

**Взаимное расположение
прямых в пространстве.
Угол между двумя
прямыми.**

*Как известно из курса
планиметрии, две прямые в
плоскости могут пересекаться
(имеют общую точку) или быть
параллельными (не имеют
общую точку).*

В пространстве мы можем представить ситуацию, когда две прямые не пересекаются, но они и не параллельны.

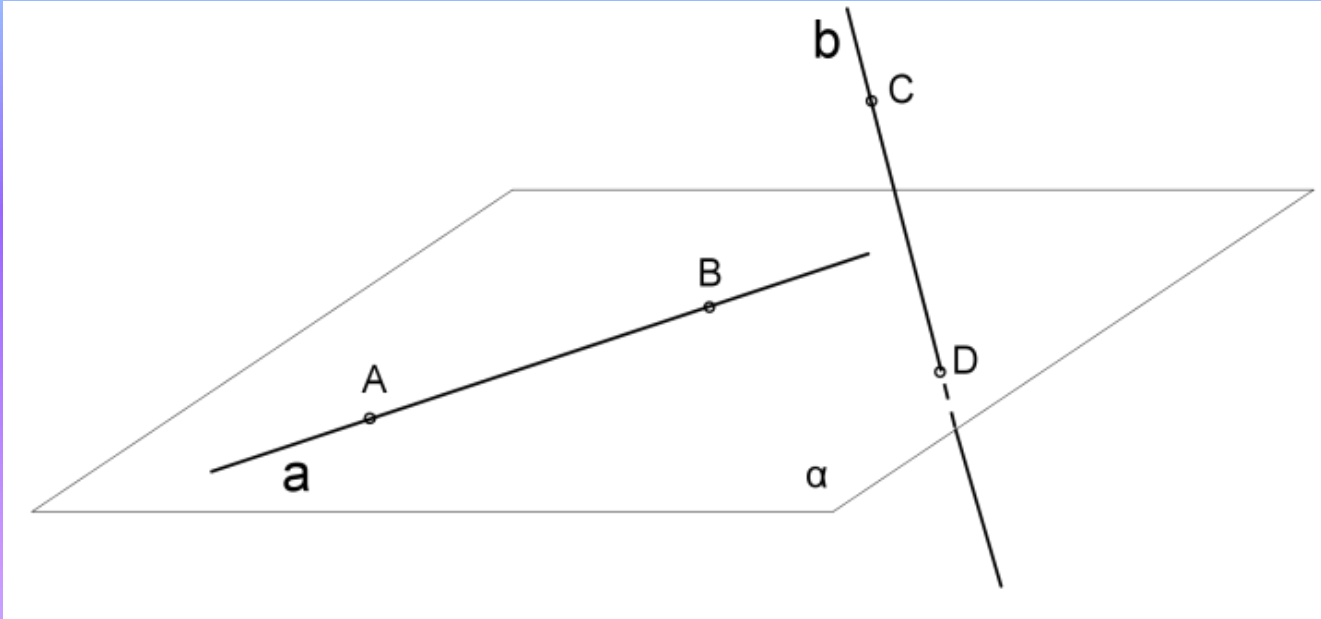


Определение:

Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.

