

Семья решила приобрести дачный участок. Из всех предложенных вариантов глава семьи делает выбор между участком в форме квадрата и участком прямоугольной формы, длина которого больше стороны квадрата на 3 м, а ширина — меньше стороны квадрата на 3 м. Стоимость участков одинакова. Какая покупка окажется выгоднее?

Решение:

Найдем площади участков.

$$S \text{ квадрата} = a^2$$

$$S \text{ прямоугольника} = (a + 3)(a - 3) = a^2 - 9.$$

Сравним результаты

$a^2 > a^2 - 9$, значит, выгоднее купить участок квадратной формы.

Верно ли, что линейное неравенство может не иметь решений? Решите неравенство:

а) $x(x + 4) > (x + 3)(x + 1)$;

б) $x^2 - 4x < (x - 2)^2$.

$ax > b$

если $a > 0$, то $x > \frac{b}{a}$

если $a < 0$, то $x < \frac{b}{a}$

если $a = 0$, $b < 0$, то x – любое число;

если $a = 0$, $b \geq 0$, то решений нет.

а) $x(x + 4) \ngtr (x + 3)(x + 1)$

$$x^2 + 4x \ngtr x^2 + x + 3x + 3$$

$$4x - x - 3x \ngtr 3$$

$0 \ngtr 3$ – неверное неравенство

Ответ: нет решений

а) $x^2 - 4x \ngtr (x - 2)^2$

$$x^2 - 4x \ngtr x^2 - 4x + 4$$

$0 \ngtr 4$ – верное неравенство

Ответ: x – любое число

Постройте график функции

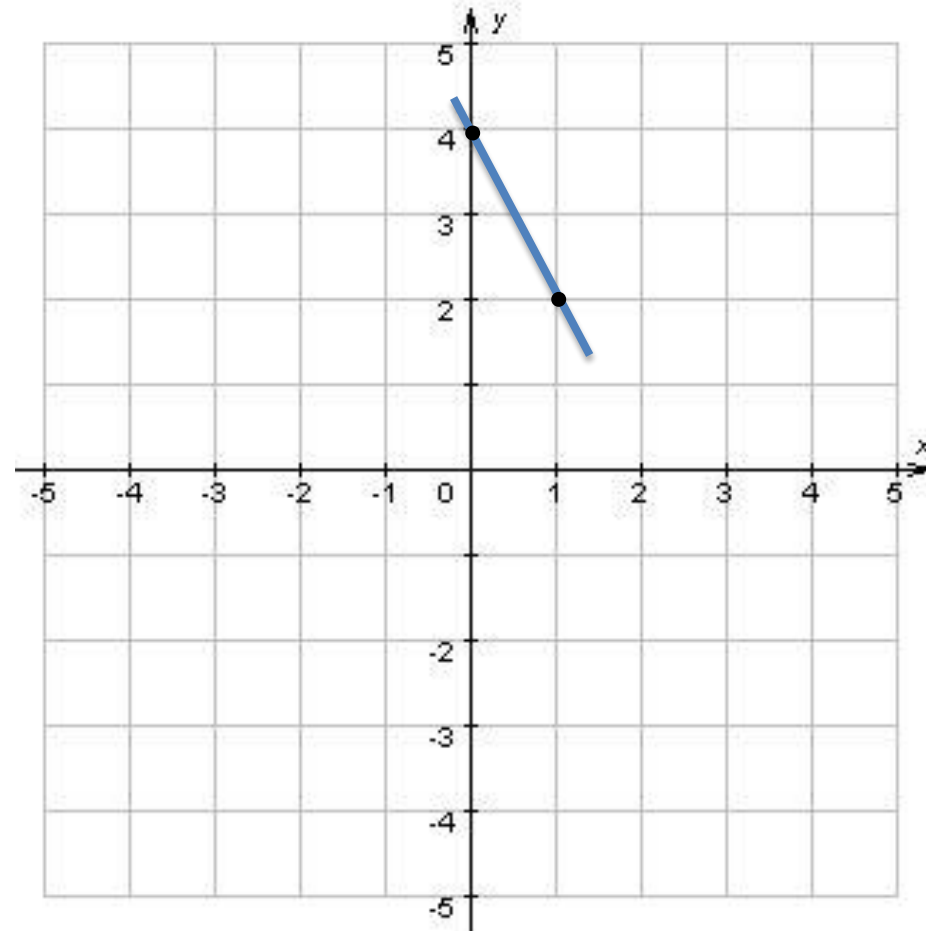
$$y = 2(x - 1)^2 + (x + 1)^2 - 3(1 + x)(x - 1) - 2.$$



