются треугольники сопротивлений?
9 Что такое реактивное напряжение цепи?
10 Написать формулы расчета комплексного реактивного напряжения и действующего значения реактивного напряжения.
11 Написать формулы расчета общего комплексного напряжения цепи и полного напряжения цепи (модуль комплексного напряжения или действующее напряжение цепи).