ЛЕКЦИЯ №4

УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Уравнение Бернулли для установившегося движения идеальной жидкости. Геометрическое и энергетическое толкование уравнения Бернулли.
2. Уравнение Бернулли для потока вязкой жидкости. Коэффициент Кориолиса. Общие сведения о гидравлических потерях.
3. Расходомер Вентури. Построение диаграмм по уравнению Бернулли.
4. Краткие сведения о движении газов: условия применимости законов гидравлики к движению газов.

УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ СТРУЙКИ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

$$(Xdx + Ydy + Zdz) - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right) =$$

$$= \frac{du_x}{d\tau}dx + \frac{du_y}{d\tau}dy + \frac{du_z}{d\tau}dz$$

$$(Xdx + Ydy + Zdz) = -gdz$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right) = dp$$

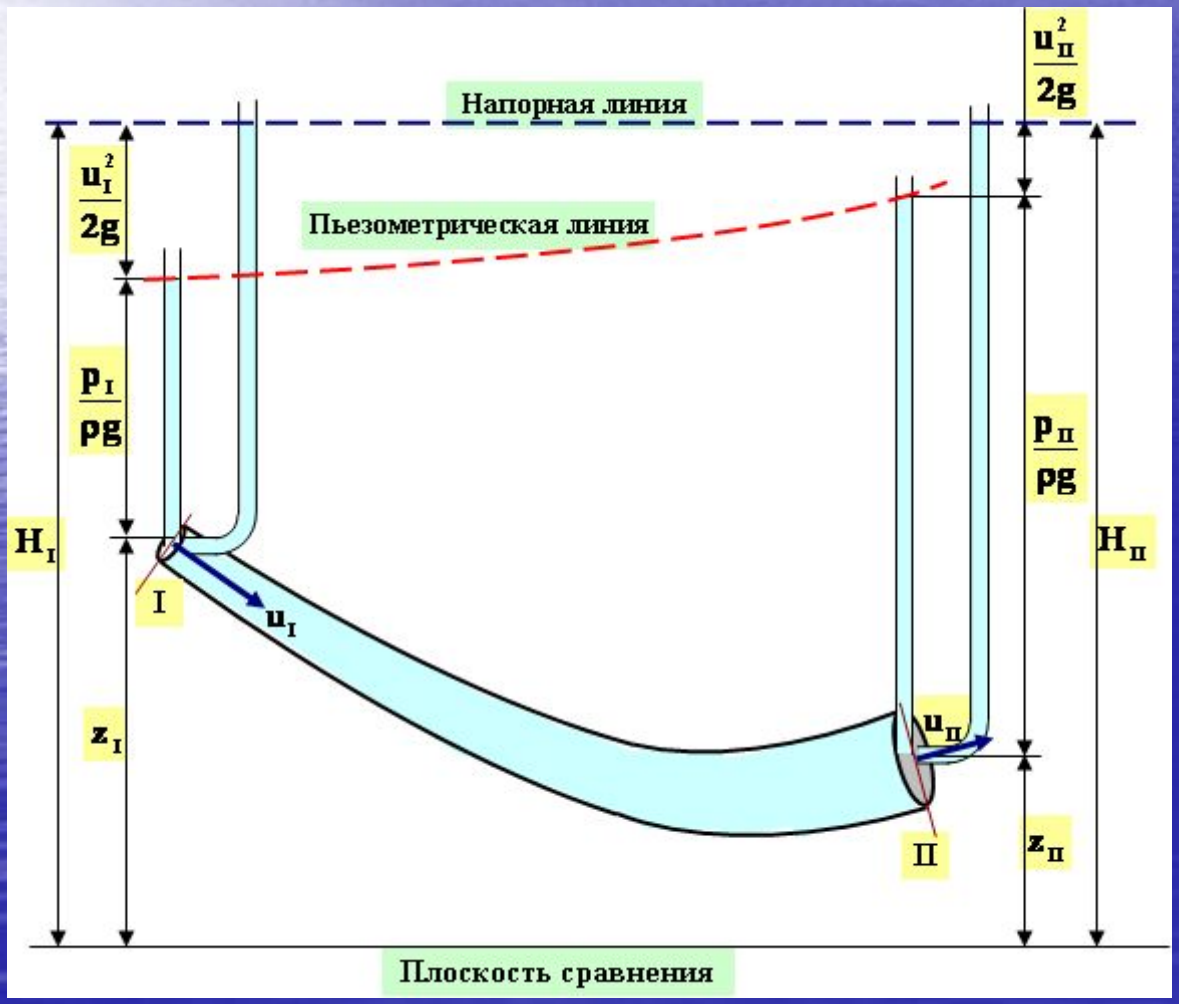
$$\frac{du_x}{d\tau}dx + \frac{du_y}{d\tau}dy + \frac{du_z}{d\tau}dz = \frac{du^2}{2}$$

