Нерелятивистская (ньютонова) механика. Кинематика.

$$\left|\vec{\upsilon}\right| << c$$

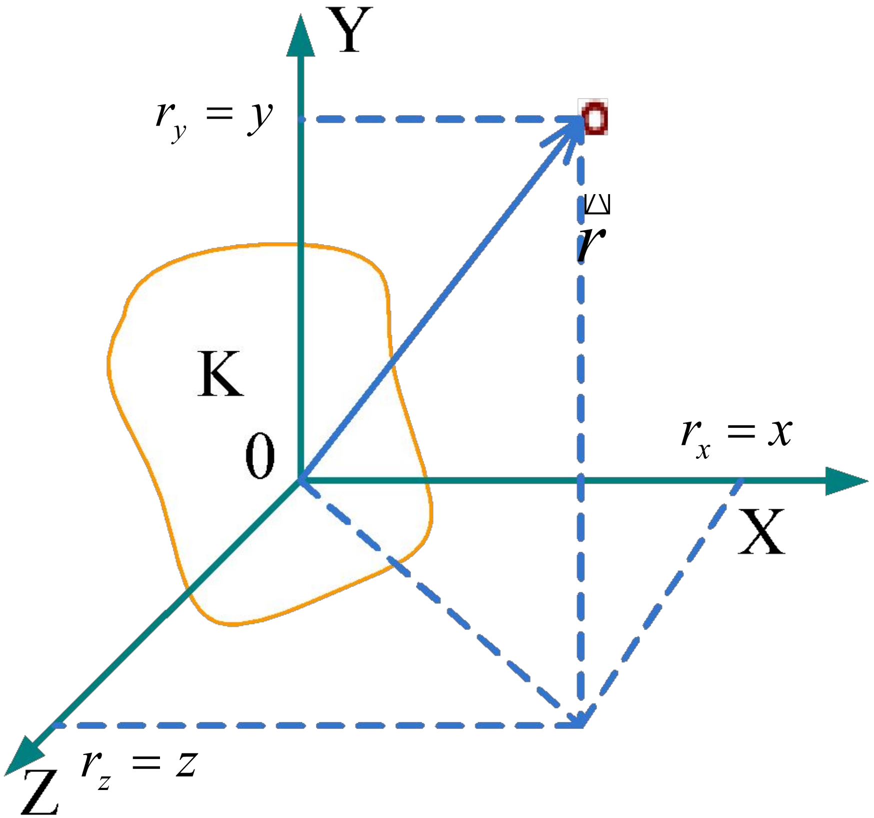
где c=3·10^8 м/с.

1. Основные понятия и определения, простейшие модели

Простейшие модели механических систем:

- **материальная точка (м.т.)** – любой объект, формой и размерами которого в данной задаче (в данных условиях) можно пренебречь;
- **набор конечного числа материальных точек** – достаточно общая модель произвольной механической системы;
- **абсолютно твёрдое тело** (АТТ) – тело, форма и размеры которого при наличии тех воздействий, что описаны в условиях задачи, могут считаться неизменнь

