

## Задача 1

Чему равен горизонтальный параллакс Венеры в момент нижнего соединения? Горизонтальный параллакс Солнца  $8,8''$ , расстояние от Солнца до Венеры  $0,7$  а.е. (см. пример в учебнике, сделайте рисунок положения Венеры в данной конфигурации для определения нужных расстояний).

$$\begin{array}{l} p_{\odot} = 8,8'' \\ D = 0,3 \text{ а.е.} \\ D_{\ominus} = 1 \text{ а.е.} \\ \hline p - ? \end{array}$$

$$D = \frac{R_{\oplus}}{p}$$

$$D_{\ominus} = \frac{R_{\oplus}}{p_{\ominus}}$$

$$\frac{D}{D_{\ominus}} = \frac{p_{\ominus}}{p}$$

$$p = \frac{p_{\ominus} D_{\ominus}}{D}$$

$$p = \frac{1 \text{ а.е.} \cdot 8,8''}{0,3 \text{ а.е.}} \approx 29''$$

## Задача 2

Чему равнее угловой радиус Марса в противостоянии, если его линейный радиус 3400 км, а горизонтальный параллакс 18"? Радиус Земли принять равным 6400 км. (см. пример в учебнике, сделайте рисунок для определения нужных величин).

$$R_M = 3400 \text{ км} \quad D = \frac{R_M}{\rho_M}$$

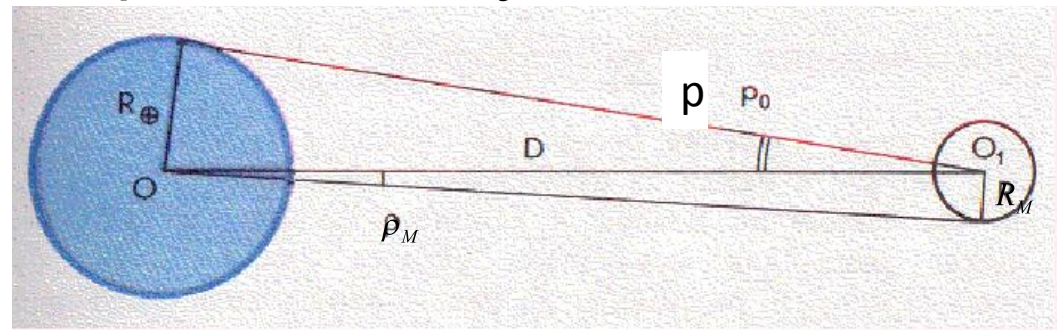
$$R_{\oplus} = 6400 \text{ км} \quad D = \frac{R_{\oplus}}{p}$$

$$p = 18''$$

$$\rho_M = ?$$

$$\frac{R_M}{\rho} = \frac{R_{\oplus}}{p}$$

$$\rho_M = \frac{p \cdot R_M}{R_{\oplus}}$$



$$\rho_M = \frac{18'' \cdot 3400 \text{ км}}{6400 \text{ км}} \approx 9,6''$$

# Задача 4

- Оцените наблюдаемый угловой диаметр галактики в угловых секундах, если ее линейный диаметр 100 тыс. св. лет и она находится на расстоянии в 100 млн. св. лет

# Решение

Так как диаметр галактики в  $10^3$  раз меньше расстояния до нее, то ее угловой размер составляет  $10^{-3}$  радиан. Переводя радианы в секунды (учитывая, что в полной окружности  $360^\circ$  и  $2\pi$  радиан), получаем ответ — около  $200''$ .

# Задача 5

- Известно, что диск планеты Венера, расположенной на минимальном расстоянии от Земли, оказывается на пределе разрешения невооруженным глазом для наиболее зорких людей. Из окрестностей каких еще больших планет Солнечной системы можно было бы увидеть невооруженным глазом диски других планет, и каких?

Определим наибольший угловой диаметр Венеры при наблюдении с Земли:

$$\delta = D_2 / (r_3 - r_2) = 2.92 \cdot 10^{-4} \text{ радиан или } 60''.$$

Здесь  $D_2$  – диаметр Венеры,  $r_2$  и  $r_3$  – радиусы орбит Венеры и Земли. Полученное значение совпадает с пределом разрешения для человеческого глаза. Венера имеет такой угловой диаметр с расстояния  $r_3 - r_2 = 0.277$  а.е. Она может наблюдаться на таком же расстоянии с Меркурия, если последний окажется между Солнцем и Венерой в точке афелия своей орбиты (расстояние  $r_1 = 0.47$  а.е.).

Земля больше Венеры, и ее диск будет различим с расстояния до  $0.29$  а.е. На такое расстояние к Земле может подойти только сама Венера. Диски Меркурия и Марса будут различимы с расстояния в  $0.11$  и  $0.16$  а.е. соответственно и не могут быть видны с других планет.

