Основы преобразования Чебышева -GDCT

Интегральное преобразование блока

$$s(x,y)=u(x,y)I_{\Omega}(x,y) \quad \{x,y\}\in\Omega$$

$$\phi_{mk}(x,y)=\phi_m(x)\,\phi_k(y). \quad \Omega,\ z_1=x/a_x,\ z_2=y/a_y,$$

$$s(x,y)=\sum_{m,k} C_{mk}p_m(x/a_x)p_k(y/a_y)$$

$$C_{mk}=(d_m d_k)^{-1}\int\rho(z_1)p_m(z_1)dz_1\int s(a_x z_1,a_y z_2)\rho(z_2)p_k(z_2)dz_2.$$

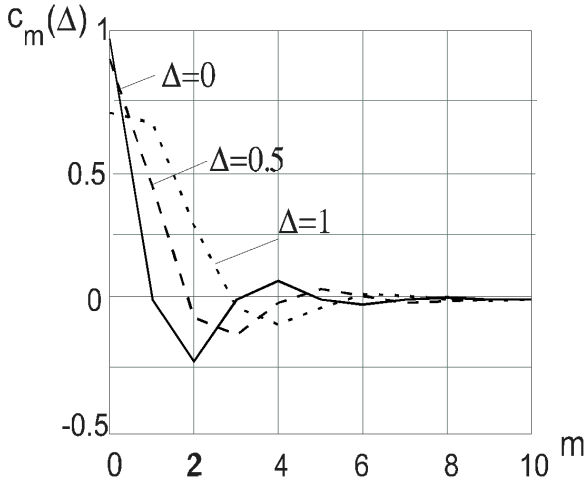


Рис.1.1 Одномерный спектр

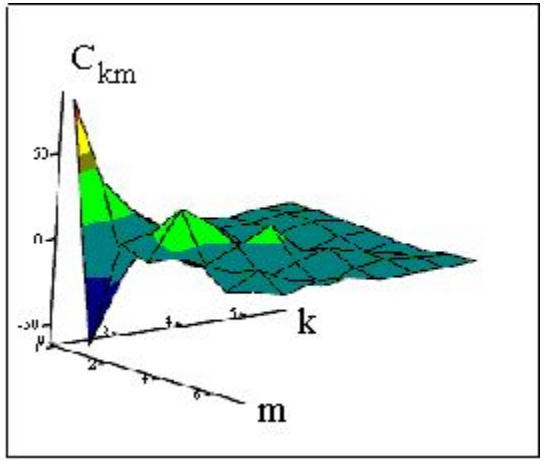


Рис.1.2 Спектр фрагмента портрета

Одномерный алгоритм преобразования Чебышева.

$$\frac{1}{d_m}\int_{-1}^{1}\frac{s(z)T_m(z)}{\sqrt{1-z^2}}dz=\frac{\pi}{d_m N}\sum_{n=0}^{N-1}s(z_n)T_m(z_n)\ .$$

$$C_m=\sqrt{\frac{2}{N}}\sum_{n=0}^{N-1}s(z_n)\cos(\pi m\frac{n+0.5}{N}),\quad C_0=\sqrt{\frac{1}{N}}\sum_{n=0}^{N-1}s(z_n)$$

$$S_M(z)=g_m\sqrt{\frac{2}{N}}\sum_{m=0}^{M}C_m T_m(z)=g_m\sqrt{\frac{2}{N}}\sum_{m=0}^{M}C_m\cos(m\cdot\arccos(z))$$

m=0. $d_m=\pi/2$, $m\neq 0$, $d_m=\pi$, $m=0$

$g_m=1$ m>0; $g_m=0.5$

$T_m(z_n)=\cos(m\cdot\arccos(z_n))=\cos(\pi m(n+0.5)/N)$,

- Применение квадратурных формул Гауссовского типа (наивысшей точности)
- Неравномерное расположение отсчетов $z_n=\cos(\pi(2n+1)/2N)$ –нули $T_N(z)$;
- Наивысшая скорость сходимости рядов Чебышева
- Восстановление изображения в произвольной точке $Z\in[-1,1]$
- Субпиксельный сдвиг и масштабирование восстановленного изображения

Двумерный алгоритм преобразования (GDCT).

