

Нерелятивистская (ньютонова) механика. Кинематика.

$$|v| \ll c$$

где $c=3 \cdot 10^8$
м/с.

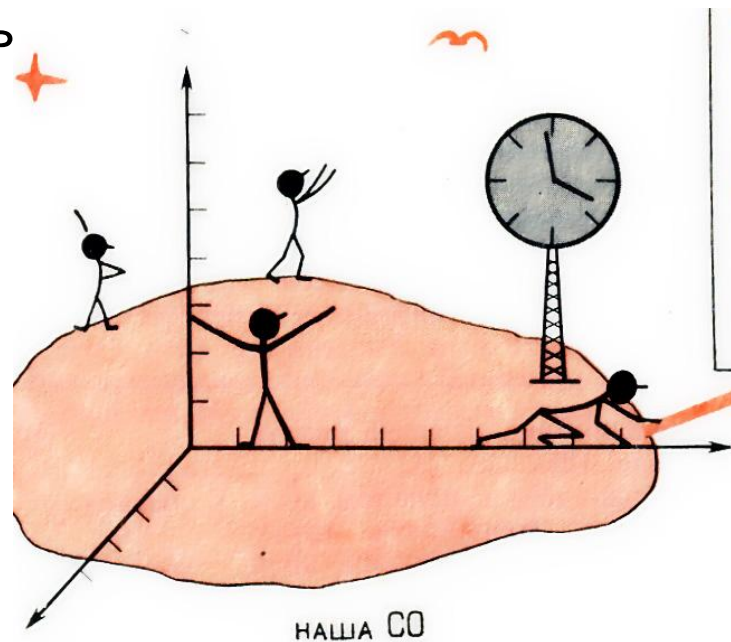
1. Основные понятия и определения, простейшие модели

Простейшие модели механических

систем:

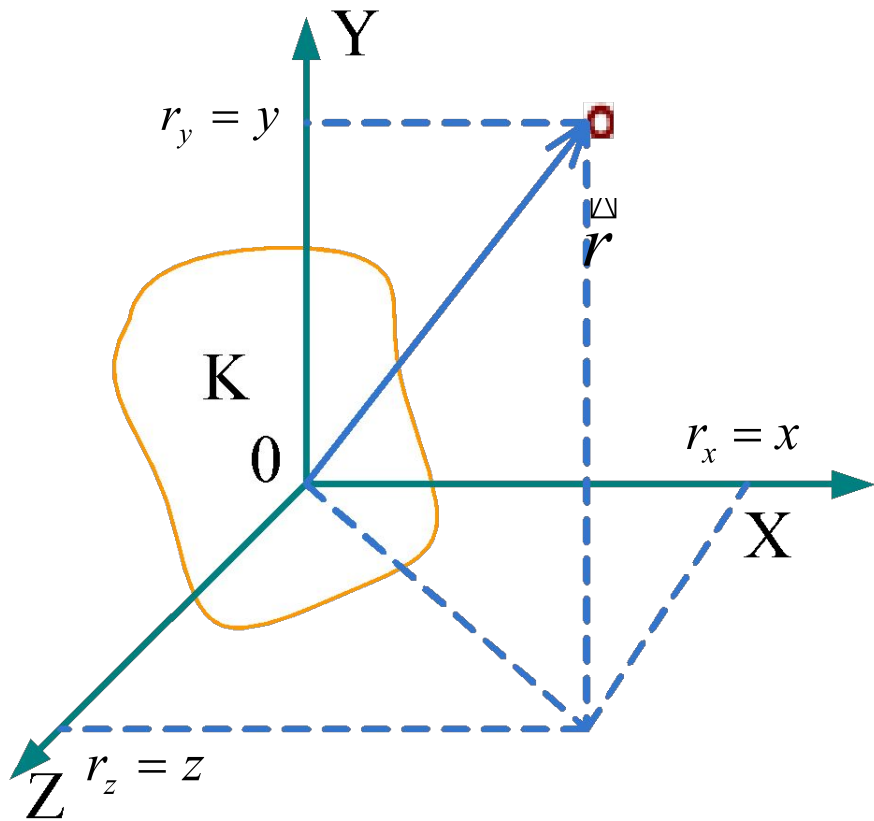
- **материальная точка (м.т.)** – любой объект, формой и размерами которого в данной задаче (в данных условиях) можно пренебречь;
- **набор конечного числа материальных точек** – достаточно общая модель произвольной механической системы;
- **абсолютно твёрдое тело (АТТ)** – тело, форма и размеры которого при наличии тех воздействий, что описаны в условиях задачи, могут считаться неизменны

Тело отсчёта, жёстко связанная с ним система координат и часы образуют **систему отсчёта**.



