# Нерелятивистская (ньютонова) механика. Кинематика.

где *c*=3·10<sup>8</sup> м/с.

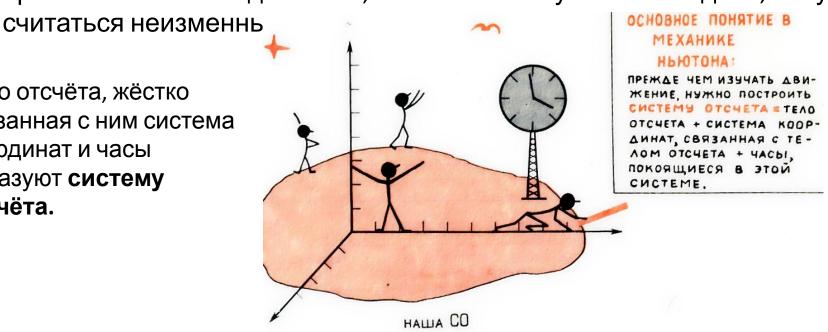
# 1. Основные понятия и определения, простейшие модели

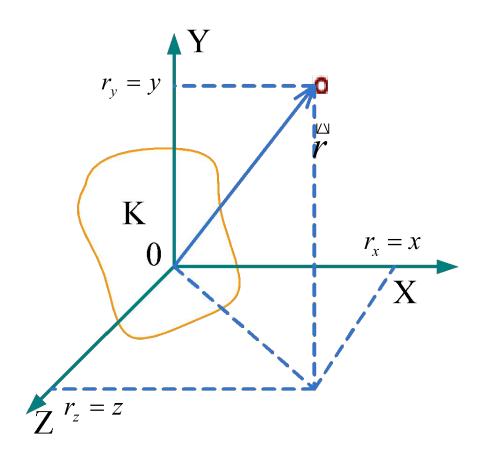
# Простейшие модели механических

- СИСТЕМ:
  •материальная точка (м.т.) любой объект, формой и размерами которого в данной задаче (в данных условиях) можно пренебречь;
- •набор конечного числа материальных точек достаточно общая модель произвольной механической системы;

•абсолютно твёрдое тело (АТТ) – тело, форма и размеры которого при наличии тех воздействий, что описаны в условиях задачи, могут

Тело отсчёта, жёстко связанная с ним система координат и часы образуют систему отсчёта.





Закон движения м.т.

$$x = x(t)$$

$$y = y(t)$$

$$z = z(t)$$

$$y = r(t)$$

координаты радиус-вектор

$$\overset{\bowtie}{s}(t_1, t_2) = \overset{\bowtie}{r}(t_2) - \overset{\bowtie}{r}(t_1) \equiv \Delta \overset{\bowtie}{r}$$

При малых  $\Delta t \equiv t_2 - t_1$ 

$$\left| \stackrel{\bowtie}{s}(t_1, t_2) \right| \approx l(t_1, t_2)$$

$$\overset{\boxtimes}{v_{cp}}(t_1, t_2) \equiv \frac{\overset{\boxtimes}{s}(t_1, t_2)}{t_2 - t_1} \equiv \frac{\Delta \overset{\boxtimes}{r}}{\Delta t}$$

$$\overset{\boxtimes}{\upsilon}(t) \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \overset{\boxtimes}{\upsilon}_{cp}(t, t + \Delta t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$$\mathcal{V}(t) \equiv \frac{dr}{dt} \equiv \mathcal{F}$$

$$\overset{\boxtimes}{a}(t) \equiv \frac{d\overset{\bowtie}{\upsilon}}{dt} \equiv \overset{\boxtimes}{\upsilon}$$

$$\vec{a} \equiv \vec{r} \equiv \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

$$\overset{\boxtimes}{a_{cp}}(t_1, t_2) \equiv \frac{\overset{\boxtimes}{v}(t_2) - \overset{\boxtimes}{v}(t_1)}{t_2 - t_1} \equiv \frac{\Delta \overset{\boxtimes}{v}}{\Delta t}$$

Прямая задача кинематики:

з.д. задан

r(t)

требуется найти

$$r(t) \rightarrow v(t)$$



$$\overset{\bowtie}{\upsilon}(t) \to \overset{\bowtie}{a}(t)$$



выполняется с помощью дифференцирования (см.пред. слайд)

