

Основы преобразования Чебышева -GDCT

Интегральное преобразование блока

$$s(x,y)=u(x,y)I_{\Omega}(x,y) \in \Omega$$

$$\phi_{mk}(x,y)=\phi_m(x)\phi_k(y). \quad \Omega, \quad z_1=x/a_x, \quad z_2=y/a_y,$$

$$s(x,y) = \sum_{m,k} C_{mk} p_m(x/a_x) p_k(y/a_y)$$

$$C_{mk} = (d_m d_k)^{-1} \int \rho(z_1) p_m(z_1) dz_1 \int s(a_x z_1, a_y z_2) \rho(z_2) p_k(z_2) dz_2.$$

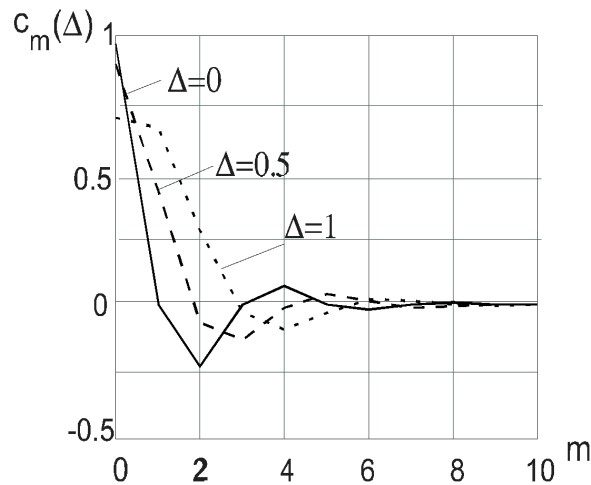


Рис.1.1 Одномерный спектр портрета

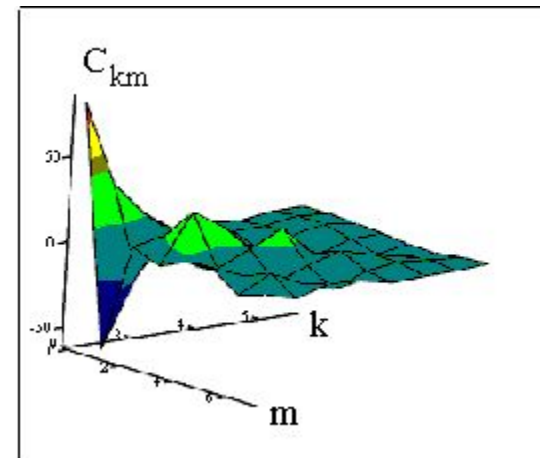


Рис.1.2 Спектр фрагмента

Одномерный алгоритм преобразования Чебышева.

$$\frac{1}{d_m} \int_{-1}^1 \frac{s(z) T_m(z)}{\sqrt{1-z^2}} dz = \frac{\pi}{d_m N} \sum_{n=0}^{N-1} s(z_n) T_m(z_n) .$$

$$C_m = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} s(z_n) \cos(\pi m \frac{n+0.5}{N}), \quad C_0 = \sqrt{\frac{1}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} s(z_n)$$

$$S_M(z) = g_m \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{m=0}^M C_m T_m(z) = g_m \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{m=0}^M C_m \cos(m \cdot \arccos(z))$$

$d_m = \pi/2, m \neq 0, d_m = \pi, m = 0$

$$g_m = 1 \quad m > 0; \quad g_m = 0.5$$

$$T_m(z_n) = \cos(m \cdot \arccos(z_n)) = \cos(\pi m(n+0.5)/N),$$

- Применение квадратурных формул Гауссовского типа (наивысшей точности)
- Неравномерное расположение отсчетов $z_n = \cos(\pi(2n+1)/2N)$ – нули $T_N(z)$;
- Наивысшая скорость сходимости рядов Чебышева
- Восстановление изображения в произвольной точке $Z \in [-1, 1]$
- Субпиксельный сдвиг и масштабирование восстановленного изображения

Двумерный алгоритм преобразования (GDCT).

$$S_K(N1 \times N1) \rightarrow S(N \times N) \rightarrow C(M \times M) \rightarrow R(L \times L)$$

$$x_n = \text{ROUND}(0.5 \cdot (N1 - 1) \cdot (1 + \cos(\pi(n + 0.5) / N)))$$

$$y_k = \text{ROUND}(0.5 \cdot (N1 - 1) \cdot (1 + \cos(\pi(k + 0.5) / N)))$$

$$S = \|s_{nk}\| = \|s(x_n, y_k)\|.$$

$$C = \|C_{m,1}\| = \Phi S \Phi^T, \quad R = \Psi^T C \Psi.$$

$\Phi(N \times M).$

$C(M \times M).$

$\Psi(L \times M).$

$R(L \times L).$

$$\Phi = \|\Phi_{m,n}(n)\|_{NM} = \sqrt{\frac{2}{N}} \begin{bmatrix} \sqrt{0.5} \\ \cos(\pi m \frac{(n + 0.5)}{N}) \end{bmatrix},$$

$$\Psi = \left\| g_m \cos\left(m \cdot \arccos(z_j)\right) \right\|_{LM} = \left\| g_m \cos\left(m \cdot \arccos\left(\frac{2j}{L-1} - 1 + \delta\right)\right) \right\|.$$

Сэмплирование в GDCT формат 8/6