Самая большая планета – Юпитер – может быть видна как диск с расстояния до  $3.27 \text{ а.е.}$  Но на такое расстояние к нему не может подойти ни одна планета, хотя расстояние от Марса до Юпитера может лишь ненамного превышать эту величину (точки перигелия орбит обеих планет располагаются по одну сторону от Солнца). Еще немного дальше от Юпитера может находиться Сатурн. Для других планет-гигантов расстояние, с которого можно различить их диск, будет не больше  $3 \text{ а.е.}$ , что существенно меньше взаимных расстояний до этих планет. Из окрестностей Юпитера можно было бы разглядеть утолщение от кольца Сатурна, но диск планеты различить глазом невозможно.

Окончательный ответ в задаче такой: невооруженным глазом можно различить диск Венеры с Меркурия и Земли, а также диск Земли с Венеры. Близким к пределу разрешения (но не достигающим его) может быть диск Юпитера при наблюдении с Марса и Сатурна.

# **Закон Всемирного тяготения.**

## **Уточнение законов Кеплера.**

Познакомиться с тем, как с помощью небесной механики были сделаны новые открытия в астрономии.



# Закон всемирного тяготения

- Открыт И. Ньютоном во многом благодаря формулировке Кеплером законов движения планет.
- Все тела во Вселенной притягиваются друг к другу с силой прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

# Законы Кеплера в формулировке Ньютона

**I закон:** под действием силы тяготения одно небесное тело может двигаться вокруг другого по окружности, эллипсу, параболе или гиперболе.

**II закон** – не изменен.

**III закон:** квадраты сидерических периодов планет, умноженные на сумму масс Солнца и планеты, относятся как кубы больших полуосей орбит планет

$$\frac{T_1^2 (M_{\odot} + m_1)}{T_2^2 (M_{\odot} + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

т.о., можно применить III з-н к др. системам (движение планеты вокруг Солнца и спутника вокруг планеты, двух планет и их спутников...).

# Возмущения в движении планет

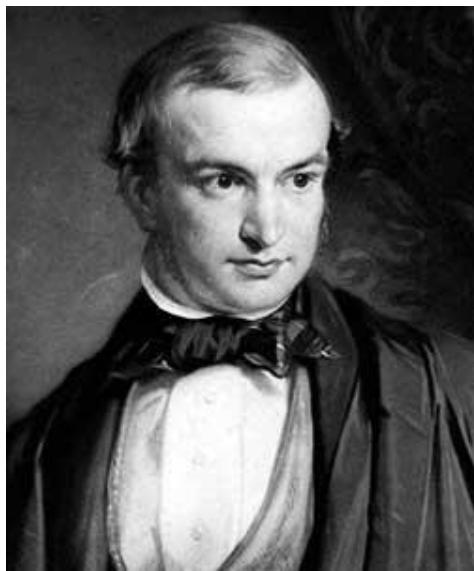
- Если рассматривать движение двух тел, то законы Кеплера строго выполняются, одно тело движется по эллипсу вокруг другого.
- **Возмущения** небесных тел — отклонения реальных траекторий небесных тел от траекторий, по которым они двигались бы в случае взаимодействия с одним единственным телом.
- Они возникают в результате того, планета испытывает притяжения не только со стороны Солнца, но и других планет, спутников и т.д.

# Открытие планет

- Вильям Гершель в 1781 г. с помощью телескопа открыл планету, названную Ураном.
- С помощью законов небесной механики была вычислена орбита Урана, но в ее движении были обнаружены отклонения от кеплеровской орбиты (**возмущения**).



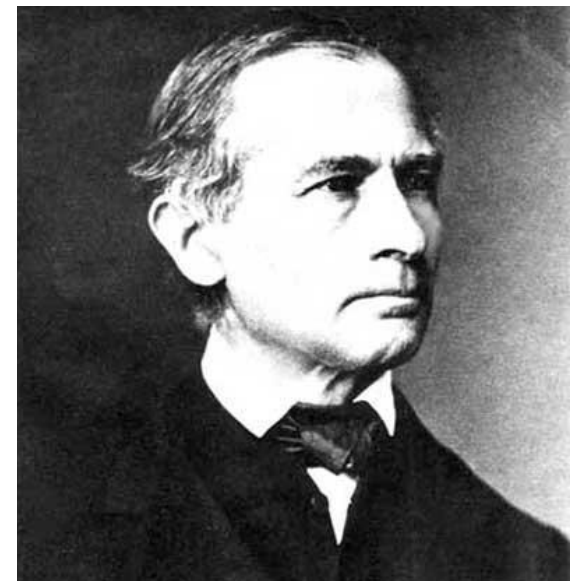
Вильям Гершель (1732-1822)  
Профессиональный музыкант  
и великий английский  
астроном,  
конструктор самых больших  
в мире в 18 в. телескопов.