$$dz + \frac{dp}{\rho g} + \frac{du^2}{2g} = 0$$

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = H = const$$

УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ СТРУЙКИ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

$$z_I + p_I/\rho g + u_I^2/2g = z_{II} + p_{II}/\rho g + u_{II}^2/2g = H = const$$



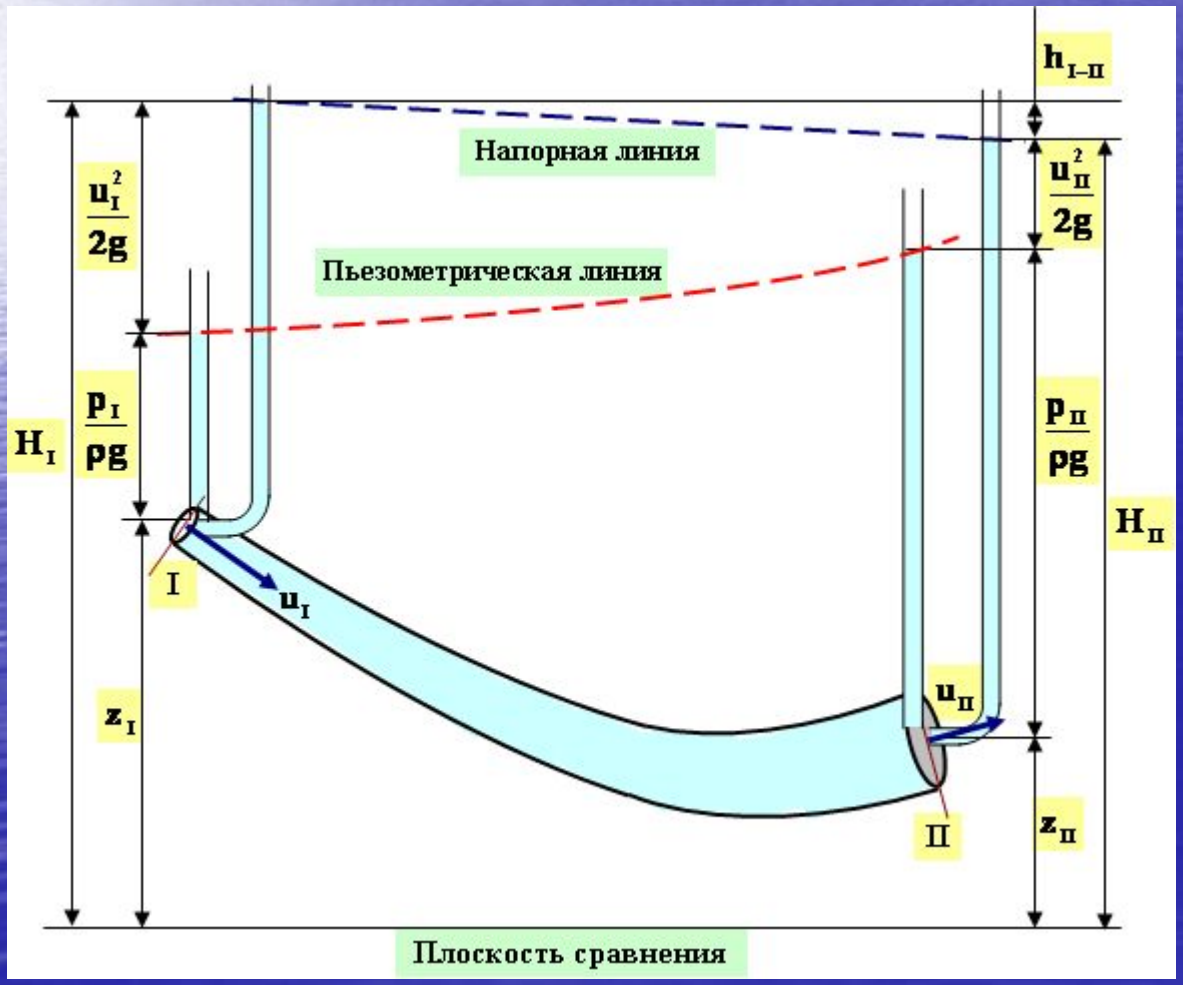
z — Геометрический напор

$\frac{p}{\rho g}$ — Пьезометрический (статический) напор

$\frac{u^2}{2g}$ — Скоростной (динамический) напор

УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ СТРУЙКИ РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

$$z_I + p_I/\rho g + u_I^2/2g = z_{II} + p_{II}/\rho g + u_{II}^2/2g + h_{w_{I-II}}$$