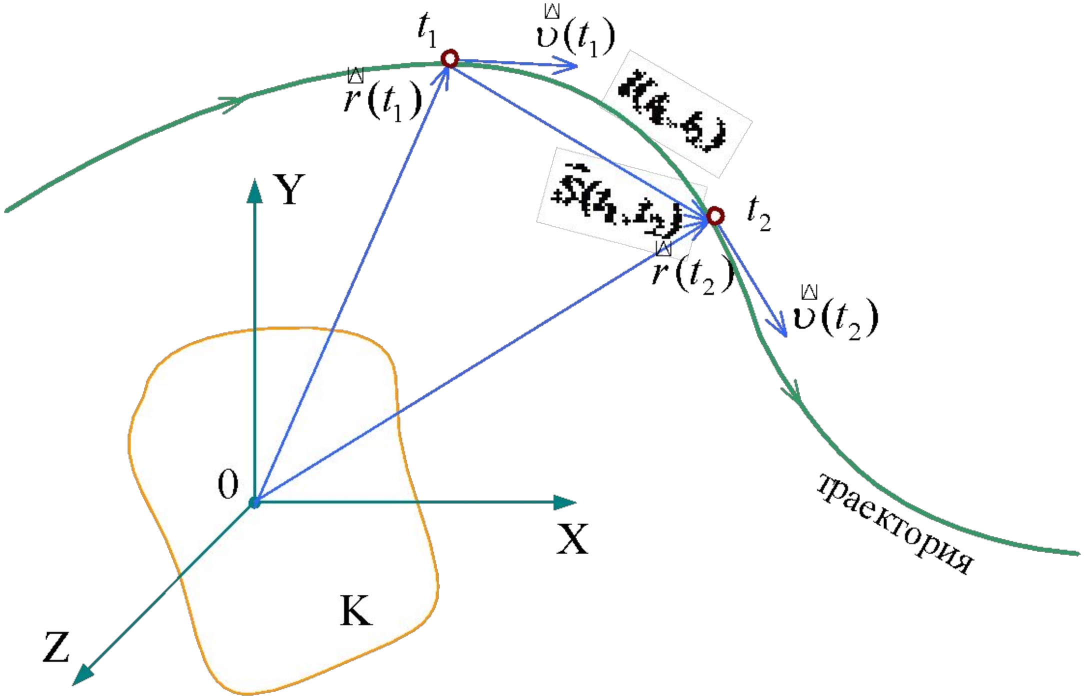
Тело отсчёта, жёстко связанная с ним система координат и часы образуют **систему отсчёта.**



Закон движения м.т.

$$\left.\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned}\right\} \quad \vec{r} = \vec{r}(t)$$

координаты радиус-вектор



$$\vec{s}(t_1,t_2)=\vec{r}(t_2)-\vec{r}(t_1)\equiv\Delta\vec{r}$$

При малых $\Delta t\equiv t_2-t_1$

$$|\vec{s}(t_1,t_2)|\approx l(t_1,t_2)$$

$$\vec{\upsilon}_{cp}(t_1,t_2)\equiv\frac{\vec{s}(t_1,t_2)}{t_2-t_1}\equiv\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{\upsilon}(t)\equiv\lim_{\Delta t\to 0}\vec{\upsilon}_{cp}(t,\ t+\Delta t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$\boxed{\vec{\upsilon}(t)\equiv\frac{d\vec{r}}{dt}\equiv\dot{\vec{r}}}$$

$$\vec{a}_{cp}(t_1,t_2)\equiv\frac{\vec{\upsilon}(t_2)-\vec{\upsilon}(t_1)}{t_2-t_1}\equiv\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

$$\vec{a}(t)\equiv\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}\equiv\dot{\vec{\upsilon}}$$

$$\vec{a}\equiv\ddot{\vec{r}}\equiv\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Прямая задача кинематики: з.д. задан $\vec{r}(t)$ требуется найти $\vec{r}(t) \to \vec{\upsilon}(t)$ и $\vec{\upsilon}(t) \to \vec{a}(t)$

выполняется с помощью дифференцирования (см.пред. слайд)

Обратная задача кинематики: заданы $\vec{\upsilon}(t)$ $\vec{a}(t)$ требуется найти з.д. $\vec{r}(t)$

выполняется с помощью интегрирования:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \int_0^t \vec{\upsilon}(t')dt' = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{\upsilon}(t')dt' \qquad \vec{\upsilon}(t) = \vec{\upsilon}(0) + \int_0^t \vec{a}(t')dt' = \vec{\upsilon}_0 + \int_0^t \vec{a}(t')dt'$$