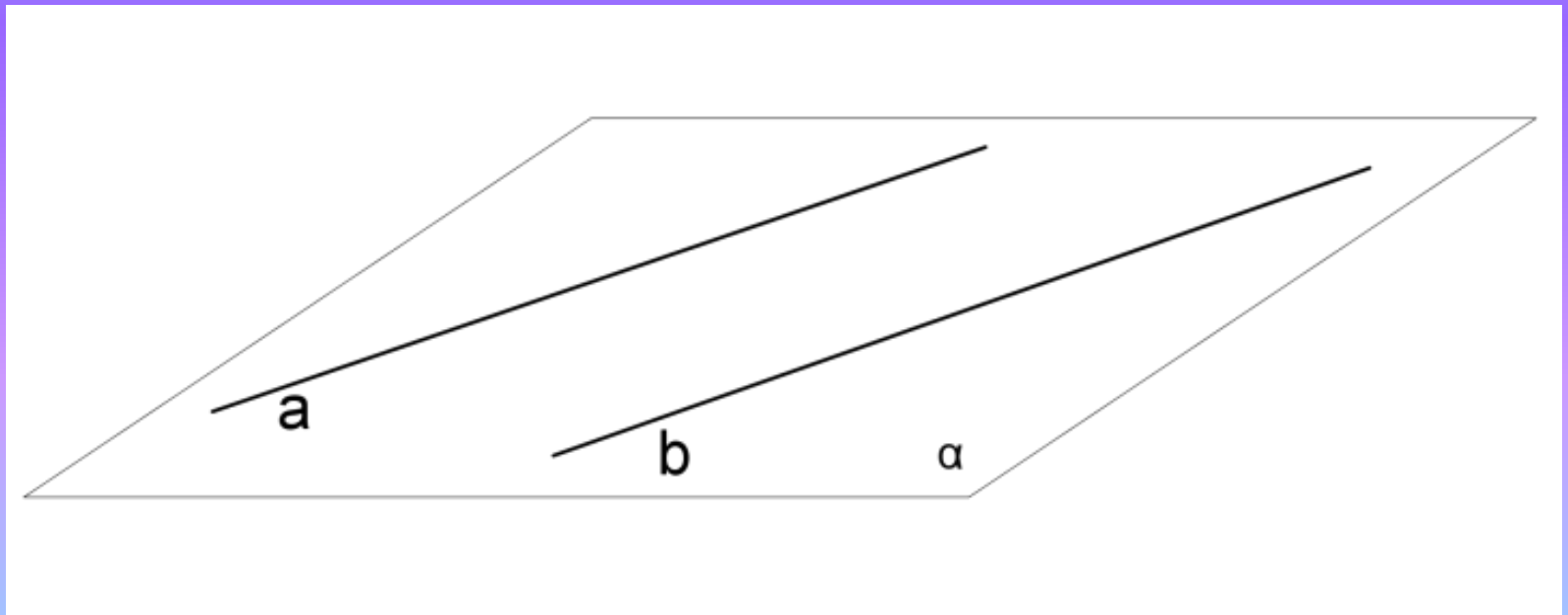
Теорема "Признак скрещивающихся прямых"

Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся (не лежат в одной плоскости).

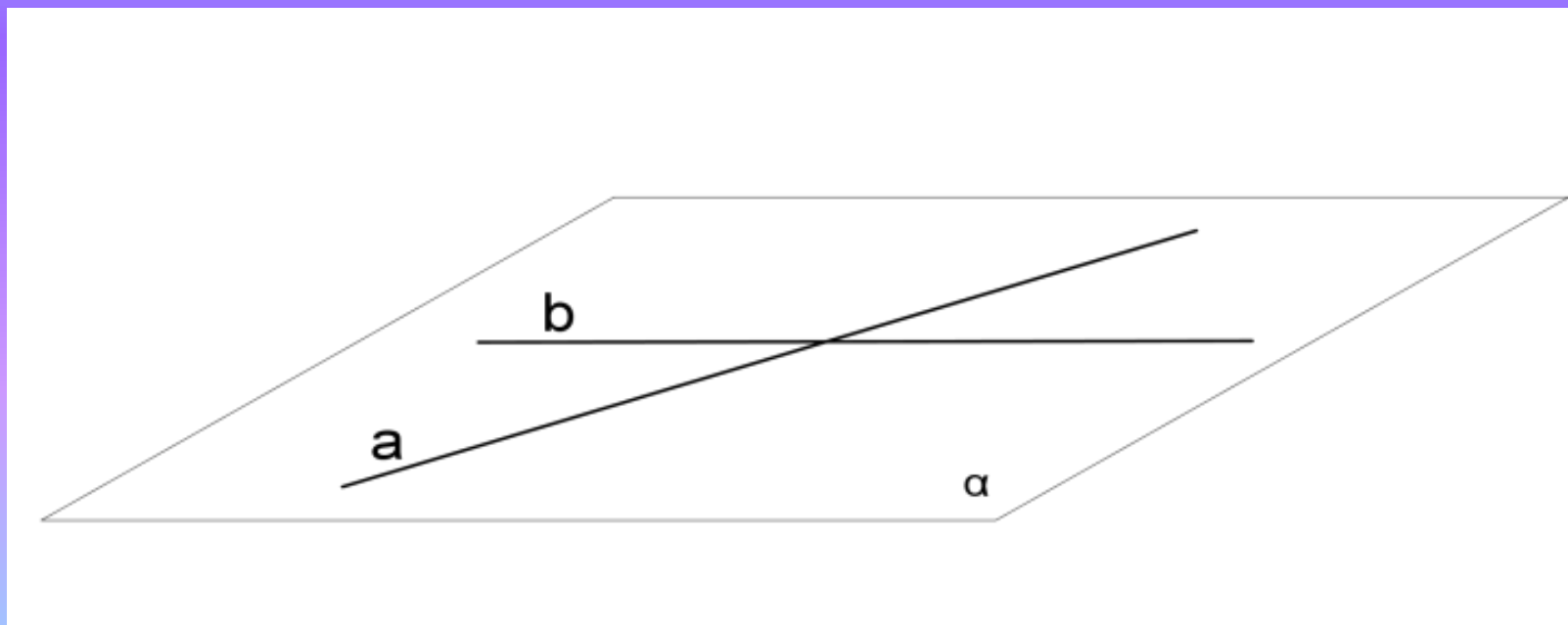


В пространстве прямые расположены
следующим образом:

