

теория электрических сигналов практические занятия 1-2

Доцент каф. Электроэнергетики
и автоматики,
канд. техн. наук, доцент
Кочетков Максим
Владимирович

m-kochetkov@yandex.ru 8 9131763317

Цели занятия:

1. Научиться рассчитывать мгновенные значения токов и напряжений.

Несинусоидальную периодическую функцию, подчиняющуюся условию Дирихле, можно разложить в ряд Фурье:

$$f(\omega t) = A_0 + A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \\ + \dots + A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) + \dots,$$

где A_0 – постоянная составляющая ряда; $A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$ – гармоническая составляющая, меняющаяся с частотой $k\omega$.

Источник несинусоидальной ЭДС представляют как ряд последовательно соединенных источников ЭДС, источник несинусоидального тока – как ряд параллельно соединенных источников тока с разной частотой.

При расчете применяют метод наложения. Рационально разбить схему на столько подсхем, сколько частот получается при разложении в ряд Фурье несинусоидальных ЭДС и токов. Подсхемы отличаются друг от друга не только источниками энергии, но и величинами реактивных сопротивлений, которые зависят от частоты:

$$X_{kL} = kL\omega \text{ и } X_{kC} = \frac{1}{kC\omega}.$$

Мгновенные значения токов и напряжений в схеме получают суммированием соответствующих мгновенных значений в подсхемах. Действующие значения токов, напряжений и ЭДС определяют через соответствующие действующие значения в подсхемах по формулам:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2 + \dots};$$
$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2 + \dots};$$

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \dots + E_k^2 + \dots}$$

Приборы электромагнитной и электродинамической систем показывают действующие значения несинусоидальных периодических электрических величин, магнитоэлектрической системы – постоянную составляющую, магнитоэлектрической с выпрямителем – среднее по модулю значение.

Рассмотрим целевые задачи на конкретных примерах.

Задача 1

Найти законы изменения токов i_1 и i_2 в цепи, схема замещения которой представлена на рис. 4.1, если $i = 10\sqrt{2} \sin \omega t + 10\sqrt{2} \sin 3\omega t$ А, $R = 8$ Ом, $L\omega = 4$ Ом, $\frac{1}{C\omega} = 12$ Ом.

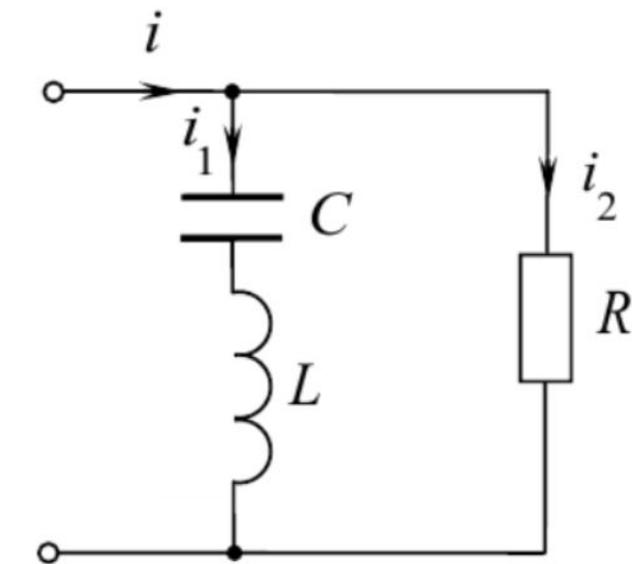


Рис. 4.1

Решение

1. Разделим схему на две подсхемы с частотами ω и 3ω .

2. Вычислим искомые величины в первой подсхеме с частотой ω . Рационально сделать расчет для комплексных максимальных значений токов, воспользовавшись формулой для определения тока в одной из двух пассивных параллельных ветвей:

$$\dot{I}'_{1m} = \frac{R}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} \dot{I}'_m = \frac{8}{8 - j8} \cdot 10\sqrt{2} = \frac{80\sqrt{2}}{11,3e^{-j45^\circ}} = 10e^{j45^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}'_{2m} = \frac{j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} \dot{I}'_m = \frac{-j8}{11,3e^{-j45^\circ}} \cdot 10\sqrt{2} = \frac{80\sqrt{2}e^{-j90^\circ}}{11,3e^{-j45^\circ}} = 10e^{-j45^\circ} \text{ А}.$$