Пример: $\vec{a} = const \Rightarrow \vec{\upsilon}(t) = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t \Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} \qquad\qquad a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t \upsilon_x(t')dt' \qquad\qquad \upsilon_x(t) = \upsilon_{0x} + \int_0^t a_x(t')dt'$$

Надо знать: перемещение, путь, мгновенная скорость, ускорение, прямая и обратная задачи кинематики

2. Криволинейное движение материальной точки на плоскости

$\vec{a} \neq 0$ $\quad \vec{\upsilon} = \upsilon\vec{\tau}$ $\quad \upsilon \equiv |\vec{\upsilon}|$ $\quad \vec{\tau} = \dfrac{\vec{\upsilon}}{\upsilon}$ $\quad |\vec{\tau}| = 1$

$$\vec{a} \equiv \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \upsilon\frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

$$\vec{a}_\tau \equiv \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} \qquad \vec{a}_n \equiv \upsilon\frac{d\vec{\tau}}{dt} \qquad \vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

$\vec{a}_\tau$ – **касательное** или **тангенциальное** ускорение

$$|\vec{a}_\tau| = \frac{d\upsilon}{dt}$$

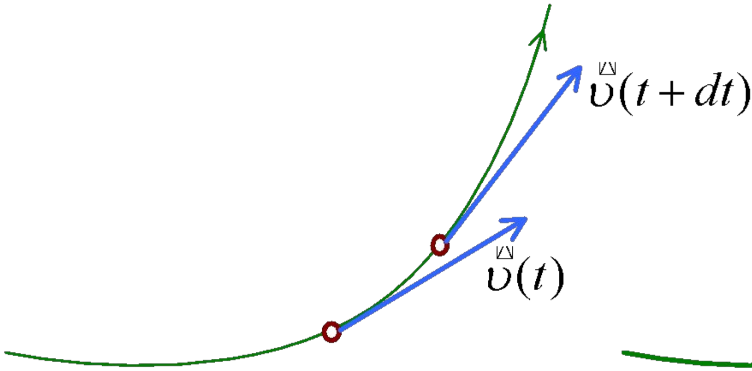
$$\vec{a}_\tau \uparrow\uparrow \vec{\upsilon} \quad \text{при} \quad {d\upsilon}/{dt} > 0$$

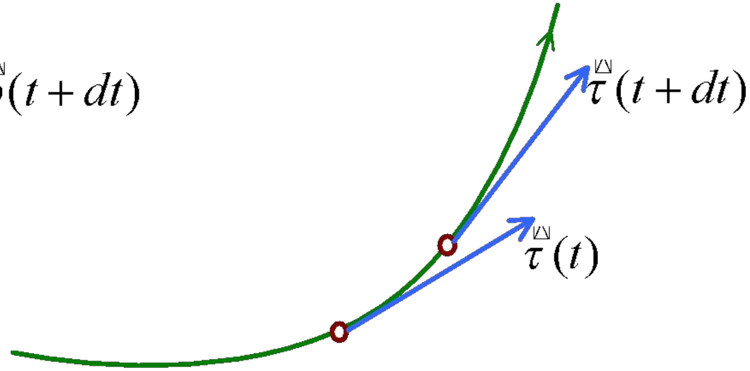
$$\boxed{\vec{a}_\tau \uparrow\downarrow \vec{\upsilon}} \quad \text{при} \quad {d\upsilon}/{dt} < 0$$