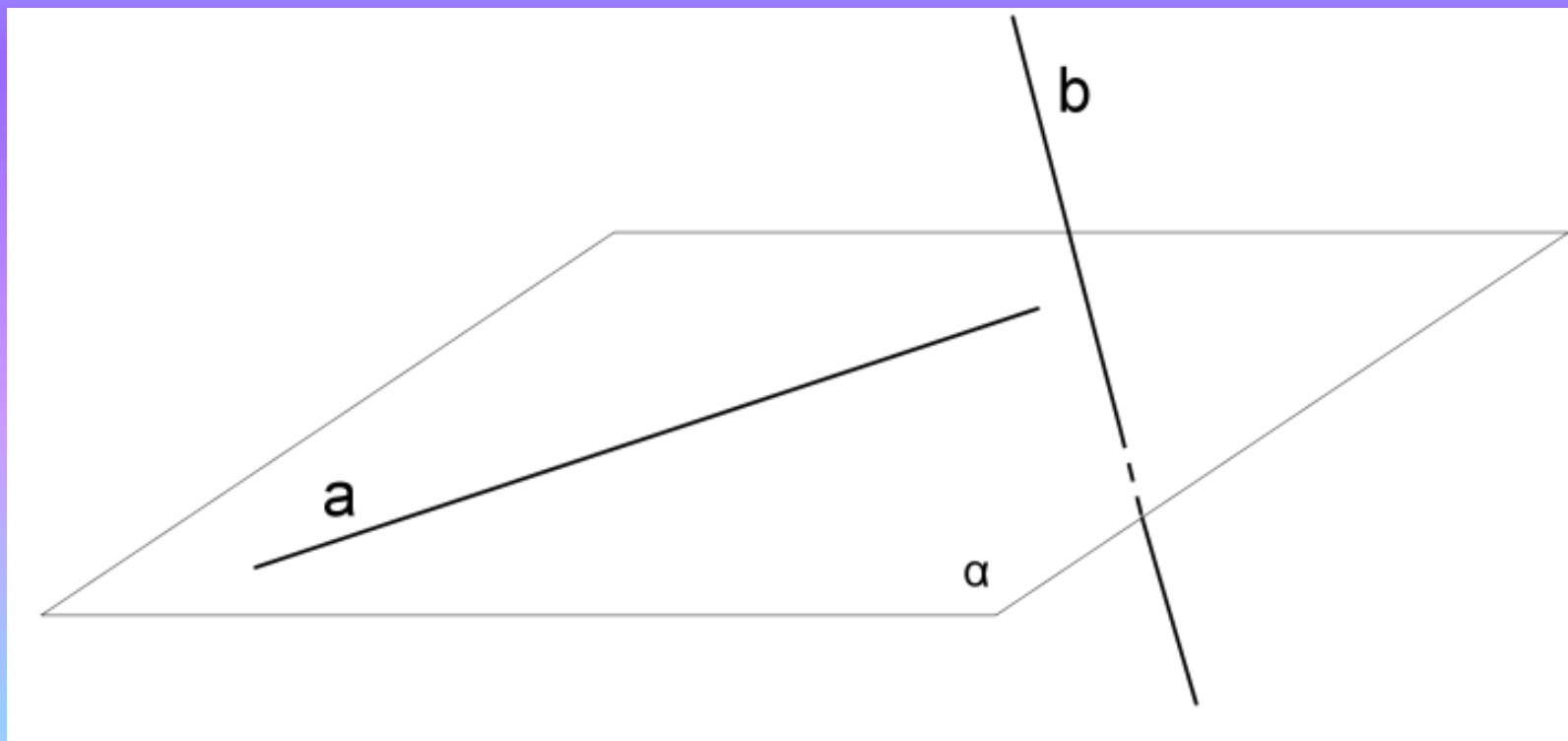
1. Параллельны



В пространстве прямые расположены
следующим образом:
2. Пересекающиеся



В пространстве прямые расположены
следующим образом:
3. Скрещивающиеся

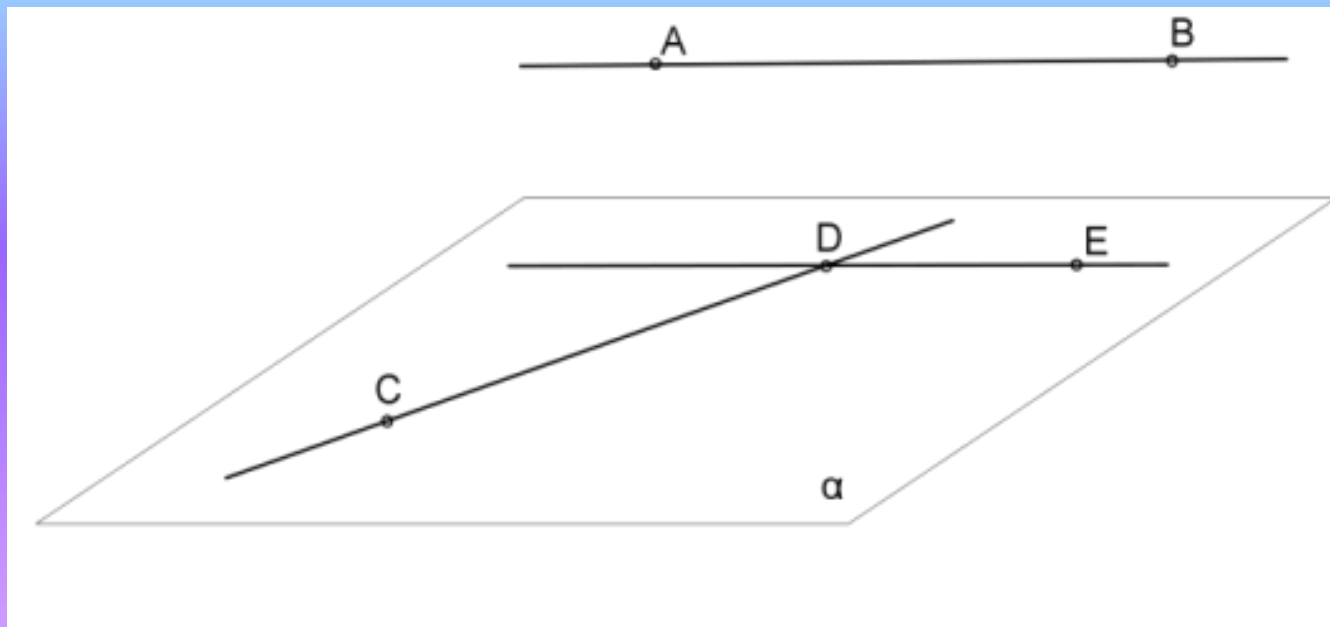


Теорема

Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.

Доказательство

Рассмотрим скрещивающиеся прямые AB и CD .



1. Через точку D можно провести прямую DE параллельную AB .
 2. Через пересекающиеся прямые CD и DE можно провести плоскость α
 3. Так как прямая AB не лежит в этой плоскости и параллельна прямой DE , то она параллельна плоскости.
 4. Эта плоскость единственная, так как любая другая плоскость, проходящая через CD , будет пересекаться с DE и AB , которая ей параллельна.