Обратная задача кинематики:

заданы

$$\stackrel{\bowtie}{v}(t)$$

требуется найти





выполняется с помощью интегрирования:

$$\overset{\boxtimes}{r}(t) = \overset{\boxtimes}{r}(0) + \int_{0}^{t} \overset{\boxtimes}{\upsilon}(t')dt' = \overset{\boxtimes}{r_0} + \int_{0}^{t} \overset{\boxtimes}{\upsilon}(t')dt' \qquad \overset{\boxtimes}{\upsilon}(t) = \overset{\boxtimes}{\upsilon}(0) + \int_{0}^{t} \overset{\boxtimes}{a}(t')dt' = \overset{\boxtimes}{\upsilon_0} + \int_{0}^{t} \overset{\boxtimes}{a}(t')dt'$$

Пример:  $\overset{\bowtie}{a} = const$   $\overset{\bowtie}{\smile} \overset{\bowtie}{\upsilon}(t) = \overset{\bowtie}{\upsilon}_0 + \overset{\bowtie}{a}t$   $\overset{\bowtie}{\smile} \overset{\bowtie}{r}(t) = \overset{\boxtimes}{r_0} + \overset{\boxtimes}{\upsilon}_0 t + \overset{\overset{\bowtie}{a}t^2}{\smile}$ 

$$\Rightarrow r$$

$$(\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{\mathbf{a}}{a})$$

$$\upsilon_{x} = \frac{dx}{dt}$$

$$a_{x} = \frac{d\upsilon_{x}}{dt}$$

$$x(t) = x_{0} + \int_{0}^{t} \upsilon_{x}(t')dt'$$

$$\upsilon_{x}(t) = \upsilon_{0x} + \int_{0}^{t} a_{x}(t')dt'$$

Надо знать: перемещение, путь, мгновенная скорость, ускорение, прямая и обратная задачи кинематики

# 2. Криволинейное движение материальной точки на плоскости

$$\stackrel{ extstyle \square}{a}_{ au}^{ o}$$
 - касательное или тангенциальное ускорение

$$a_{\tau} \uparrow \uparrow \upsilon$$
 при  $d\upsilon/dt > 0$ 

$$a_{\tau} \uparrow \downarrow \upsilon$$
  $d\upsilon/dt < 0$ 

$$\left| \stackrel{\boxtimes}{a_{\tau}} \right| = \frac{d\upsilon}{dt}$$

$$\overset{\mathbb{M}}{a_n} \equiv \upsilon \frac{d\tau}{dt}$$

$$\overset{oxdot}{a}_n$$

- нормальное ускорение

$$d\overset{\bowtie}{\tau} \perp \overset{\bowtie}{\tau}(t)$$

$$\mathcal{O}_{\mathcal{O}}^{\bowtie}(t+dt)$$

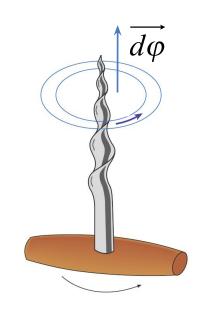
$$a_n \perp v$$

$$\frac{\left|d\frac{\nabla}{\tau}\right|}{\left|\tau\right|} = \left|d\phi\right|$$

