

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ОПЕРАЦИЙ
НАД ЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ
КРИВЫМИ НАД КОНЕЧНЫМИ
ПОЛЯМИ

что такое эллиптическая кривая?

-

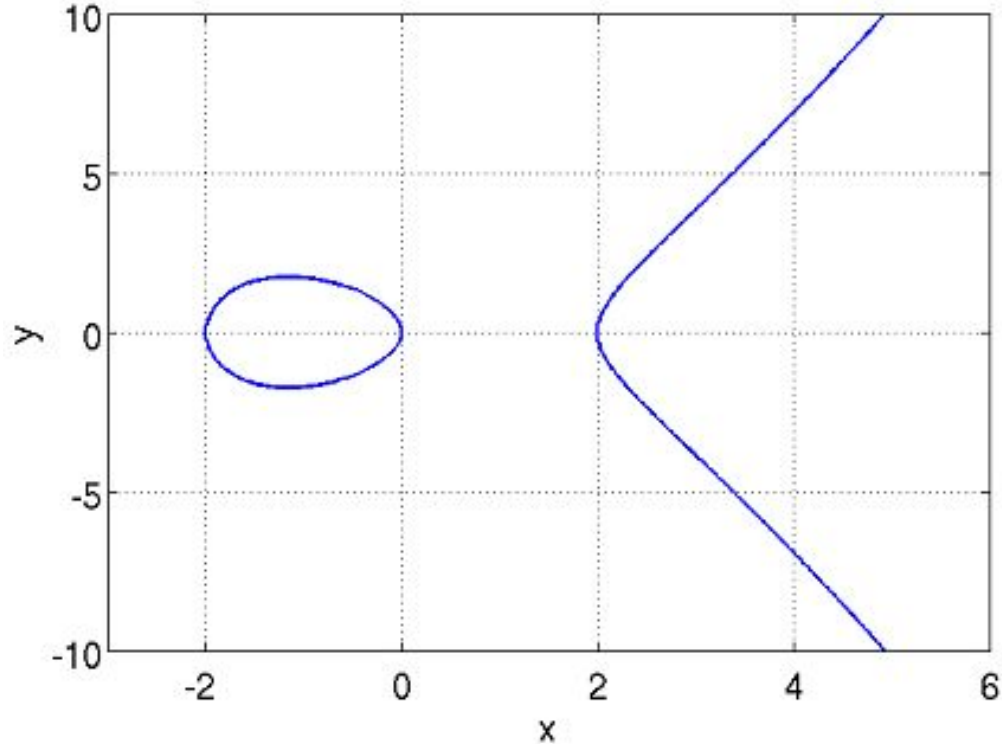
$$y^2 = x^3 + ax + b$$

$4a^3 + 27b^2 = 0 \Rightarrow$ кривая **сингулярная**,
иначе **гладкая**

эллиптические кривые над рациональными числами

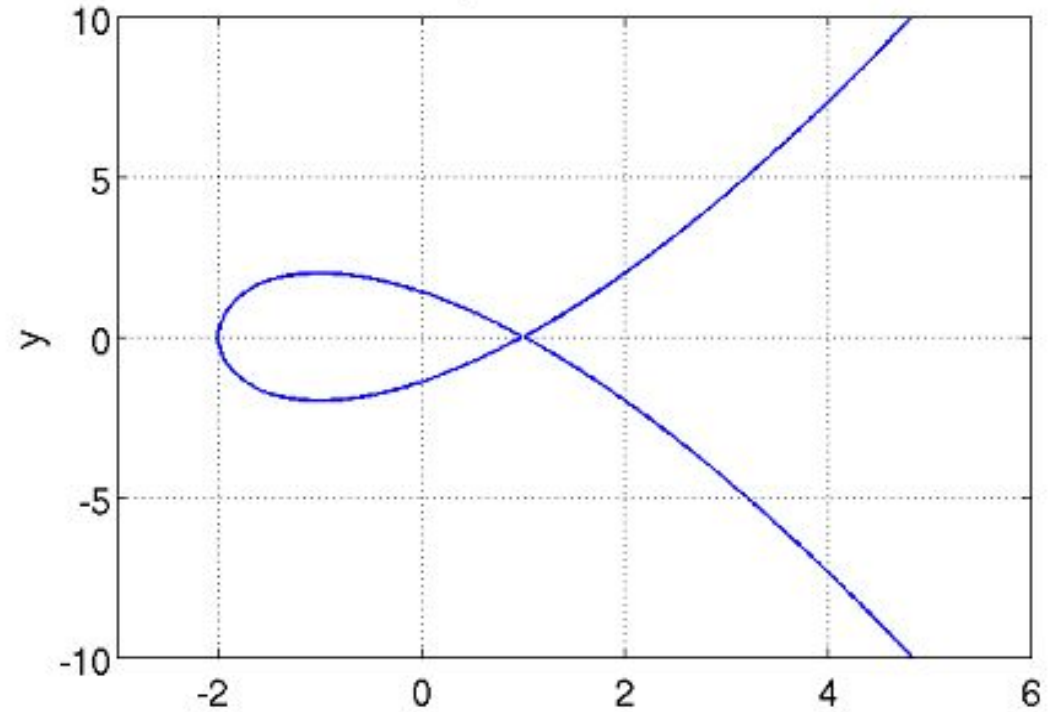
гладкая кривая

$$y^2 = x^3 - 4x + 0$$



сингулярная кривая

$$y^2 = x^3 - 3x + 2$$



операция сложения двух точек

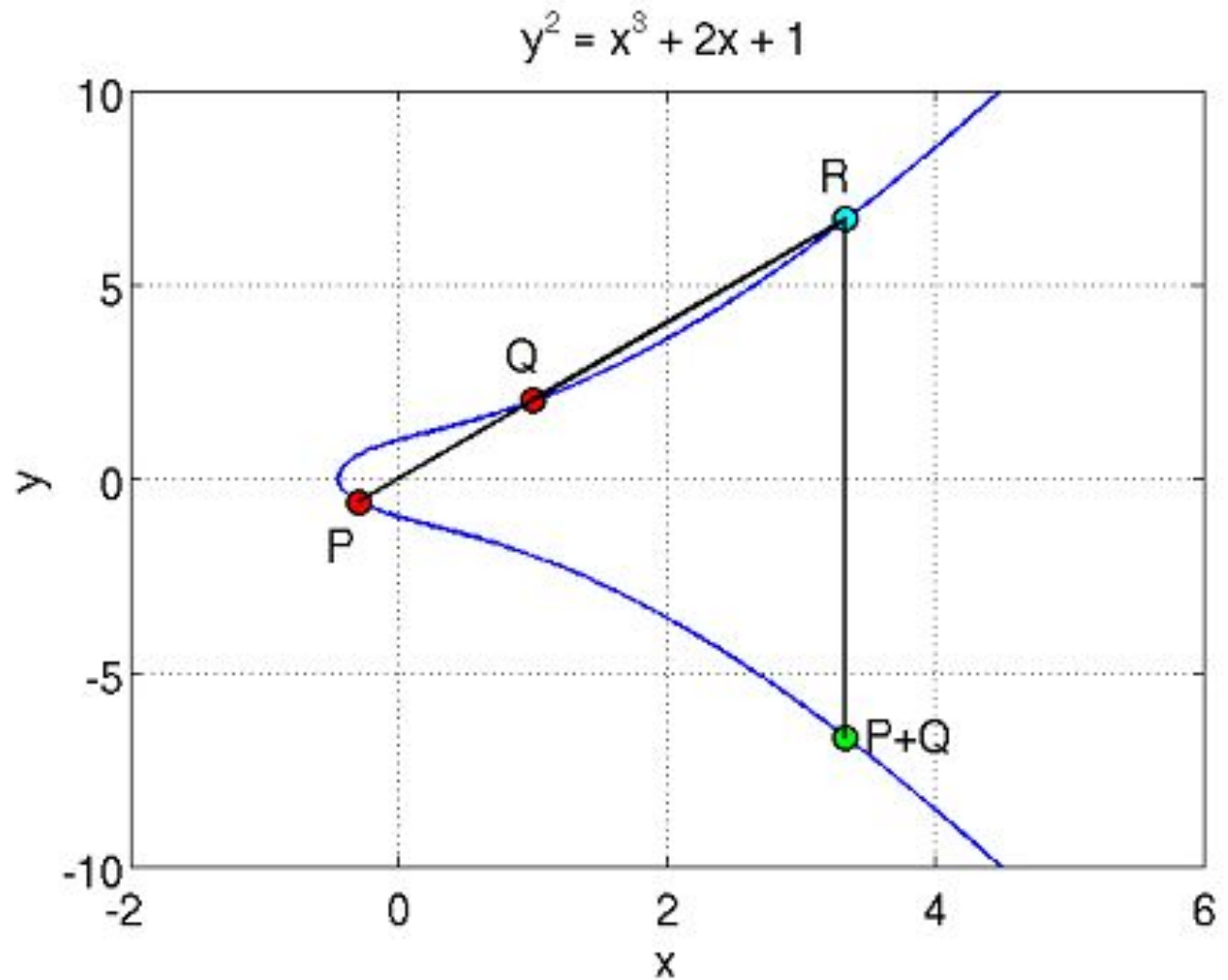