$$\boxed{\vec{a}_n \equiv \upsilon \frac{d\vec{\tau}}{dt}}$$

$\vec{a}_n$ - **нормальное** ускорение

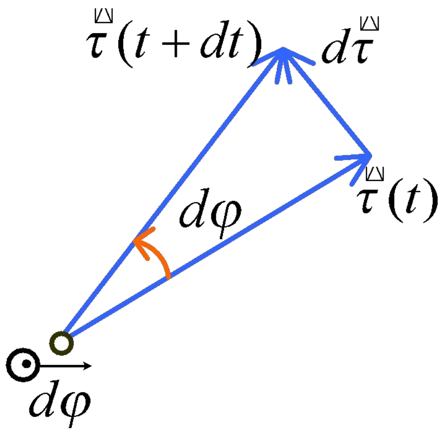
$$d\vec{\tau} \perp \vec{\tau}(t)$$



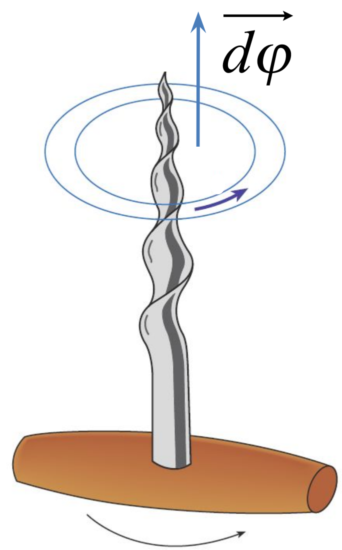


$$\vec{a}_n \perp \vec{\upsilon}$$

$$\frac{|d\vec{\tau}|}{|\vec{\tau}|} = |d\varphi|$$



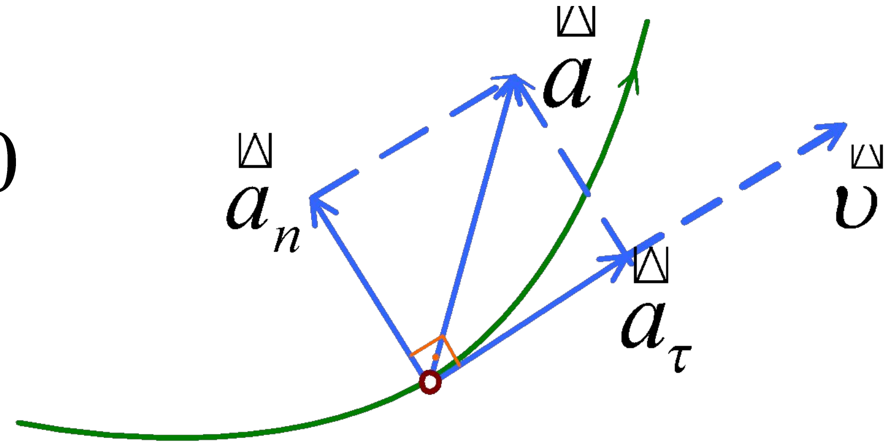
$$|d\vec{\tau}| = |d\varphi|$$

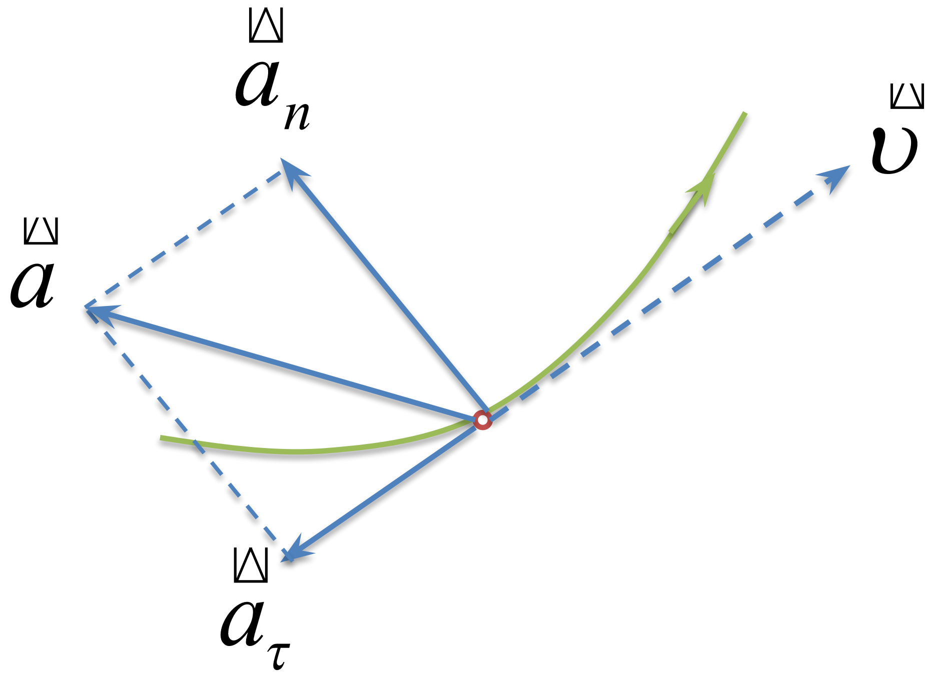


$$d\vec{\tau} = [\overrightarrow{d\varphi}, \vec{\tau}]$$

$$\vec{a}_n = \upsilon\left[\frac{\overrightarrow{d\varphi}}{dt}, \vec{\tau}\right] = \left[\frac{\overrightarrow{d\varphi}}{dt}, \vec{\upsilon}\right]$$

$$d\upsilon/dt > 0$$

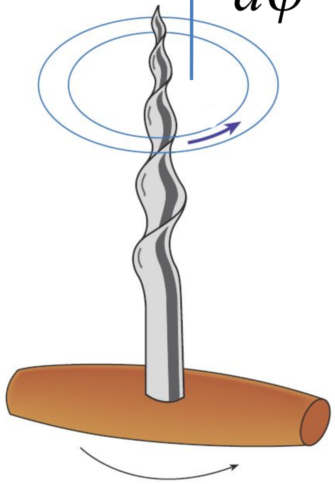




$$d\upsilon/dt < 0$$

$$\vec{a}_n = \left[\frac{\overrightarrow{d\varphi}}{dt}, \vec{\upsilon}\right]$$

$\overrightarrow{d\varphi}$ – вектор углового перемещения



$$\vec{\omega} \equiv \frac{\overrightarrow{d\varphi}}{dt}$$

-вектор угловой скорости материальной точки; направление определяется правилом правого винта (буравчика)

$$\vec{a}_n = [\vec{\omega}, \vec{\upsilon}]$$

Надо знать: тангенциальное ускорение, нормальное ускорение, полное ускорение, угловая скорость, правило правого винта

3. Неравномерное движение по окружности