 $\tau^{\omega}(t)$ 

$$\frac{d\varphi}{d\tau}(t+dt) d\tau$$

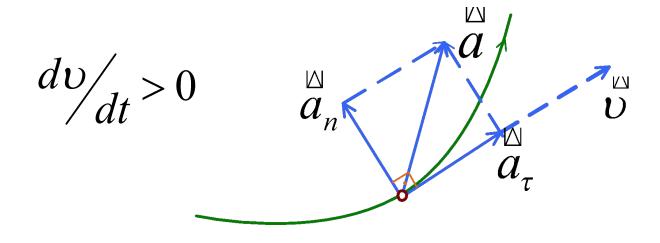
$$\frac{d\varphi}{d\varphi}(t)$$

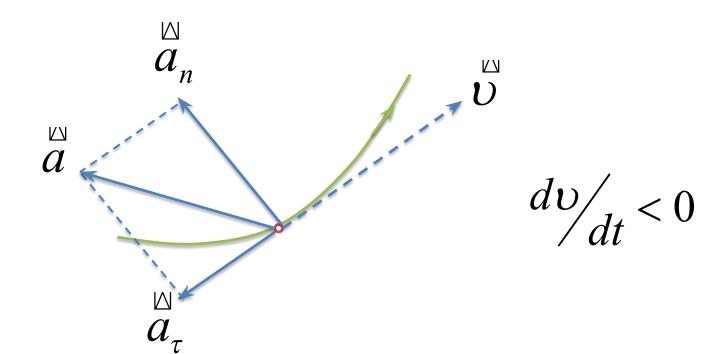


$$|d\tau| = |d\varphi|$$

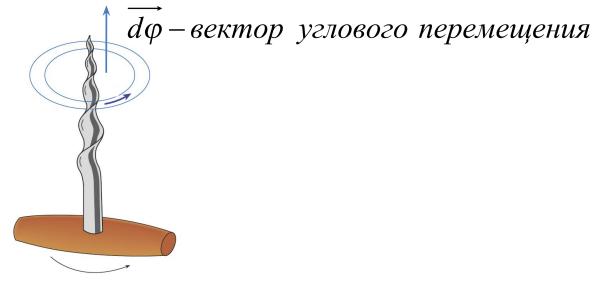
$$d\overset{\mathbb{N}}{\tau} = [\overrightarrow{d\varphi}, \overset{\mathbb{N}}{\tau}]$$

$$\overset{\mathbb{M}}{a_n} = \upsilon \left[ \frac{\overrightarrow{d\varphi}}{dt}, \overset{\mathbb{M}}{\tau} \right] = \left[ \frac{\overrightarrow{d\varphi}}{dt}, \overset{\mathbb{M}}{\upsilon} \right]$$





$$\overset{\mathbb{Z}}{a_n} = \left[ \frac{\overrightarrow{d\varphi}}{dt}, \overset{\mathbb{Z}}{\upsilon} \right]$$



$$\overset{\mathbb{N}}{\omega} = \frac{\overrightarrow{d\varphi}}{dt}$$

-вектор угловой скорости материальной точки; направление определяется правилом правого винта (буравчика)

$$\overset{\bowtie}{a}_{n} = [\overset{\bowtie}{\omega}, \overset{\bowtie}{\upsilon}]$$

Надо знать: тангенциальное ускорение, нормальное ускорение, полное ускорение, угловая скорость, правило правого винта

# 3. Неравномерное движение по окружности

$$\omega = \omega(t) \neq const$$

$$dr = [\overrightarrow{d\phi}, r]$$
  $dt \longrightarrow \overrightarrow{\upsilon} = [\overrightarrow{\omega}, \overrightarrow{r}]$   $\overrightarrow{\frac{d}{dt}}[\overrightarrow{\omega}, r] = \overrightarrow{a} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{d\omega}, \overrightarrow{\omega} \\ \overrightarrow{dt}, r \end{bmatrix} + [\overrightarrow{\omega}, \overrightarrow{\upsilon}]$   $\varepsilon = \frac{d\overrightarrow{\omega}}{dt}$  - угловое ускорение  $\overrightarrow{a}_{\tau}$   $\overrightarrow{a}_{n}$ 

$$\overset{\bowtie}{a} = \left[\overset{\bowtie}{\varepsilon}, \overset{\bowtie}{r}\right] + \left(-\omega^2 \overset{\bowtie}{r}\right)$$

полное ускорение

### Надо знать:

### Таблица аналогий в кинематике

Линейны е к.х.	$dr^{\bowtie}$	<b>U</b>	$\stackrel{oxdot}{oldsymbol{lpha}}_{ au}$	X	$v_x$	$a_{x}$
Угловые к.х.	$d\phi$	$\omega$	$\overline{\mathcal{E}}$	φ	$\omega_z$	$\mathcal{E}_{_{Z}}$

$$dr = [\overrightarrow{d\varphi}, r] \qquad |dr| = |\overrightarrow{d\varphi}| \cdot R$$

$$v = [\omega, r] \qquad v = \omega R$$

$$a_{\tau} = [\varepsilon, r] \qquad a_{\tau} = \varepsilon R$$

$$a_{n} = [\omega, v] \qquad a_{n} = \omega^{2} R = \frac{v^{2}}{R}$$