Мгновенные значения токов i'_1 и i'_2 меняются по следующим законам:

$$i'_1 = 10 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ А};$$

$$i'_2 = 10 \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ А}.$$

3. Аналогично вычислим искомые величины во второй подсхеме с частотой 3ω :

$$i_{1m}'' = \frac{R}{R + j\left(3L\omega - \frac{1}{3C\omega}\right)} i_m'' = \frac{8}{8 + j8} \cdot 10\sqrt{2} = 10e^{-j45^\circ} \text{ A.}$$

$$i_{2m}'' = \frac{j\left(3L\omega - \frac{1}{3C\omega}\right)}{R + j\left(3L\omega - \frac{1}{3C\omega}\right)} i_m'' = \frac{j8}{8 + j8} \cdot 10\sqrt{2} = \frac{80\sqrt{2} e^{+j90^\circ}}{11,3 e^{j45^\circ}} = 10e^{j45^\circ} \text{ A.}$$

Мгновенные значения токов i_1'' и i_2'' меняются по следующим законам:

$$i_1'' = 10 \sin(3\omega t - 45^\circ) \text{ A;}$$

$$i_2'' = 10 \sin(3\omega t + 45^\circ) \text{ A.}$$

4. Мгновенные значения токов в схеме представим в виде рядов Фурье:

$$i_1 = i_1' + i_1'' = 10 \sin(\omega t + 45^\circ) + 10 \sin(3\omega t - 45^\circ) \text{ A;}$$

$$i_2 = i_2' + i_2'' = 10 \sin(\omega t - 45^\circ) + 10 \sin(3\omega t + 45^\circ) \text{ A.}$$

Задача 2

Найти закон изменения напряжения на зажимах источника тока (рис. 4.2), если $J(t) = 2 \sin \omega t + \sin 3\omega t$ А, $R = 12$ Ом, $L\omega = 12$ Ом.

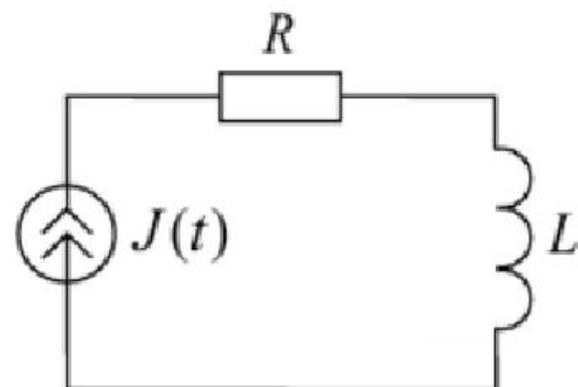


Рис. 4.2

Решение

1. Разделим схему на две подсхемы с частотами ω и 3ω .

2. Найдем комплекс максимального значения искомого напряжения по закону Ома в первой подсхеме с частотой ω :

$$\dot{U}'_m = \underline{Z}' \cdot \dot{J}_{1m} = (R + jL\omega) \dot{J}_{1m} = (12 + j12) \cdot 2 = 16,97e^{j45^\circ} \cdot 2 \approx 34e^{j45^\circ} \text{ В.}$$

Закон изменения мгновенного значения u' :

$$u' = 34 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ В.}$$

3. Аналогично найдем комплекс максимального значения искомого напряжения во второй подсхеме с частотой 3ω :

$$\dot{U}_m'' = \underline{Z}'' \dot{J}_{3m} = (R + j3L\omega) \dot{J}_{3m} = (12 + j36) \cdot 1 = 37,9 e^{j71,56^\circ} \text{ В.}$$

Мгновенное значение u_m'' меняется по закону

$$u'' = 37,9 \sin(3\omega t + 71,56^\circ) \text{ В.}$$

4. Запишем закон изменения напряжения на зажимах источника тока:

$$u = u' + u'' = 34 \sin(\omega t + 45^\circ) + 37,9 \sin(3\omega t + 71,56^\circ) \text{ В.}$$

Задача 3

Найти закон изменения напряжения u_C в схеме рис. 4.3, если $u = 200 + 250\sqrt{2} \sin \omega t$ В, $R = 3$ Ом, $\frac{1}{C\omega} = 4$ Ом.

Решение

1. Разделим схему на две подсхемы с частотами 0 и ω .

В первой подсхеме ток равен нулю, так как $X_{C_0} = \infty$.

Тогда напряжение u'_C равно входному: $u'_C = 200$ В.