Анг. Д.  
Адамс



фр. У.  
Леверье



Нем. И.  
Галле

- На основе предположения о наличии за Ураном еще одной планеты, были вычислена ее орбита и положение на небе. Это сделали математики англ. Джон Адамс и фр. Урбен Леверье.
- 23 сентября 1846 г. планету обнаружил в телескоп нем. астроном Иоганн Галле. Планету назвали **Нептун**.
- Открытие «**на кончике пера**».

# История повторяется

- Наблюдения за Нептуном в конце 19 в. заставили астроном предположить о существовании еще одной планеты.
- В 1906 году амер. Персиваль Лоуэлл, состоятельный житель Бостона, основавший в 1894 году обсерваторию Лоуэлла, инициировал обширный проект по поиску девятой планеты Солнечной системы («Планета X»).



Амер. бизнесмен,  
астроном  
и математик,

Персиваль Лоуэлл



Амер. астроном и  
математик  
Уильям Генри

Пикеринг



Амер.  
астроном  
Клайд Томбо



Венеция Берни,  
11-летняя  
школьница  
из Оксфорда

- К 1909 году Лоуэлл и Уильям Генри Пикеринг рассчитали для неё несколько возможных значений небесных координат. Лоуэлл и его обсерватория продолжали поиск планеты до его смерти в 1916 году, но безуспешно.
- В 1930 г. молодым амер. астрономом Клайдом Томбо была обнаружена в телескоп планета, получившая название **Плутон**.

# Задача 1

- Вычислите массу Юпитера, зная, что один из его спутников Ио совершает оборот вокруг планеты за 1,77 сут на расстоянии 422 тыс. км от Юпитера.



Вычислите массу Юпитера, зная, что один из его спутников Ио совершает оборот вокруг планеты за 1,77 сут на расстоянии 422 тыс. км от Юпитера.

$$a = 422000 \text{ км}$$

$$T = 1,77 \text{ сут}$$

$$a_l = 384000 \text{ км}$$

$$T_l = 27,3 \text{ сут}$$

$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_{Ю} - ?$$

$$\frac{T^2 (M_{Ю} + m)}{T_l^2 (M_3 + m_l)} = \frac{a^3}{a_l^3}$$

$$\frac{M_{Ю}}{M_3} = \left( \frac{T_l}{T} \right)^2 \left( \frac{a}{a_l} \right)^3$$

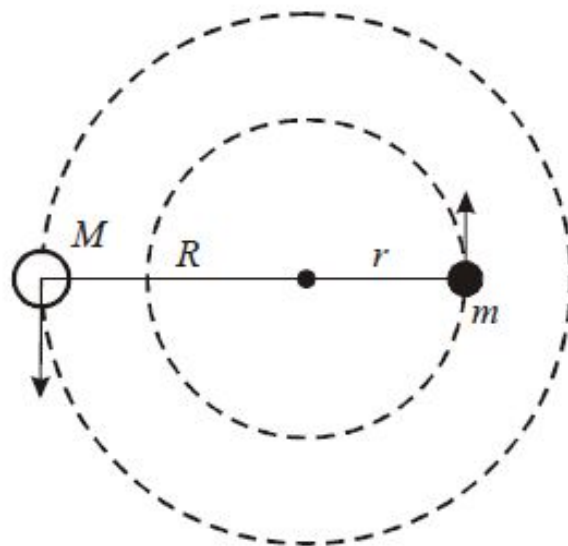
$$\frac{M_{Ю}}{M_3} = \left( \frac{27,3 \text{ сут}}{1,77 \text{ сут}} \right)^2 \left( \frac{422000 \text{ км}}{384000 \text{ км}} \right)^3 \approx 317$$

$$M_{Ю} \approx 1,88 \cdot 10^{27} \text{ кг}$$

# Задача 2

- Оптическая звезда входит в двойную систему с темным компактным объектом. Масса темного объекта равна 1.4 массы Солнца. Движение вокруг центра масс происходит так, что у оптической звезды исчезает годовое параллактическое смещение в небе Земли. Определите массу этой звезды. Орбиты Земли и звезд в системе считать круговыми.

**Решение.** Изобразим описанную в условии задачи систему из светлой и темной звезды. Обе они движутся по круговым орбитам вокруг центра масс. Коль скоро у светлой звезды с массой  $M$  нет параллактического смещения, линия "Земля – звезда" все время сохраняет фиксированное направление в пространстве. В случае круговых орбит это может быть только в том случае, если звезда описывает круг около центра масс с радиусом  $R$ , равным 1 а.е. с периодом 1 год в плоскости, параллельной плоскости вращения Земли (плоскости эклиптики).