**ОСНОВНОЕ ПОНЯТИЕ В
МЕХАНИКЕ
НЬЮТОНА:**

ПРЕЖДЕ ЧЕМ ИЗУЧАТЬ ДВИЖЕНИЕ, НУЖНО ПОСТРОИТЬ **СИСТЕМУ ОТСЧЕТА** = ТЕЛО ОТСЧЕТА + СИСТЕМА КООРДИНАТ, СВЯЗАННАЯ С ТЕЛОМ ОТСЧЕТА + ЧАСЫ, ПОКОЯЩИЕСЯ В ЭТОЙ СИСТЕМЕ.



Закон движения м.т.

$$\left. \begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned} \right\} \vec{r} = \vec{r}(t)$$

координаты радиус-вектор

Прямая задача
кинематики:

з.д. задан

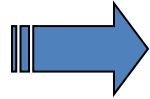
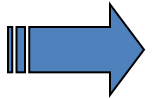
$\vec{r}(t)$

требуется найти

$\vec{r}(t) \rightarrow \vec{v}(t)$

и

$\vec{v}(t) \rightarrow \vec{a}(t)$



выполняется с помощью
дифференцирования
(см.пред. слайд)

Обратная задача
кинематики:

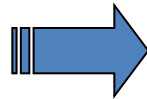
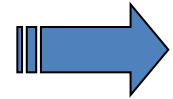
заданы

$\vec{v}(t)$

$\vec{a}(t)$

требуется найти
з.д.

$\vec{r}(t)$



выполняется с помощью интегрирования:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \int_0^t \vec{v}(t') dt' = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t') dt' \quad \vec{v}(t) = \vec{v}(0) + \int_0^t \vec{a}(t') dt' = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t') dt'$$

Пример:

$\vec{a} = const$



$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t$



$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v_x(t') dt'$$

$$v_x(t) = v_{0x} + \int_0^t a_x(t') dt'$$

Надо знать: перемещение, путь, мгновенная скорость, ускорение, прямая и обратная задачи кинематики

2. Криволинейное движение материальной точки на плоскости

$$\vec{a} \neq 0 \quad \vec{v} = v\vec{\tau} \quad v \equiv |\vec{v}| \quad \vec{\tau} = \frac{\vec{v}}{v} \quad |\vec{\tau}| = 1$$

$$\vec{a} \equiv \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + v\frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

$$\vec{a}_\tau \equiv \frac{dv}{dt}\vec{\tau} \quad \vec{a}_n \equiv v\frac{d\vec{\tau}}{dt} \quad \vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

\vec{a}_τ – касательное или тангенциальное ускорение

$$|\vec{a}_\tau| = \frac{dv}{dt}$$

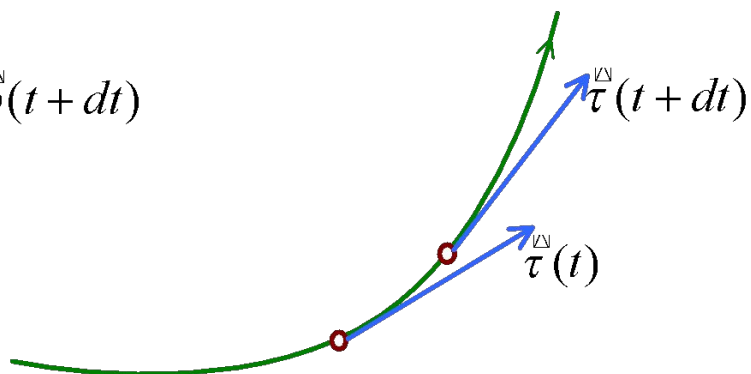
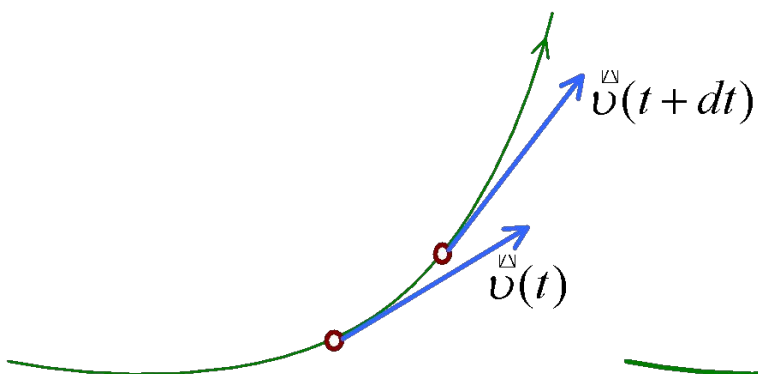
$$\vec{a}_\tau \uparrow \uparrow \vec{v} \quad \text{при} \quad \frac{dv}{dt} > 0$$