- Теорема доказана.

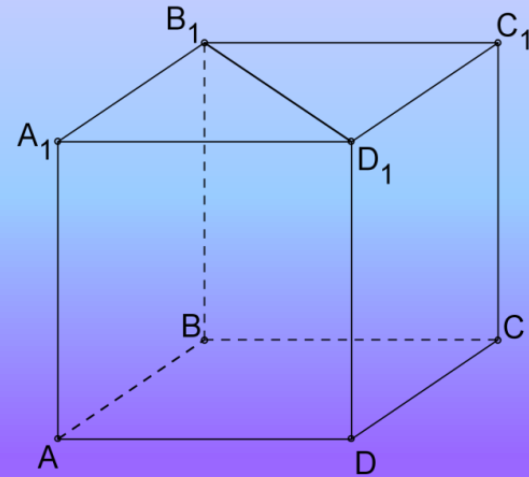
Углы между прямыми

1. Если прямые параллельны, то угол между ними 0° .
2. Углом между двумя пересекающимися прямыми называют величину меньшего из углов, образованных этими прямыми. Если все углы равны, то эти прямые перпендикулярны (образуют угол 90°).
3. Углом между двумя скрещивающимися прямыми называют угол между двумя пересекающимися прямыми, соответственно параллельными данным скрещивающимися прямым.

Обрати внимание!!!

Провести соответственные параллельные прямые данным скрещивающимися прямым можно через любую точку. Иногда удобно выбрать эту точку на одной из данных скрещивающихся прямых и провести через эту точку прямую параллельную другой из скрещивающихся прямых.

