ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ОПЕРАЦИЙ НАД ЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ КРИВЫМИ НАД КОНЕЧНЫМИ ПОЛЯМИ

что такое эллиптическая кривая?

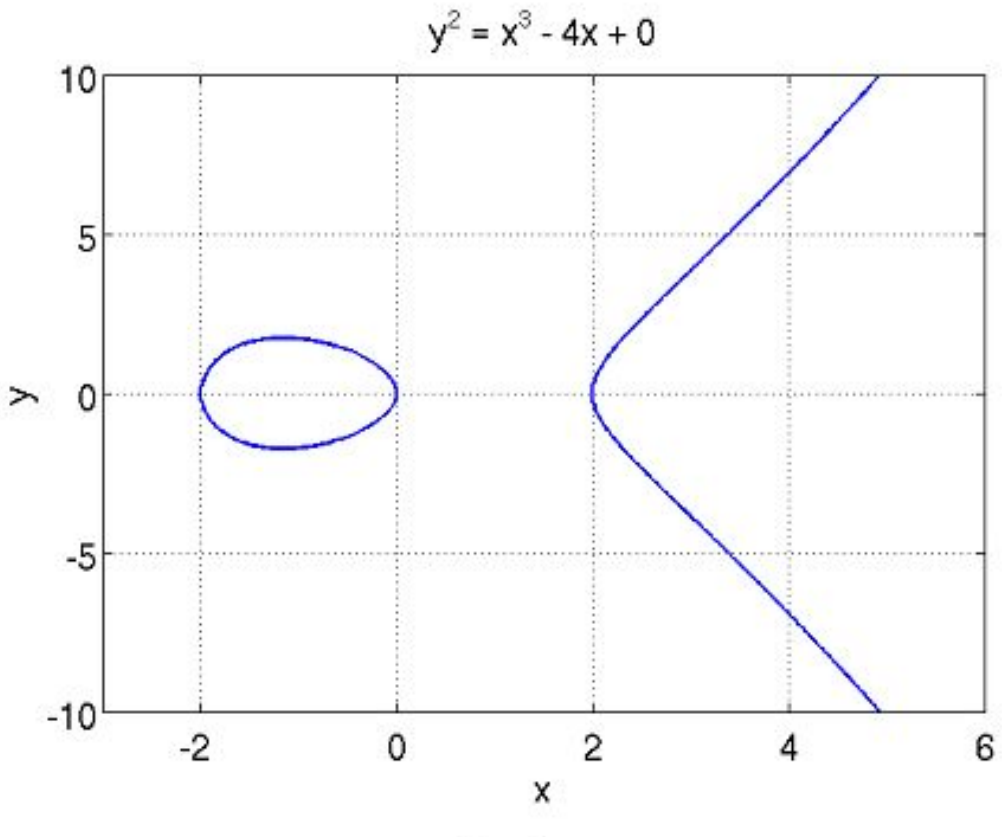
- $$y^2 = x^3 + ax + b$$

$4a^3 + 27b^2 = 0 \Rightarrow$ кривая **сингулярная**,

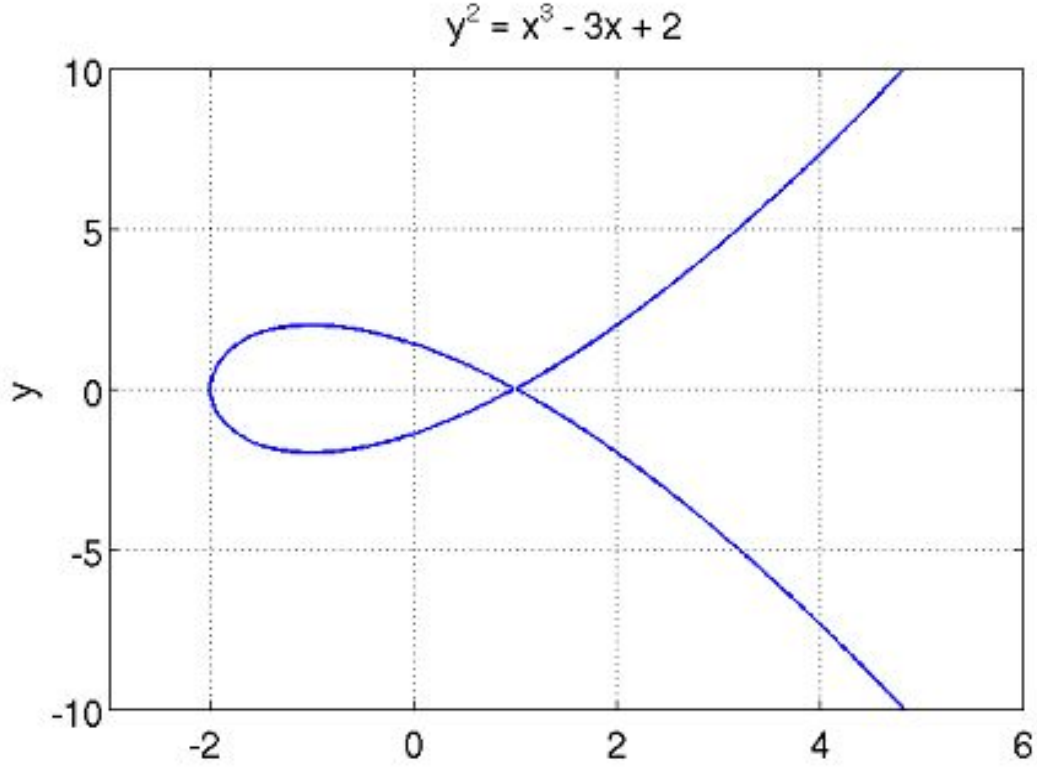
иначе **гладкая**

эллиптические кривые над рациональными числами

гладкая кривая



сингулярная кривая



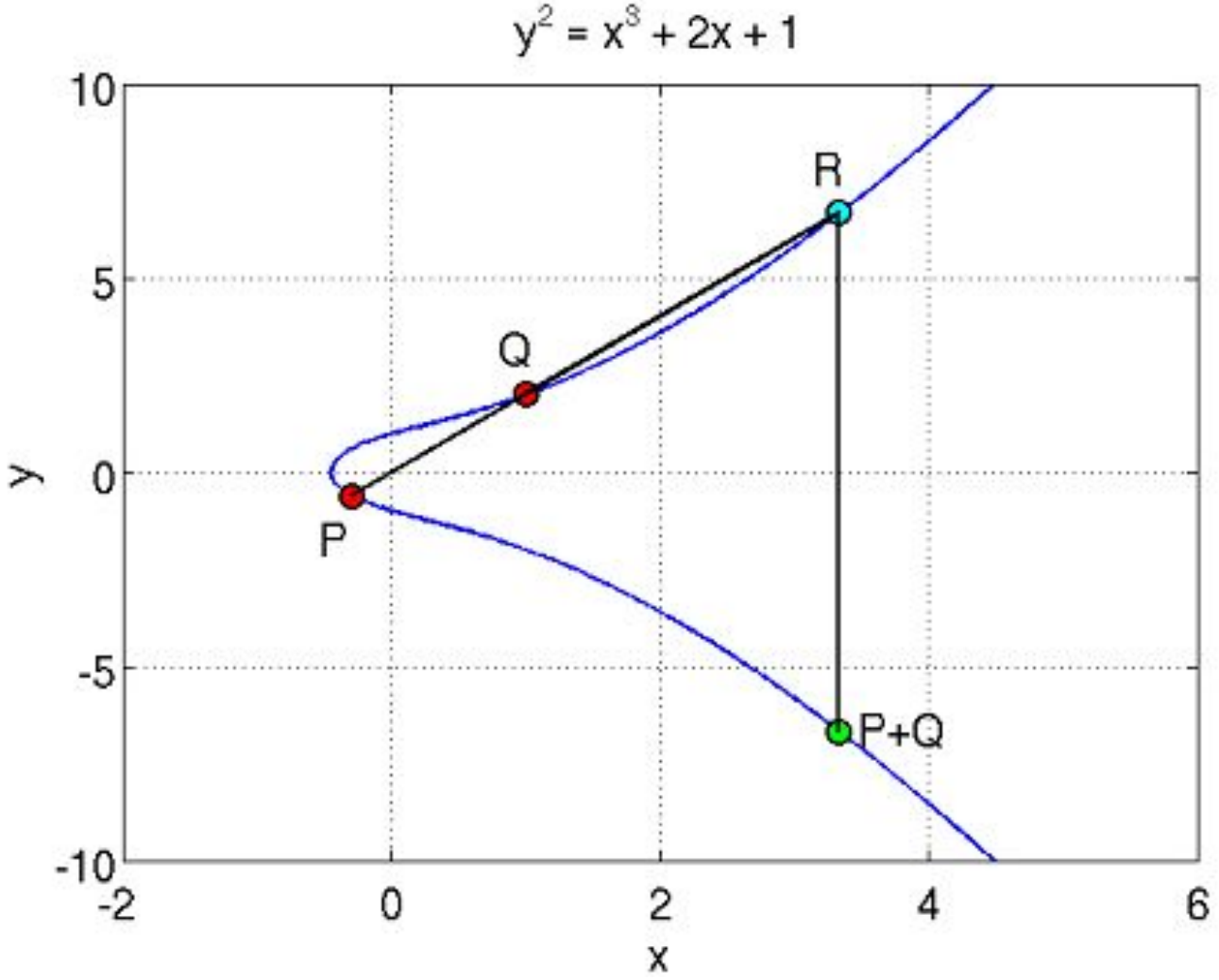
операция сложения двух точек

$$P(x_P, y_P), Q(x_Q, y_Q)$$