$$\vec{a}_\tau \uparrow \downarrow \vec{v} \quad \text{при} \quad \frac{dv}{dt} < 0$$

$$\boxed{\vec{a}_n \equiv v \frac{d\vec{\tau}}{dt}}$$

\vec{a}_n - нормальное ускорение

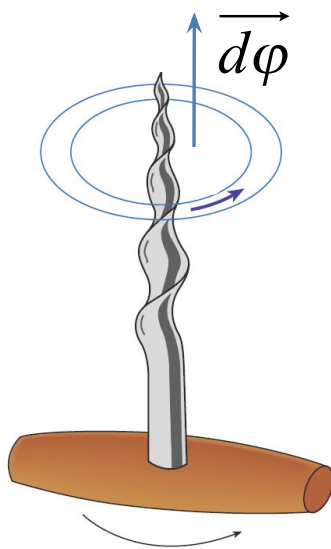
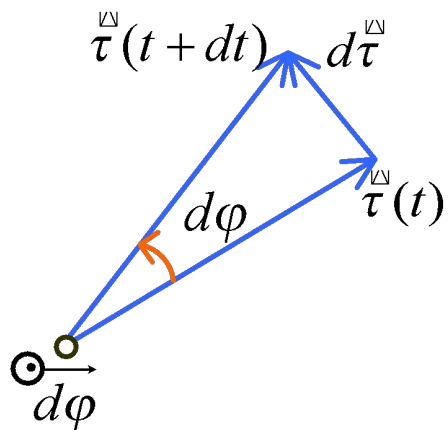
$$d\vec{\tau} \perp \vec{\tau}(t)$$



$$\vec{a}_n \perp \vec{v}$$

$$\frac{|d\vec{\tau}|}{|\vec{\tau}|} = |d\varphi|$$

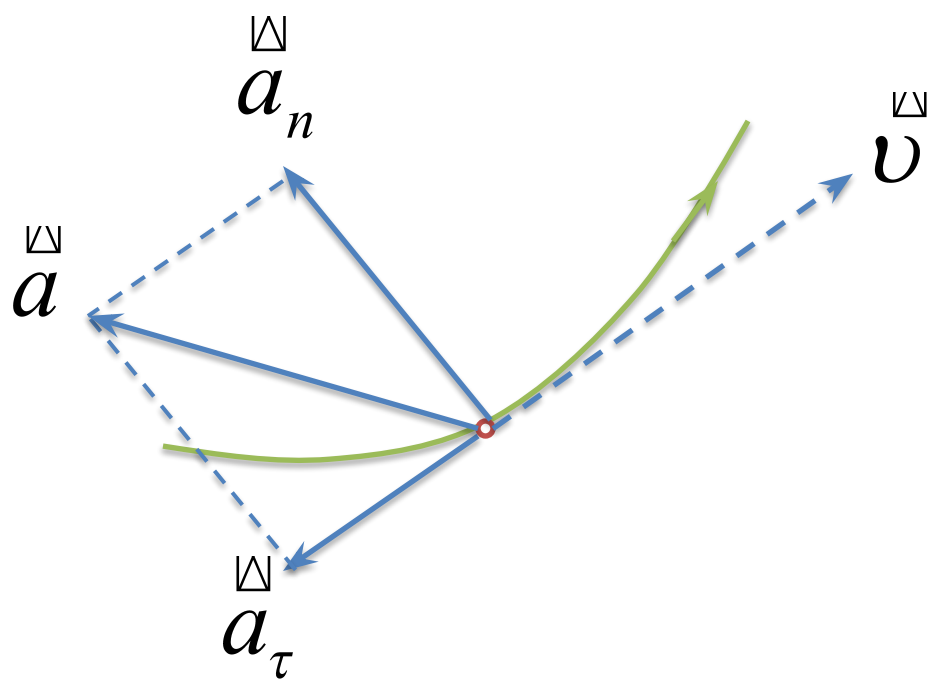
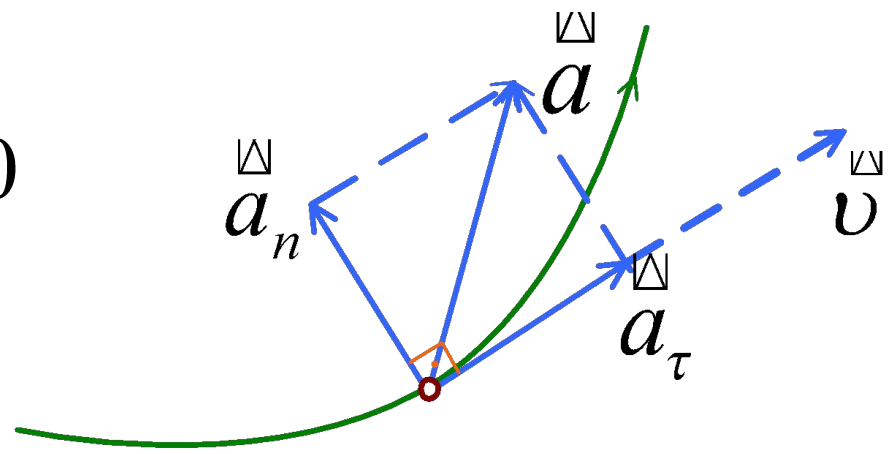
$$|d\vec{\tau}| = |d\varphi|$$