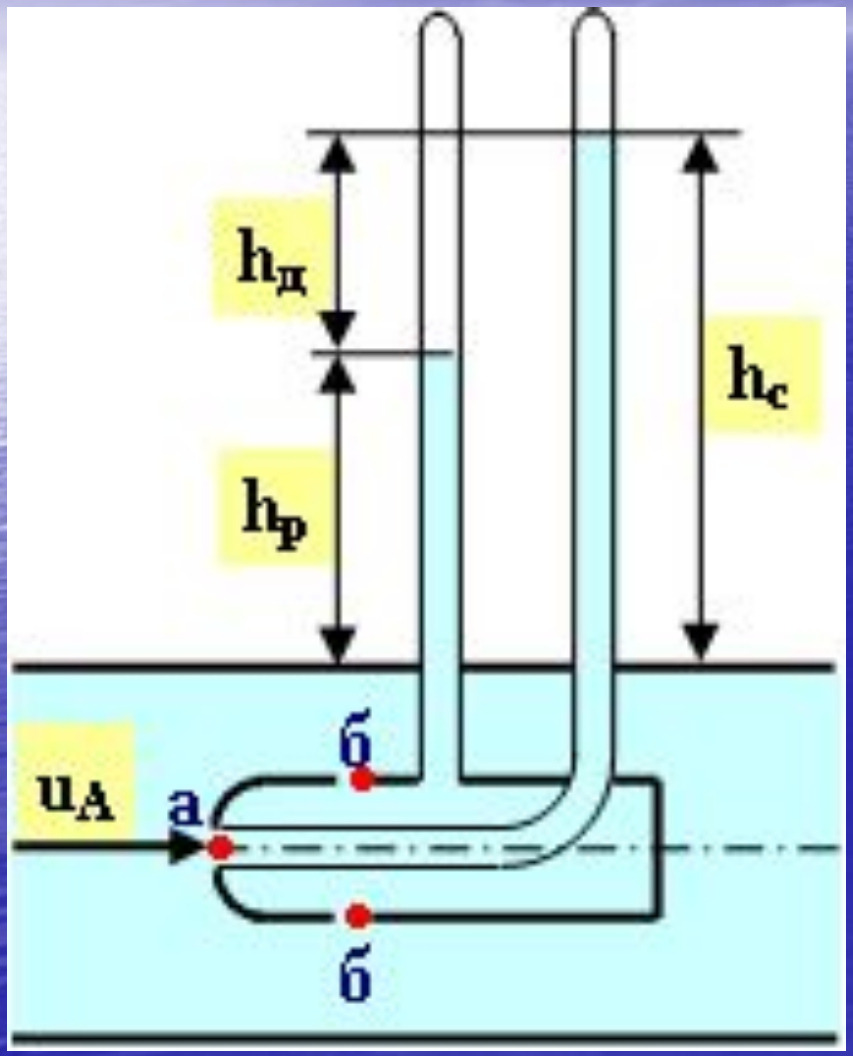
$$H_{II} = H_I - h_{w_{I-II}}$$

z — Потенциальная энергия положения

$\frac{p}{\rho g}$ — Потенциальная энергия давления

$\frac{u^2}{2g}$ — Кинетическая энергия

ТРУБКА ПИТО-ПРАНДТЛЯ



$$u_A = c = \sqrt{2gh_Д}$$

$$u_A^2 = 2gh_Д$$

$$h_Д = \frac{u_A^2}{2g}$$

УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ

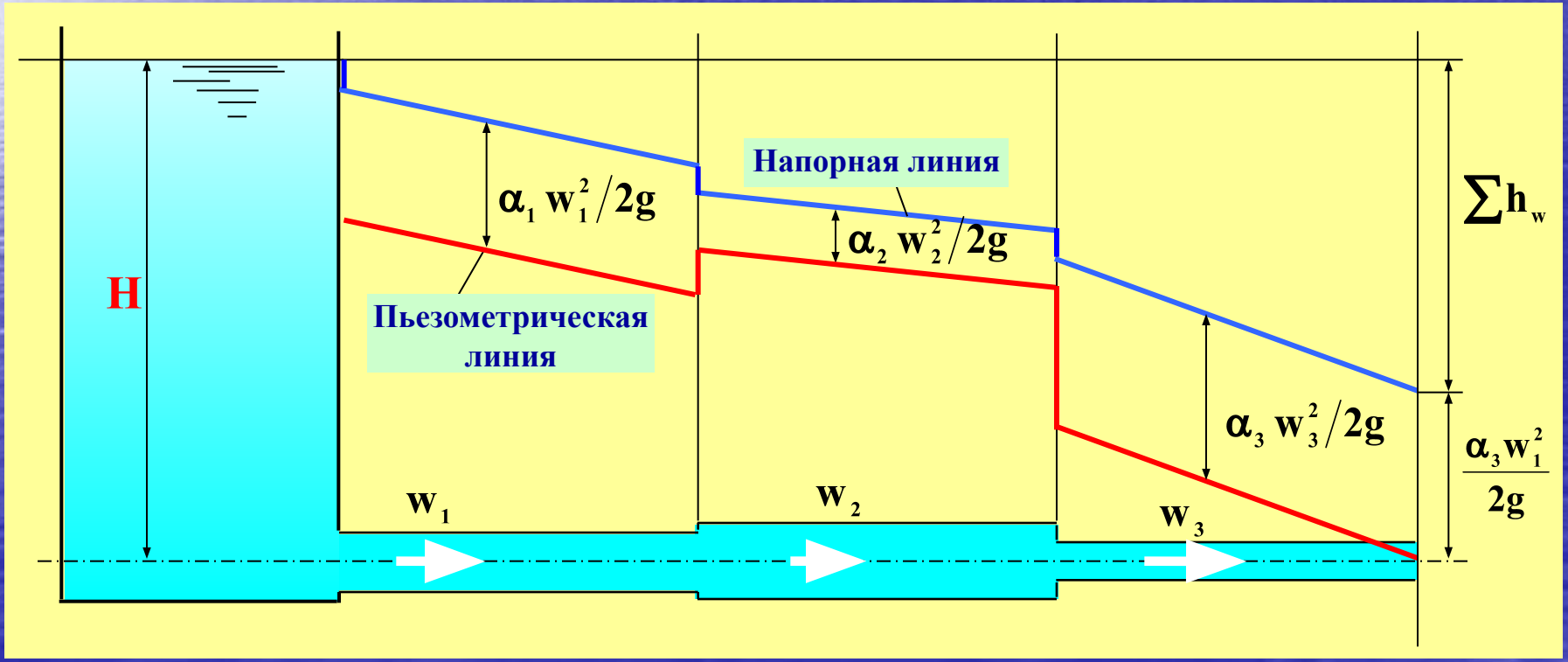
- Уравнение Бернулли, а также уравнение неразрывности, применяют только для установившегося движения вязкой несжимаемой жидкости.
- Уравнение Бернулли составляют для двух живых сечений, нормальных к направлению скорости. Эти сечения должны располагаться на прямолинейных участках потока.
- Одно из расчетных сечений, это сечение, где известны геометрический напор, давление, скорость (чаще всего это свободная поверхность жидкости в резервуаре), второе – сечение, где требуется определить эти значения (сечение на выходе из трубопровода).
- Нумеровать расчетные сечения следует так, чтобы жидкость двигалась от первого ко второму, в противном случае должен быть изменен на обратный знак величины h_w.

УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ

- Горизонтальную плоскость сравнения желательно проводить через центр тяжести выходного (второго) сечения, тогда $z_2 = 0$, а z_1 – будет величиной положительной.
- Последний член уравнения должен учитывать все потери напора между расчетными сечениями как местные, так и потери на трение (по длине).
- Если в уравнении Бернулли имеется ряд неизвестных скоростей, то их можно определить из уравнения неразрывности, выразив все неизвестные скорости через одну, которая уже рассчитывается по уравнению Бернулли.

УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ПОТОКА РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

$$H = \frac{w_3^2}{2g} + \sum h_{w_{I-II}}$$



УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ПОТОКА РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

$$H = \frac{w_3^2}{2g} + (\zeta_{вх} + \lambda_1 \cdot \frac{l_1}{d_1}) \cdot \frac{w_1^2}{2g} + (\zeta_{вр} + \lambda_2 \cdot \frac{l_2}{d_2}) \cdot \frac{w_2^2}{2g} + (\zeta_{вс} + \lambda_3 \cdot \frac{l_3}{d_3}) \cdot \frac{w_3^2}{2g}$$

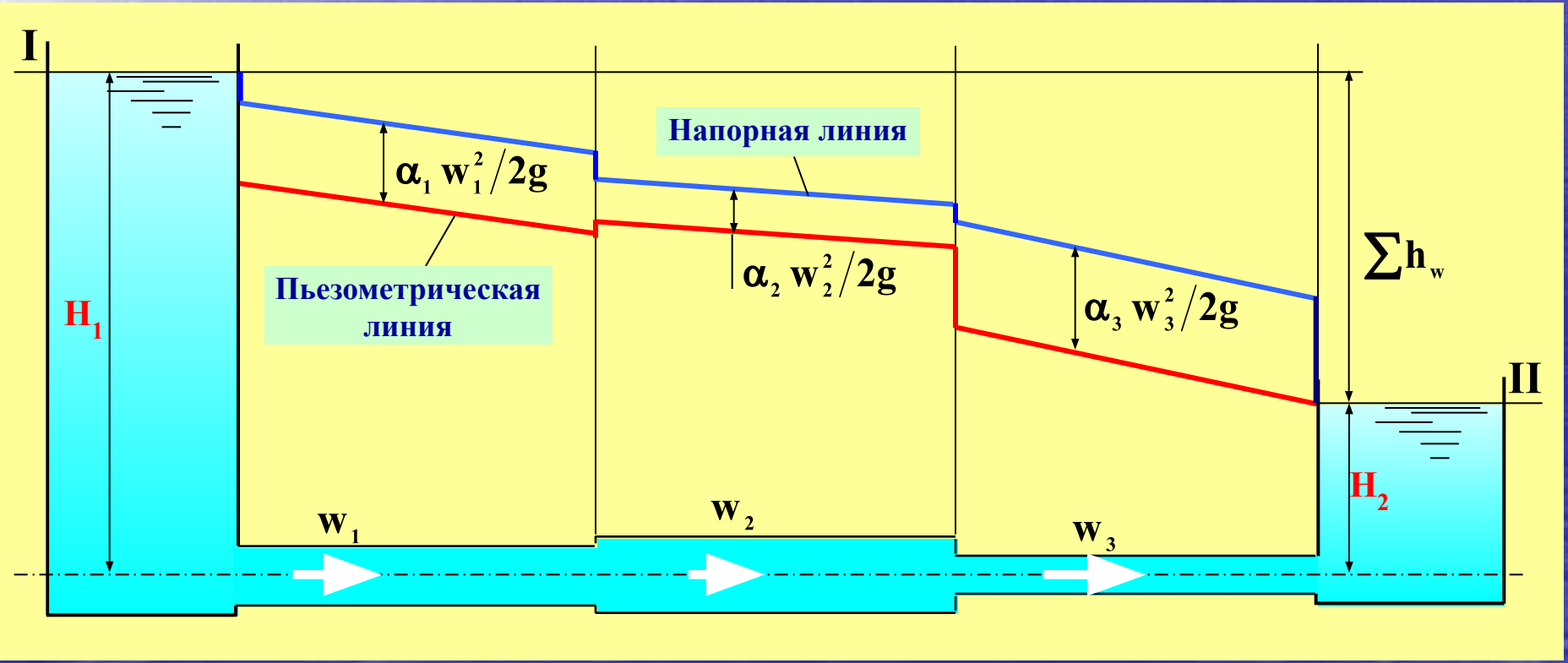
$$w_1 \cdot (\pi d_1^2 / 4) = w_2 \cdot (\pi d_2^2 / 4) = w_3 \cdot (\pi d_3^2 / 4) = V_c$$