$$P + Q = -R$$

$$\alpha = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$$

$$x_{P+Q} = \alpha^2 - x_P - x_Q$$
$$y_{P+Q} = \alpha^2 - y_P - y_Q$$



эллиптические кривые над конечными полями

под эллиптической кривой понимается набор точек, чьи координаты принадлежат конечному полю

Z_p или $GF(2^m)$

кольцо вычетов, операции в котором производятся по модулю простого числа p

поле Галуа, или бинарное конечное поле

$$y^2 + xy = x^3 + ax^2 + b, \qquad b \neq 0$$

эллиптическая криптография

- Операция умножения точки G на число k:

$$\underbrace{G + G + \cdots + G}_{k \text{ слагаемых}}, \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

Пусть M – сообщение, $M \in \mathbb{Z}$, тогда

$$C = M * V$$

это зашифрованное с помощью точки V сообщение

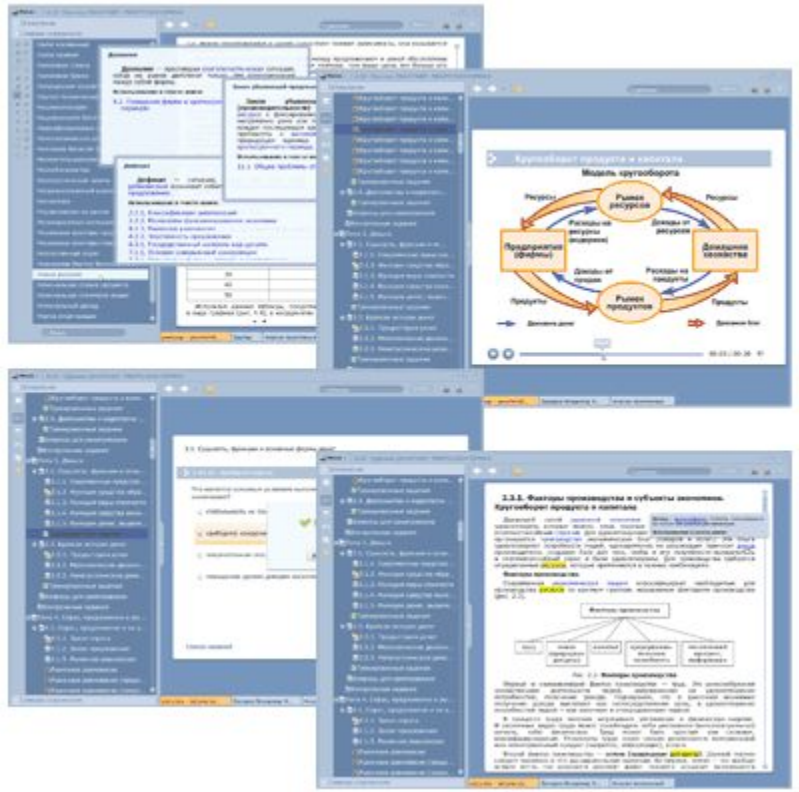
приложения

- ECDSA
- ECDH
- ECMQV
- Dual EC DRBG
- факторизация с помощью эллиптических кривых

цель курсовой работы

Интерактивный учебник на **СиШарпе**:

- теоретический минимум
- графики и изображения
- вопросы на понимание материала



спасибо за внимание

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!