Семья решила приобрести дачный участок. Из всех предложенных вариантов глава семьи делает выбор между участком в форме квадрата и участком прямоугольной формы, длина которого больше стороны квадрата на 3 м, а ширина — меньше стороны квадрата на 3 м. Стоимость участков одинакова. Какая покупка окажется выгоднее?

Решение:

Найдем площади участков.

S квадрата = a^2

S прямоугольника = $(a + 3)(a - 3) = a^2 - 9$.

Сравним результаты

$a^2 > a^2 - 9$, значит, выгоднее купить участок квадратной формы.

Верно ли, что линейное неравенство может не иметь решений? Решите неравенство:

а) $x(x+4) > (x+3)(x+1)$; б) $x^2 - 4x < (x-2)^2$.

$ax > b$

если $a > 0$, *то* $x > \frac{b}{a}$

если $a < 0$, *то* $x < \frac{b}{a}$

если $a = 0$, $b < 0$, *то* x – *любое число;*

если $a = 0$, $b \geq 0$, *то* *решений нет.*

$$a)\quad x(x+4) \square (x+3)(x+1)$$

$$x^2 + 4x \square x^2 + x + 3x + 3$$

$$4x - x - 3x \square 3$$

$0 \square 3$ – *неверное неравенство*

Ответ: нет решений

$$a)\quad x^2 - 4x \square (x-2)^2$$

$$x^2 - 4x \square x^2 - 4x + 4$$

$0 \square 4$ – *верное неравенство*

Ответ: x – *любое число*

Постройте график функции

$$y = 2(x-1)^2 + (x+1)^2 - 3(1+x)(x-1) - 2.$$

$$y = 2\left(x^2 - 2x + 1\right) + x^2 + 2x + 1 -$$

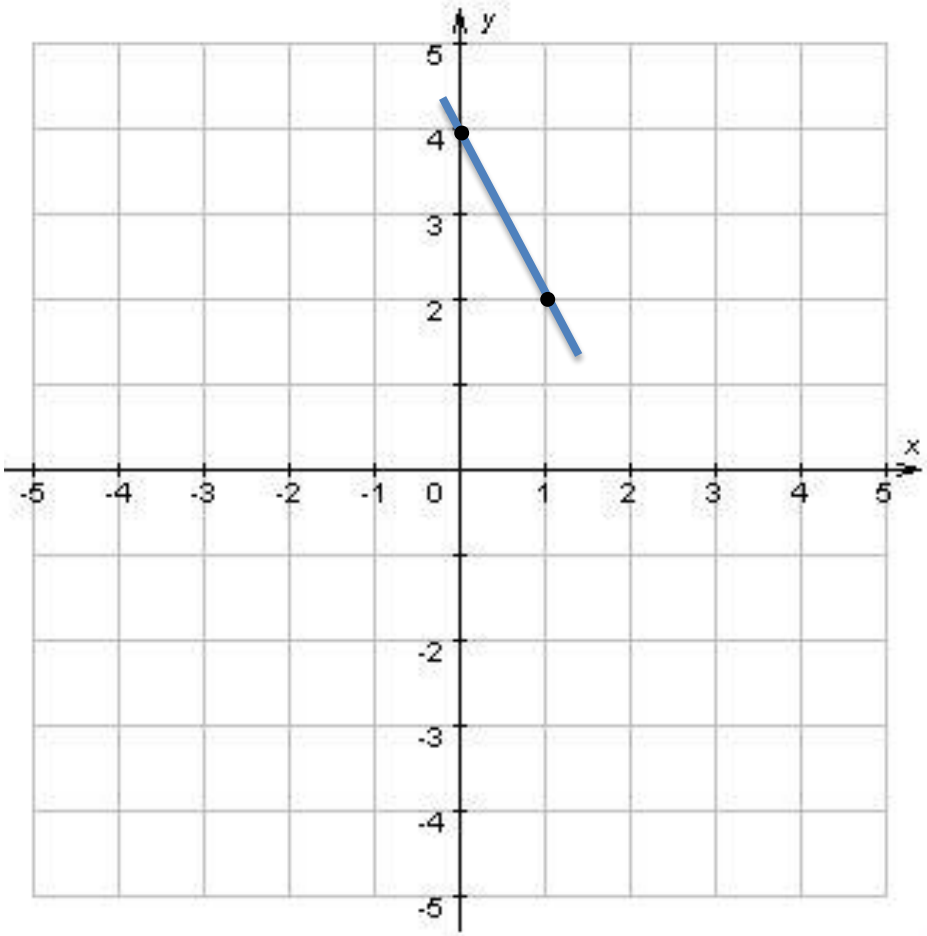
$$-3\left(x^2 - 1\right) - 2 = 2x^2 - 4x + 2 +$$