Выражая радиусы орбит в астрономических единицах, массы – в массах Солнца, а период обращения – в годах, запишем выражение обобщенного III закона Кеплера:

$$\frac{(M + m) T^2}{(R + r)^3} = 1.$$

Фактически, мы сравниваем эту систему с системой "Солнце-Земля", где все три величины равны единице. Для двойной системы также  $T=1$ , а для радиусов орбит справедливо соотношение:

$$M R = m r.$$

$$\frac{T^2 (M + m)}{a^3} = \frac{T_{\oplus}^2 (M_{\oplus} + m_{\oplus})}{a_{\oplus}^3}$$

Фактически, мы сравниваем эту систему с системой "Солнце-Земля", где все три величины равны единице. Для двойной системы также  $T=1$ , а для радиусов орбит справедливо соотношение:

$$M R = m r.$$

Отсюда  $r = R (M/m)$ , и далее:

$$\left(1 + \frac{M}{m}\right)^3 = (M + m).$$

Обе величины  $M$  и  $m$  безразмерны, так как представляют собой отношение масс звезд к массе Солнца. Умножая обе части уравнения на  $m^3$ , получаем:

$$(M + m)^3 = m^3 (M + m).$$

Из этого мы можем определить массу звезды  $M$  (в массах Солнца):

$$M = m^{3/2} - m = 0.26.$$

Оптическая звезда, вероятно, представляет собой красный карлик и является, по сути, спутником темного массивного объекта.

$$M = 1,4^{3/2} - 1 = 1,25 - 1$$

# Задача 3

- Вокруг далекой звезды по круговым орбитам обращаются две планеты. У одной из них орбитальный период вдвое больше, а сферическое альбедо – вдвое меньше, чем у другой планеты. При этом средняя температура поверхностей обеих планет одинакова. Найдите сферическое альбедо обеих планет. Тепловые эффекты от недр и атмосфер планет не учитывать.

# Альбе́до

(от позднелат. albedo, белизна)

- Доля падающего потока излучения или частиц, отраженная поверхностью тела.
- Различают несколько видов альбе́до. **Истинное** (или **ламбертово**) **альбе́до**, совпадающее с коэффициентом диффузного отражения, - это отношение потока, рассеянного плоским элементом поверхности во всех направлениях, к падающему на него потоку. Если поверхность освещается и наблюдается вертикально, то такое истинное альбе́до называют **нормальным**. Для света нормальное альбе́до чистого снега около 1.0, а древесного угля около 0.04.
- Значение альбе́до зависит от спектра падающего излучения и от свойств поверхности. Поэтому отдельно измеряют альбе́до для разных спектральных диапазонов (*оптическое, ультрафиолетовое, инфракрасное*), поддиапазонов (визуальное, фотографическое) и даже для отдельных длин волн (*монохроматическое альбе́до*).
- В астрономии часто используют **геометрическое**, или **плоское альбе́до** - отношение освещенности у Земли (т.е., блеска), создаваемой планетой в полной фазе, к освещенности, которую создал бы плоский абсолютно белый экран того же размера, что и планета, отнесенный на ее место и расположенный перпендикулярно лучу зрения и солнечным лучам. Визуальное геометрическое альбе́до Луны 0.12; Земли 0.367.
- Для расчета энергетического баланса планет используется **сферическое альбе́до** ("**альбе́до Бонда**"), введенное американским астрономом Д.Ф.Бондом (1825-1865) в 1861 г. Это отношение отраженного всей планетой потока излучения к падающему на нее потоку. Бондовское альбе́до Земли около 0.39, у лишенной атмосферы Луны оно 0.067, а у покрытой облаками Венеры 0.77.

# Задача 4

- Протопланета движется по параболической траектории вблизи молодой звезды. В точке перицентра она сталкивается с другой протопланетой с такой же массой, движущейся по круговой орбите. Перед ударом скорости обеих тел были сонаправлены, а после удара оба тела слились в одно без потери массы. Найти эксцентриситет орбиты нового тела.



# Задача 5

- Спутник обращается вокруг сферической планеты по эллиптической орбите. В перицентре спутник имеет высоту над поверхностью планеты 800 км и орбитальную скорость 12.3 км/с, в апоцентре – 2300 км и 11.1 км/с. Определите среднюю плотность планеты

# Задача 6

- Две малые планеты обращаются по круговым орбитам в том же направлении, что и Земля. Их синодические периоды одинаковы, а радиусы орбит отличаются вчетверо. Найти эти радиусы орбит.

# Занятия

- 6 января в 9-00 в школе № 27 – практика
- Пройдите опрос для школьников на сайте ДКЦ: <https://dkc43.ru/?p=4675>

## **Астрономические явления января**

**2 января** – Земля в перигелии своей орбиты  
(видимый диаметр Солнца наибольший 32'35")

**6 января** – Луна в последней четверти

**9 января** – Луна в перигее (видимый диаметр 32'32")