$$d\vec{\tau} = [d\varphi, \vec{\tau}]$$

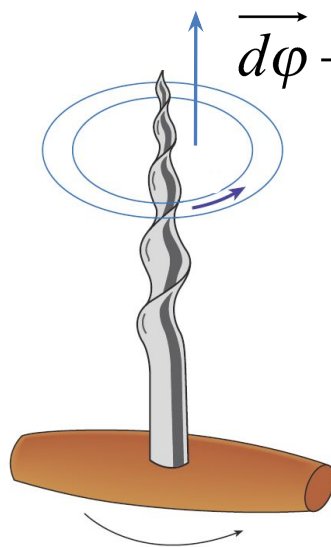
$$\vec{a}_n = v \left[\frac{d\varphi}{dt}, \vec{\tau} \right] = \left[\frac{d\varphi}{dt}, v \right]$$

$$dv/dt > 0$$



$$dv/dt < 0$$

$$\vec{a}_n = \left[\frac{\vec{d\varphi}}{dt}, v \right]$$



$\vec{d\varphi}$ – вектор углового перемещения

$$\vec{\omega} \equiv \frac{\vec{d\varphi}}{dt}$$

-вектор угловой скорости материальной точки;
направление определяется **правилом правого винта (буравчика)**

$$\vec{a}_n = [\vec{\omega}, v]$$

Надо знать: тангенциальное ускорение, нормальное ускорение, полное ускорение, угловая скорость, правило правого винта

3. Неравномерное движение по окружности

$$\overset{\boxtimes}{\omega} = \overset{\boxtimes}{\omega}(t) \neq \text{const}$$

$$d\overset{\boxtimes}{r} = [\overset{\boxtimes}{d\varphi}, \overset{\boxtimes}{r}] / dt \quad \longrightarrow \quad \overset{\boxtimes}{v} = [\overset{\boxtimes}{\omega}, \overset{\boxtimes}{r}]$$

$$\frac{d}{dt} [\overset{\boxtimes}{\omega}, \overset{\boxtimes}{r}] = \overset{\boxtimes}{a} = \left[\frac{d\overset{\boxtimes}{\omega}}{dt}, \overset{\boxtimes}{r} \right] + [\overset{\boxtimes}{\omega}, \overset{\boxtimes}{v}]$$

$$\overset{\boxtimes}{\varepsilon} \equiv \frac{d\overset{\boxtimes}{\omega}}{dt} \quad \text{- угловое ускорение}$$

$$\overset{\boxtimes}{a}_\tau \qquad \overset{\boxtimes}{a}_n$$

$$\overset{\boxtimes}{a} = [\overset{\boxtimes}{\varepsilon}, \overset{\boxtimes}{r}] + (-\omega^2 \overset{\boxtimes}{r})$$

полное ускорение

Надо знать:

Таблица аналогий в кинематике

Линейны е к.х.	\overrightarrow{dr}	$\overset{\curvearrowright}{v}$	$\overset{\curvearrowright}{a}_\tau$	x	v_x	a_x
Угловые к.х.	$\overrightarrow{d\varphi}$	$\overset{\curvearrowright}{\omega}$	$\overset{\curvearrowright}{\varepsilon}$	φ	ω_z	ε_z

$$\overset{\curvearrowright}{dr} = [\overrightarrow{d\varphi}, r] \quad \left| \overset{\curvearrowright}{dr} \right| = \left| \overrightarrow{d\varphi} \right| \cdot R$$

$$\overset{\curvearrowright}{v} = [\overset{\curvearrowright}{\omega}, r] \quad v = \omega R$$

$$\overset{\curvearrowright}{a}_\tau = [\overset{\curvearrowright}{\varepsilon}, r] \quad a_\tau = \varepsilon R$$

$$\overset{\curvearrowright}{a}_n = [\overset{\curvearrowright}{\omega}, \overset{\curvearrowright}{v}] \quad a_n = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$$