Задача №1
Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$

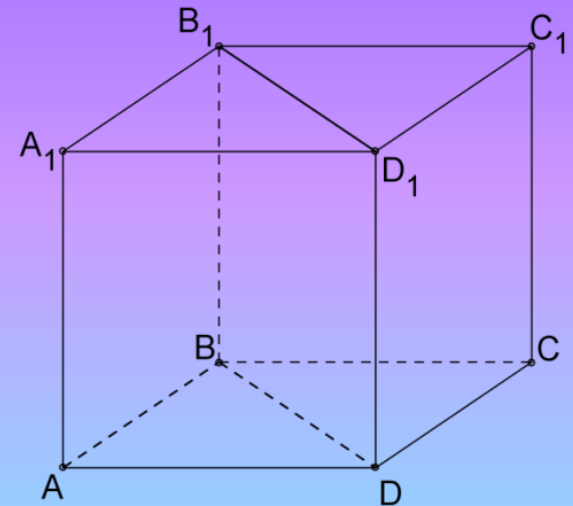


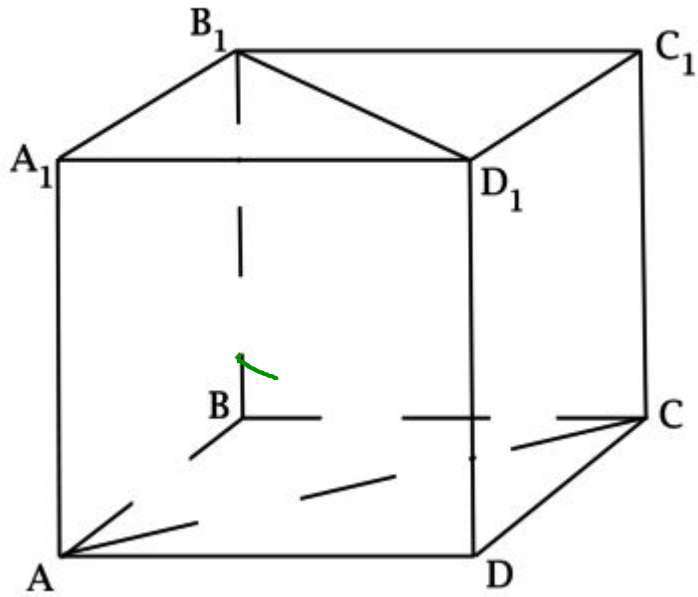
Найти угол между AB и B_1D_1

Выберем точку V на прямой AB и проведём через V прямую VD параллельно B_1D_1

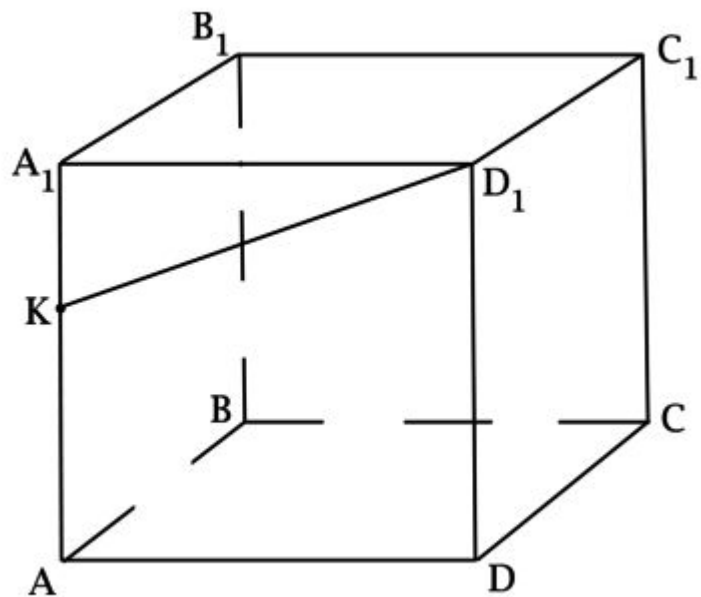
Угол между AB и VD 45° так как $ABCD$ квадрат.

Соответственно, угол между AB и B_1D_1 тоже 45°





$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб. Найдите угол между прямыми, содержащими отрезки AC и $B_1 D_1$. Ответ дайте в градусах.



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб. Точка K лежит на ребре AA_1 . Найдите угол между прямыми, содержащими отрезки D_1K и AB . Ответ дайте в градусах.

Дан куб $ABCA_1B_1C_1D_1$. Точка K – середина стороны B_1C_1 , а точка L – середина стороны C_1D_1 . Найдите угол между прямыми AB_1 и KL . Ответ дайте в градусах.