$$\begin{aligned} y &= 2(x^2 - 2x + 1) + x^2 + 2x + 1 - \\ &- 3(x^2 - 1) - 2 = 2x^2 - 4x + 2 + \\ &+ x^2 + 2x + 1 - 3x^2 + 3 - 2 = \\ &= -2x + 4 \end{aligned}$$

$y = -2x + 4$ — линейная функция

x	0	1
y	4	2



Разложите многочлен $1 - x^2 + 2xy - y^2$ на множители.

$$\begin{aligned} 1 - (x^2 - 2xy + y^2) &= 1 - (x - y)^2 = 1^2 - (x - y)^2 = \\ &= (1 - (x - y))(1 + (x - y)) = (1 - x + y)(1 + x - y) \end{aligned}$$

Решите неравенство



$$(4x - 3)^2 + (7x + 1)^2 < (5x - 4)(13x + 1).$$

$$(4x - 3)^2 + (7x + 1)^2 \geq (5x - 4)(13x + 1)$$

$$16x^2 - 24x + 9 + 49x^2 + 14x + 1 \geq 65x^2 + 5x - 52x - 4$$
$$-10x + 47x \geq -4 - 10$$

$$37x \geq -14 \quad | : 37$$

$$x \geq -\frac{14}{37}$$

$$\text{Ответ: } x \in \left(-\infty; -\frac{14}{37} \right)$$

Примените формулы сокращенного умножения и решите уравнение:

а) $4x^2 - (2x + 3)(2x - 3) - 5x = 14;$

б) $(4x - 3)(4x + 3) - (4x - 1)^2 = 3x;$

а) $4x^2 - (2x + 3)(2x - 3) - 5x = 14$ б) $(4x - 3)(4x + 3) - (4x - 1)^2 = 3x$

$$4x^2 - (4x^2 - 9) - 5x = 14$$

$$16x^2 - 9 - (16x^2 - 8x + 1) = 3x$$

$$4x^2 - 4x^2 + 9 - 5x = 14$$

$$16x^2 - 9 - 16x^2 + 8x - 1 = 3x$$

$$-5x = 14 - 9$$

$$8x - 3x = 9 + 1$$

$$-5x = 5$$

$$5x = 10$$

$$x = -1$$

$$x = 2$$

Ответ: -1

Ответ: 2

Примените формулы сокращенного умножения и решите неравенство:

а) $x^2 - (x + 5)(x - 5) < 10x$;

б) $(x + 5)^2 - x \geq x(x - 4) - 1$;

а) $x^2 - (x + 5)(x - 5) \ngtr 10x$

$$x^2 - (x^2 - 25) \ngtr 10x$$

$$x^2 - x^2 + 25 \ngtr 10x$$

$$-10x \ngtr -25$$

$$x \ngtr 2,5$$

Ответ: $x \in (2,5; +\infty)$

б) $(x + 5)^2 - x \geq x(x - 4) - 1$

$$x^2 + 10x + 25 - x \geq x^2 - 4x - 1$$

$$9x + 4x \geq -1 - 25$$

$$13x \geq -26$$

$$x \geq -1$$

Ответ: $x \in [-1; +\infty)$

Примените комбинацию различных способов и разложите на множители многочлен:

а) $a^2 - b^2 - 4b - 4a$; б) $2x + 2y - x^2 - 2xy - y^2$.

$$\begin{aligned} \text{а) } a^2 - b^2 - 4b - 4a &= (a^2 - b^2) - (4b + 4a) = (a - b)(a + b) - 4(b + a) = \\ &= (a + b)(a - b - 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } 2x + 2y - x^2 - 2xy - y^2 &= (2x + 2y) - (x^2 + 2xy + y^2) = 2(x + y) - (x + y)^2 = \\ &= (x + y)(2 - (x + y)) = (x + y)(2 - x - y) \end{aligned}$$