$$P(x_P, y_P), Q(x_Q, y_Q)$$

$$P + Q = -R$$

$$\alpha = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$$

$$x_{P+Q} = \alpha^2 - x_P - x_Q$$

$$y_{P+Q} = \alpha^2 - y_P - y_Q$$



ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ НАД КОНЕЧНЫМИ ПОЛЯМИ

под эллиптической кривой понимается набор точек, чьи координаты принадлежат конечному полю

 Z_p

кольцо вычетов, операции в котором производятся по модулю простого числа p

или

 $GF(2^m)$

поле Галуа, или бинарное конечное поле

$$y^2 + xy = x^3 + ax^2 + b, \quad b \neq 0$$

эллиптическая криптография

Операция умножения точки G на число k :

$$\underbrace{G + G + \dots + G}_{k \text{ слагаемых}}, \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

Пусть M – сообщение, $M \in \mathbb{Z}$, тогда

$$C = M * V$$

это зашифрованное с помощью точки V сообщение

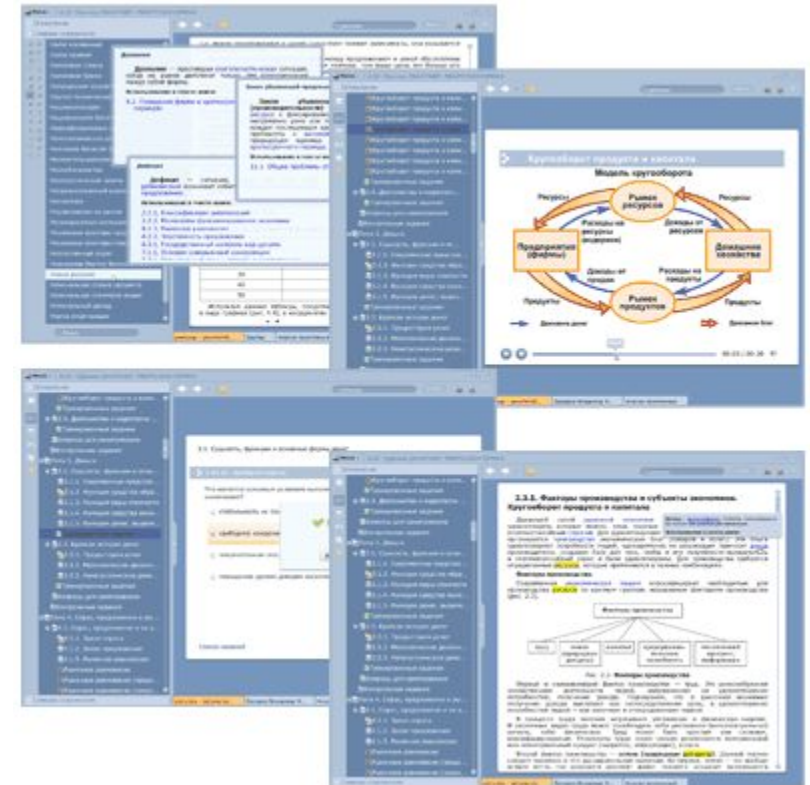
приложения

- ECDSA
- ECDH
- ECMQV
- Dual EC DRBG
- факторизация с помощью эллиптических кривых

цель курсовой работы

Интерактивный учебник на **СиШарпе**:

- теоретический минимум
- графики и изображения
- вопросы на понимание материала



спасибо за
внимание

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!