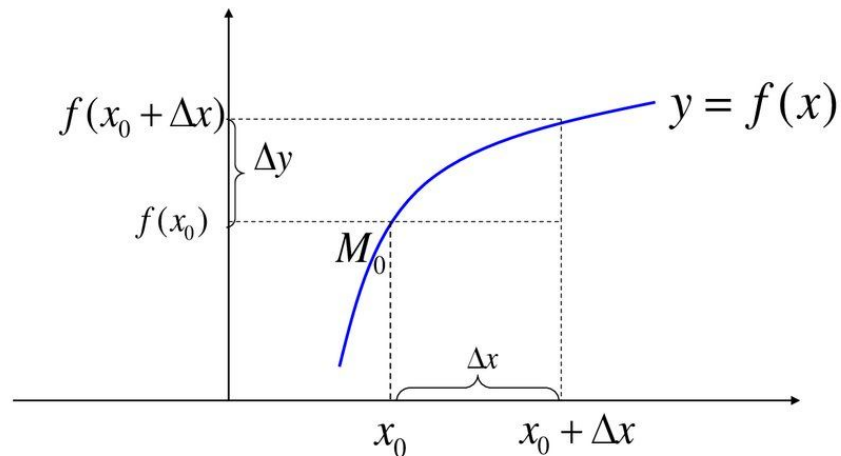


Производная сложной функции



Δx - приращение аргумента

$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ - приращение функции

Производная сложная функция

Формула нахождения производной сложной функции:

$$\left(f(g(x))\right)' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Решение задач



Пример. Найти производную сложной функции

$$y = (2x + 1)^2$$

Решение:

В данном примере f – функция возведения в квадрат, а $g(x) = (2x + 1)$ – линейная функция. Вот подробное решение с использованием формулы производной сложной функции:

$$\left(f(g(x)) \right)' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$f'(g(x)) = \left((g(x))^2 \right)' = 2(g(x))^{2-1} = 2 \cdot g(x) = 2 \cdot (2x + 1);$$

$$g'(x) = (2x + 1)' = (2x)' + (1)' = 2 + 0 = 2$$

$$\left(f(g(x)) \right)' = f'(g(x)) \cdot g'(x) = 2 \cdot (2x + 1) \cdot 2 = 8x + 4$$

Ответ: $y' = \left((2x + 1)^2 \right)' = 8x + 4$

или

$$y' = \left((2x + 1)^2 \right)' = \left((2x + 1)^2 \right)' \cdot (2x + 1)' = 2(2x + 1) \cdot 2 = 8x + 4$$

Самостоятельно решить следующие примеры:

$$1) y = (-2x + 2)^4$$

$$2) y = (x^2 - 2)^3$$

$$3) y = (3x + 2)^5$$

$$4) y = (-5x + 11)^4$$



Пример: найти производную функции:

$$y = \sin^2 x \qquad y = \sin x^2$$

Решение:

В первом случае f – это функция возведения в квадрат, а $g(x)$ – функция синуса, поэтому

$$y' = (\sin^2 x)' = 2 \cdot \sin^{2-1} x \cdot (\sin x)' = 2 \sin x \cdot \cos x$$

Во втором случае f – это функция синуса, а формула – степенная функция. Следовательно, по формуле произведения сложной функции имеем

$$y' = (\sin x^2)' = \cos(x^2) \cdot (x^2)' = \cos(x^2) \cdot 2 \cdot x^{2-1} = 2x \cos(x^2)$$

Самостоятельно решить следующие примеры:

$$1) y = \cos^2 x$$

$$2) y = \cos x^2$$