$$+x^2 + 2x + 1 - 3x^2 + 3 - 2 =$$

$$= -2x + 4$$

$y = -2x + 4 -$ *линейная функция*

x	0	1
y	4	2



Разложите многочлен $1 - x^2 + 2xy - y^2$ на множители.

$$1-\left(x^2-2xy+y^2\right)=1-(x-y)^2=1^2-(x-y)^2=$$
$$=(1-(x-y))(1+(x-y))=(1-x+y)(1+x-y)$$

Решите неравенство

$$(4x-3)^2+(7x+1)^2<(5x-4)(13x+1).$$

$$(4x-3)^2+(7x+1)^2 \square (5x-4)(13x+1)$$

$$16x^2-24x+9+49x^2+14x+1 \square 65x^2+5x-52x-4$$

$$-10x+47x \square -4-10$$

$$37x \square -14 \,\Big|:37$$

$$x \square -\frac{14}{37}$$

$$Ответ: x\in\left(-\infty;-\frac{14}{37}\right)$$

Примените формулы сокращенного умножения и решите уравнение:

а) $4x^2 - (2x + 3)(2x - 3) - 5x = 14$;

б) $(4x - 3)(4x + 3) - (4x - 1)^2 = 3x$;

а) $4x^2 - (2x+3)(2x-3) - 5x = 14$

$4x^2 - (4x^2 - 9) - 5x = 14$

$4x^2 - 4x^2 + 9 - 5x = 14$

$-5x = 14 - 9$

$-5x = 5$

$x = -1$

Ответ: -1

б) $(4x-3)(4x+3) - (4x-1)^2 = 3x$

$16x^2 - 9 - (16x^2 - 8x + 1) = 3x$

$16x^2 - 9 - 16x^2 + 8x - 1 = 3x$

$8x - 3x = 9 + 1$

$5x = 10$

$x = 2$

Ответ: 2

Примените формулы сокращенного умножения и решите неравенство:

а) $x^2 - (x+5)(x-5) < 10x$;

б) $(x+5)^2 - x \geqslant x(x-4) - 1$;

а) $x^2 - (x+5)(x-5) < 10x$

$x^2 - (x^2 - 25) < 10x$

$x^2 - x^2 + 25 < 10x$

$-10x < -25$

$x < 2{,}5$

Ответ: $x \in (2{,}5; +\infty)$

б) $(x+5)^2 - x \geq x(x-4) - 1$

$x^2 + 10x + 25 - x \geq x^2 - 4x - 1$

$9x + 4x \geq -1 - 25$

$13x \geq -26$

$x \geq -1$

Ответ: $x \in [-1; +\infty)$

Примените комбинацию различных способов и разложите на множители многочлен:

а) $a^2 - b^2 - 4b - 4a$; б) $2x + 2y - x^2 - 2xy - y^2$.

$$а)\ a^2 - b^2 - 4b - 4a = \left(a^2 - b^2\right) - \left(4b + 4a\right) = \left(a - b\right)\left(a + b\right) - 4\left(b + a\right) =$$
$$= \left(a + b\right)\left(a - b - 4\right)$$

$$б)\ 2x + 2y - x^2 - 2xy - y^2 = \left(2x + 2y\right) - \left(x^2 + 2xy + y^2\right) = 2\left(x + y\right) - \left(x + y\right)^2 =$$
$$= \left(x + y\right)\left(2 - \left(x + y\right)\right) = \left(x + y\right)\left(2 - x - y\right)$$