$$H = \frac{w_3^2}{2g} + [\zeta_{вх} \cdot \frac{d_3^4}{d_1^4} + \lambda_1 \cdot \frac{l_1 d_3^4}{d_1^5}] \cdot \frac{w_3^2}{2g} + [\zeta_{вр} \cdot \frac{d_3^4}{d_2^4} + \lambda_2 \cdot \frac{l_2 d_3^4}{d_2^5}] \cdot \frac{w_3^2}{2g} + (\zeta_{вс} + \lambda_3 \cdot \frac{l_3}{d_3}) \cdot \frac{w_3^2}{2g}$$

$$w_3 = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \zeta_{вх} \frac{d_3^4}{d_1^4} + \lambda_1 \frac{l_1 d_3^4}{d_1^5} + \zeta_{вр} \frac{d_3^4}{d_2^4} + \lambda_2 \frac{l_2 d_3^4}{d_2^5} + \zeta_{вс} + \lambda_3 \frac{l_3}{d_3}}}$$

УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ПОТОКА РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

$$H_1 - H_2 = \sum h_{w_{I-II}}$$



УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ПОТОКА РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

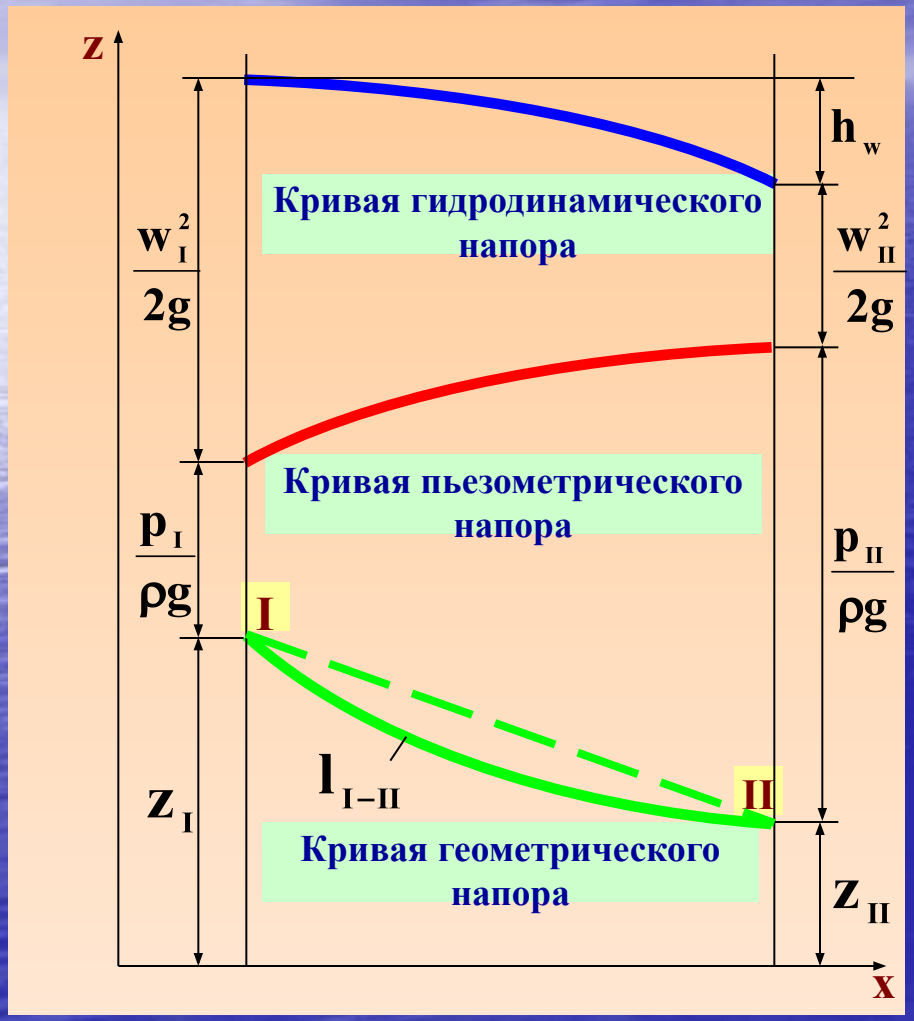
$$H_1 - H_2 = H_0 = (\zeta_{вх} + \lambda_1 \cdot \frac{l_1}{d_1}) \cdot \frac{w_1^2}{2g} + (\zeta_{вр} + \lambda_2 \cdot \frac{l_2}{d_2}) \cdot \frac{w_2^2}{2g} + (\zeta_{вс} + \lambda_3 \cdot \frac{l_3}{d_3}) \cdot \frac{w_3^2}{2g} + \zeta_{вых} \cdot \frac{w_3^2}{2g}$$