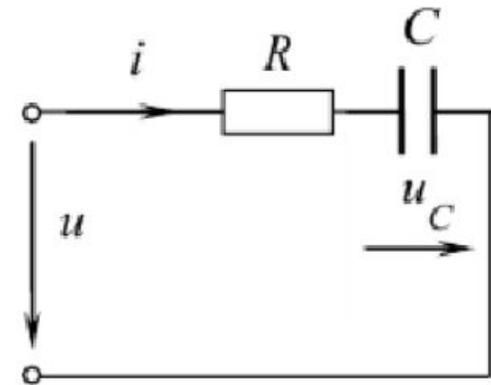


Рис. 4.3

2. Во второй подсхеме вычислим комплекс максимального значения напряжения на емкостном элементе по закону Ома:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{Cm}'' &= -j \frac{1}{C\omega} \cdot \dot{I}_m'' = -j \frac{1}{C\omega} \cdot \frac{\dot{U}_m''}{R - j \frac{1}{C\omega}} = -j 4 \frac{250\sqrt{2}}{3 - j4} = \\ &= 4e^{-j90^\circ} \frac{250\sqrt{2}}{5e^{-j53^\circ}} = 200\sqrt{2} e^{-j37^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

Тогда $u_C'' = 200\sqrt{2} \sin(\omega t - 37^\circ)$ В.

3. Запишем закон изменения напряжения u_C в исходной схеме:

$$u_C = 200 + 200\sqrt{2} \sin(\omega t - 37^\circ) \text{ В.}$$

Следующие задачи решите самостоятельно.

Задание на практическое занятие № 1

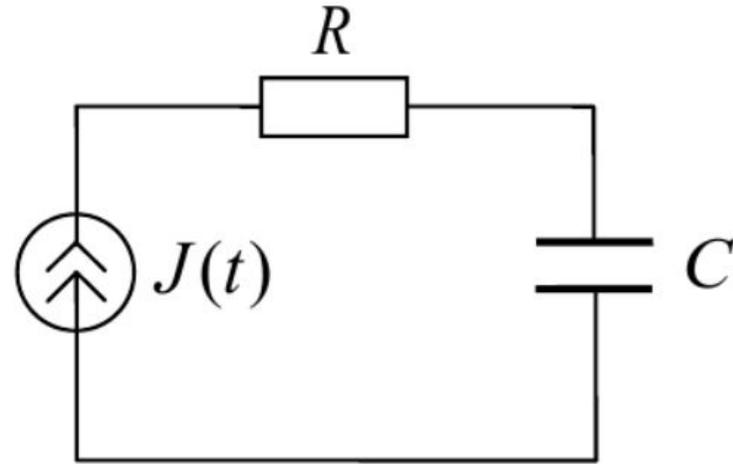


Рис. 4.4

Найти закон изменения напряжения на зажимах источника тока (рис. 4.4), если $J(t) = 2 \sin \omega t + 1 \sin 3 \omega t$ А, $R = 12$ Ом, $\frac{1}{C \omega} = 12$ Ом.

Детально раскрыть весь ход решения задачи.

Окончательный ответ для самопроверки:

$$u = 34 \sin(\omega t - 45^\circ) + 12,6 \sin(3 \omega t - 18,43^\circ) \text{ В.}$$

Задание на практическое занятие № 2

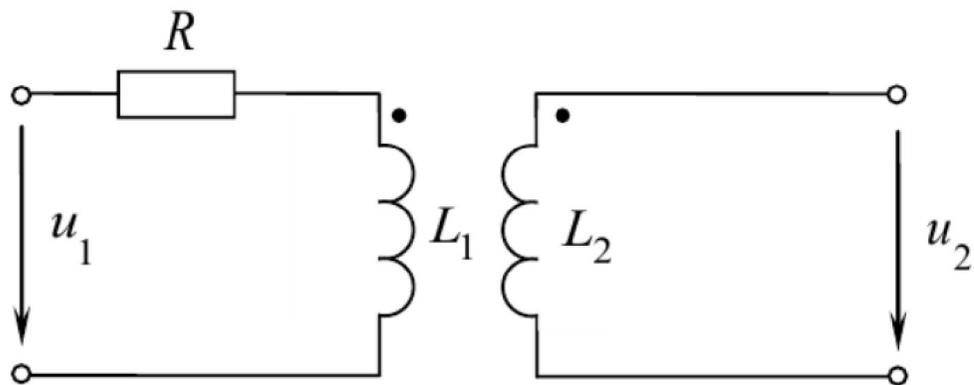


Рис. 4.5

Найти закон изменения напряжения u_2 (рис. 4.5), если $u_1 = 30 + 50\sqrt{2} \sin \omega t$ В, $R = 30$ Ом, $M\omega = 20$ Ом, $L_1 \omega = L_2 \omega = 40$ Ом.

Пояснение к решению Закон изменения напряжения $u_2 = M \frac{di_1}{dt}$, поэтому постоянной составляющей оно содержать не будет.

Детально раскрыть весь ход решения задачи.

Окончательный ответ для самопроверки: $u_2 = 28 \sin(\omega t + 37^\circ)$ В.



Усехов в учёбе!