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}(t) \neq const$$

$$d\vec{r} = [\overrightarrow{d\varphi}, \vec{r}] \Big/ dt \Rightarrow \vec{\upsilon} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$$

$$\frac{d}{dt}[\vec{\omega}, \vec{r}] = \vec{a} = \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}, \vec{r}\right] + [\vec{\omega}, \vec{\upsilon}]$$

$$\vec{a}_{\tau} \qquad \vec{a}_{n}$$

$$\vec{\varepsilon} \equiv \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$ - угловое ускорение

$$\vec{a} = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}] + (-\omega^2 \vec{r})$$

полное ускорение

Надо знать:

Таблица аналогий в кинематике

Линейные к.х.	$d\vec{r}$	$\vec{\upsilon}$	$\vec{a}_\tau$	x	υ_x	a_x
Угловые к.х.	$\overrightarrow{d\varphi}$	$\vec{\omega}$	$\vec{\varepsilon}$	φ	ω_z	ε_z

$$d\vec{r} = [\overrightarrow{d\varphi}, \vec{r}\,] \qquad |d\vec{r}| = |\overrightarrow{d\varphi}| \cdot R$$

$$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}, \vec{r}\,] \qquad \upsilon = \omega R$$

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}\,] \qquad a_\tau = \varepsilon R$$

$$\vec{a}_n = [\vec{\omega}, \vec{\upsilon}\,] \qquad a_n = \omega^2 R = \frac{\upsilon^2}{R}$$