$$w_1 \cdot (\pi d_1^2 / 4) = w_2 \cdot (\pi d_2^2 / 4) = w_3 \cdot (\pi d_3^2 / 4) = V_c$$

$$H_0 = [\zeta_{вх} \frac{d_3^4}{d_1^4} + \lambda_1 \frac{l_1 d_3^4}{d_1^5}] \cdot \frac{w_3^2}{2g} + [\zeta_{вр} \frac{d_3^4}{d_2^4} + \lambda_2 \frac{l_2 d_3^4}{d_2^5}] \cdot \frac{w_3^2}{2g} + (\zeta_{вс} + \lambda_3 \cdot \frac{l_3}{d_3}) \cdot \frac{w_3^2}{2g} + \zeta_{вых} \frac{w_3^2}{2g}$$

$$w_3 = \sqrt{\frac{2gH_0}{\zeta_{вх} \frac{d_3^4}{d_1^4} + \lambda_1 \frac{l_1 d_3^4}{d_1^5} + \zeta_{вр} \frac{d_3^4}{d_2^4} + \lambda_2 \frac{l_2 d_3^4}{d_2^5} + \zeta_{вс} + \lambda_3 \frac{l_3}{d_3} + \zeta_{вых}}}$$

УКЛОНЫ ПОТОКА



Гидравлический уклон

$$I_г = \frac{h_w}{l_{I-II}} = \frac{\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 w_1^2}{2g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 w_2^2}{2g}\right)}{l_{I-II}}$$