$$\mathbf{S_K(N1\times N1)\rightarrow S(N\times N)\rightarrow C(M\times M)\rightarrow R(L\times L)}$$

$$x_n = \mathrm{ROUND}(0.5\cdot(N1-1)\cdot(1+\cos(\pi(n+0.5)/N)))$$

$$y_k = \mathrm{ROUND}\left(0.5\cdot(N1-1)\cdot(1+\cos\left(\pi(k+0.5)/N\right))\right)$$

$$\mathbf{S} = \left\|s_{nk}\right\| = \left\|s(x_n, y_k)\right\|.$$

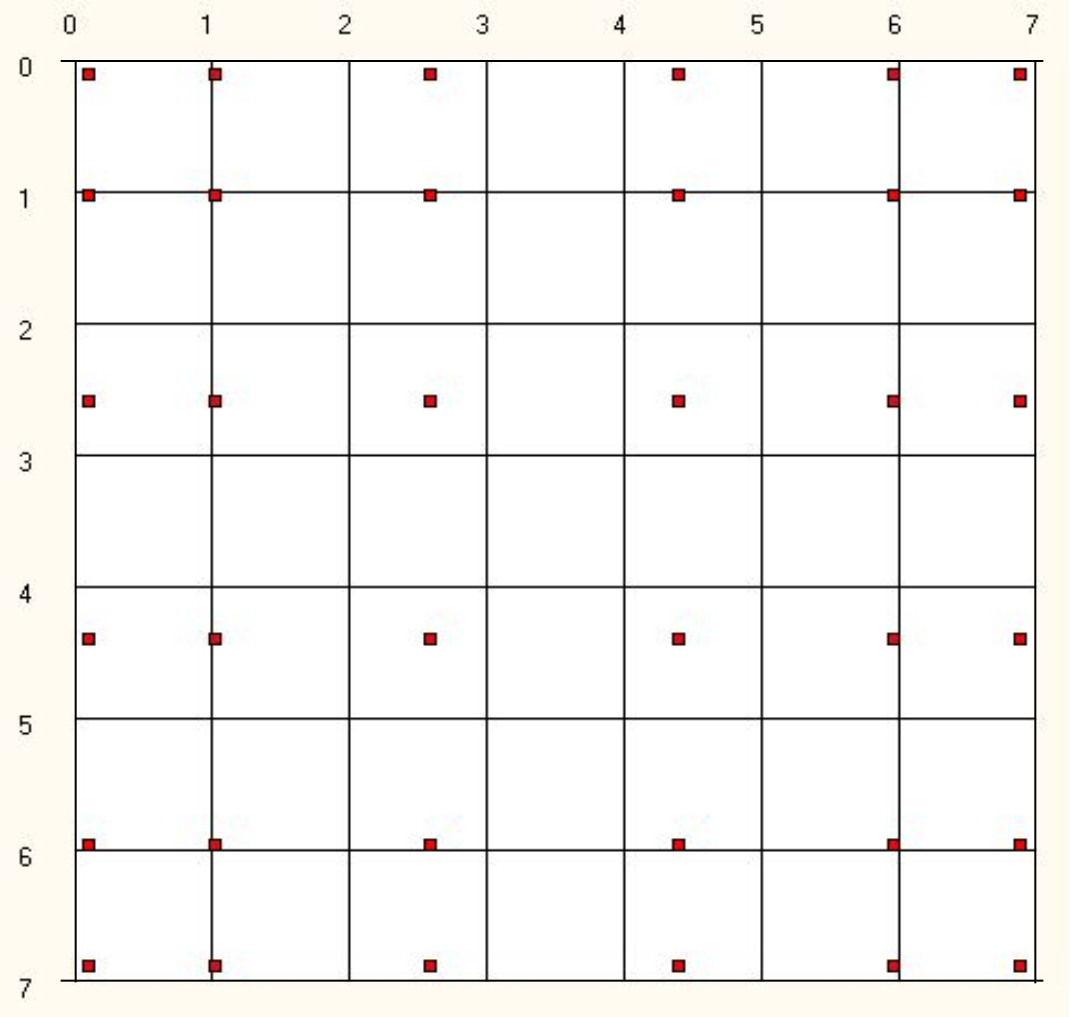
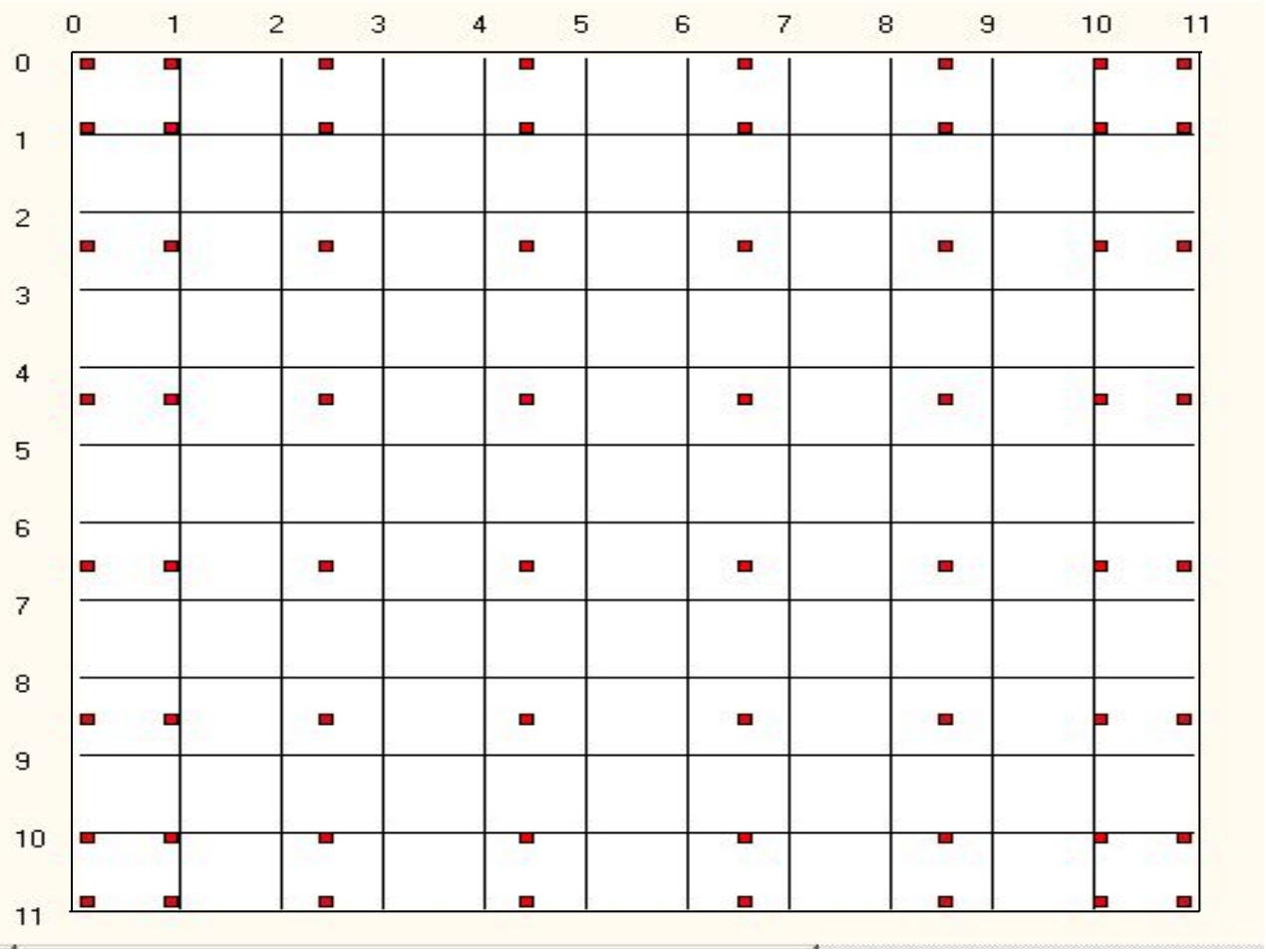
$$\mathbf{C} = \left\|C_{m,l}\right\| = \Phi\mathbf{S}\Phi^T, \qquad \mathbf{R} = \Psi^{\mathbf{T}}C\Psi.$$

$\Phi(N\times M)$. $\mathbf{C}(M\times M)$. $\mathbf{\Psi}(L\times M)$. $\mathbf{R}(L\times L)$.

$$\Phi = \left\|\Phi_{m,n}(n)\right\|_{NM} = \sqrt{\frac{2}{N}}\begin{bmatrix}\sqrt{0.5}\\ \cos(\pi m\dfrac{(n+0.5)}{N}\end{bmatrix},$$

$$\Psi = \left\|g_m\cos\left(m\cdot\arccos(z_j)\right)\right\|_{LM} = \left\|g_m\cos(m\cdot\arccos(\frac{2j}{L-1}-1+\delta))\right\|.$$

Сэмплирование в GDCT формат 8/6



Сэмплирование в GDCT формат 12/8