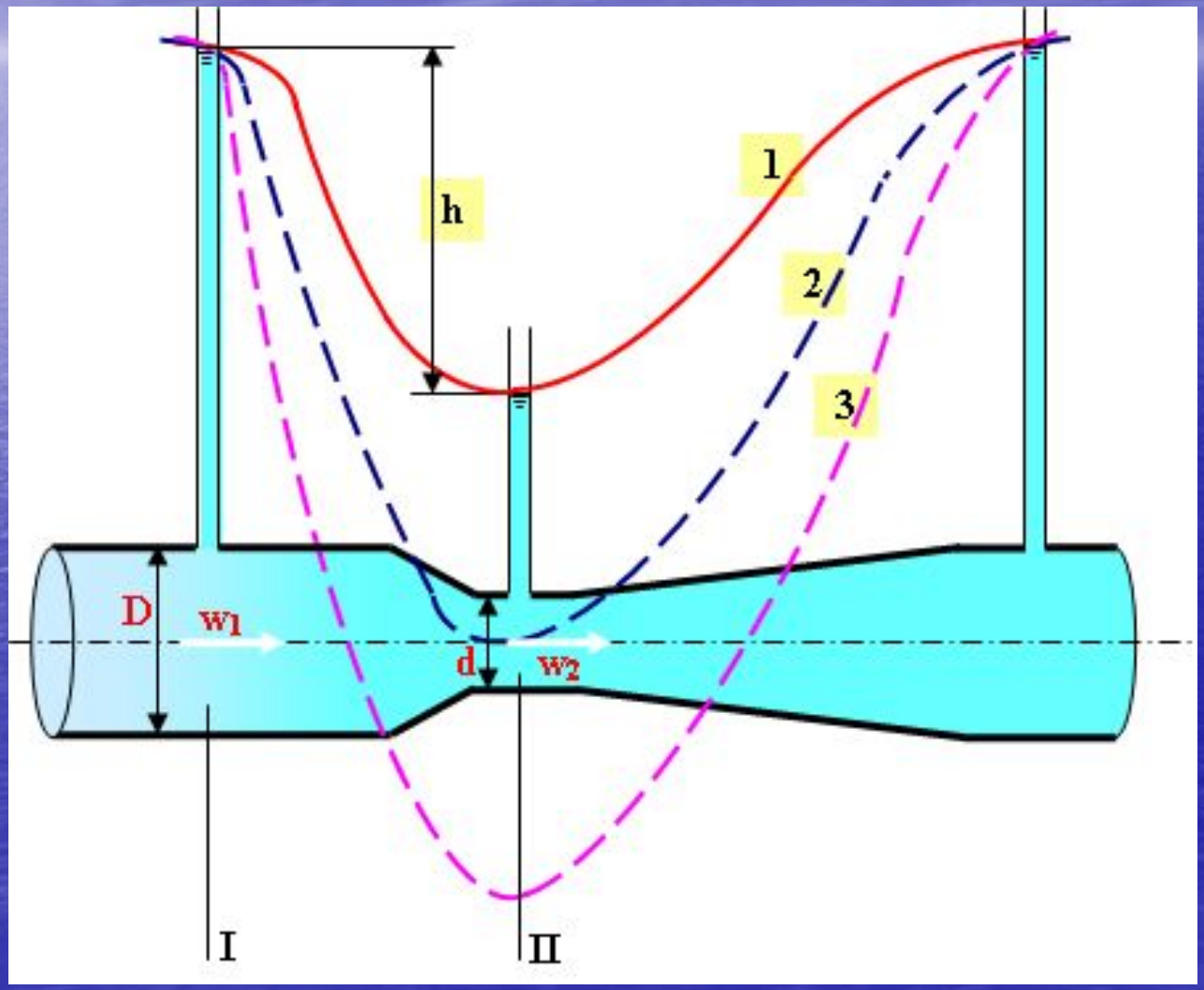
Пьезометрический уклон

$$I_p = \frac{\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g}\right)}{l_{I-II}}$$

Геометрический уклон

$$i = \frac{z_1 - z_2}{l_{I-II}}$$

РАСХОДОМЕР ВЕНТУРИ



РАСХОДОМЕР ВЕНТУРИ

Определение расхода

$$p_1/\rho g + w_1^2/2g = p_2/\rho g + w_2^2/2g$$

$$p_1/\rho g - p_2/\rho g = h = w_2^2/2g - w_1^2/2g$$

$$h = (w_2^2 - w_1^2)/2g = (w_1^2/2g)((w_2^2/w_1^2) - 1)$$

$$h = (w_1^2/2g)((D/d)^4 - 1)$$

$$w_1 = \sqrt{2gh/((D/d)^4 - 1)}$$

$$V_{c_T} = (\pi D^2/4) \cdot \sqrt{2gh/((D/d)^4 - 1)} = c\sqrt{h}$$

$$V_c = \mu c\sqrt{h}$$

$$\mu = 0{,}95 \div 0{,}98$$

РАСХОДОМЕР ВЕНТУРИ

$$V_c = const \qquad H = const$$

Линия 1

$$h_и = H - \frac{w_2^2}{2g} = H - \frac{V_c^2}{F_2^2 \cdot 2g}$$

Сечение II – избыточное давление

Линия 2

$$H = \frac{V_c^2}{F_2^2 \cdot 2g} \quad \text{при} \quad F_2 = \sqrt{\frac{V_c^2}{2gH}}$$

Сечение II – атмосферное давление

Линия 3

$$F_2 < \sqrt{\frac{V_c^2}{2gH}}$$

Сечение II – вакуум