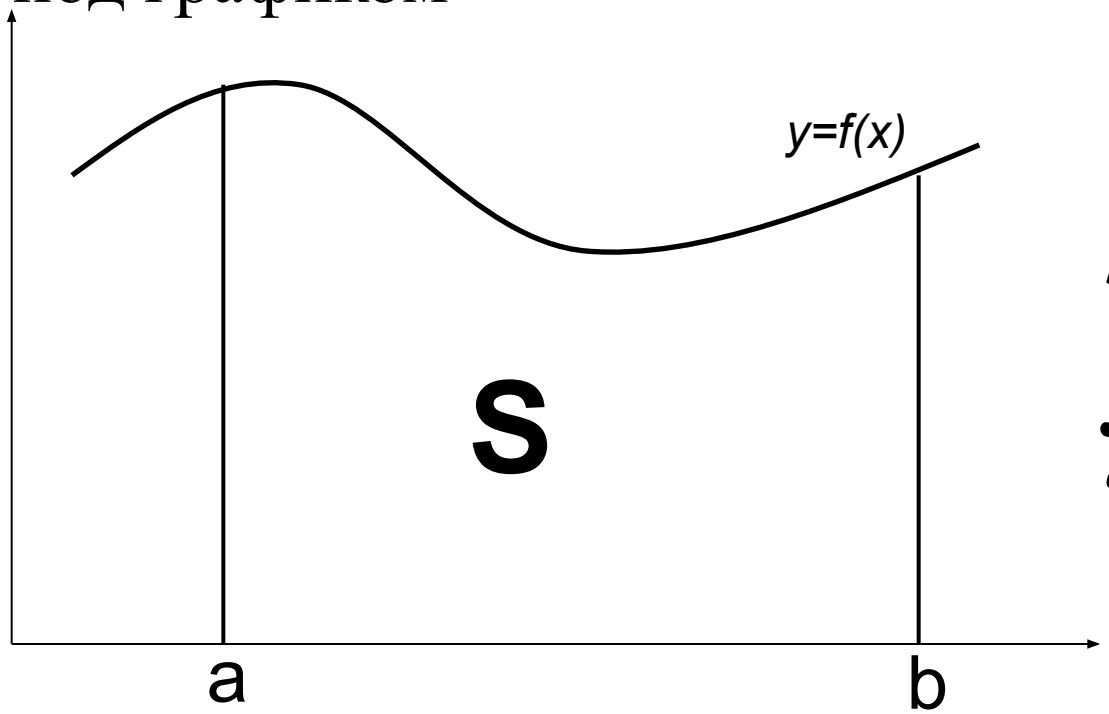
Определенный интеграл

Понятие определенного интеграла

Пусть на отрезке *[a,b]* задана непрерывная положительная функция *y=f(x)*. Тогда определенным интегралом от функции *f(x)* на *[a,b]* назывется площадь фигуры под графиком



$$\int_a^b f(x)dx = S$$

Свойства определенного интеграла

1. $$\int_a^b \alpha\, f(x)dx = \alpha \int_a^b f(x)dx, \quad \alpha \in R$$

Свойства определенного интеграла

1. $$\int_a^b \alpha\, f(x)dx = \alpha \int_a^b f(x)dx, \quad \alpha \in R$$

2. $$\int_a^b \left(f(x) \pm g(x) \right) dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

Свойства определенного интеграла

1. $$\int_a^b \alpha\, f(x)dx = \alpha \int_a^b f(x)dx, \quad \alpha \in R$$

2. $$\int_a^b \left(f(x) \pm g(x) \right) dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

3. $$\int_a^b f(x)\, dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

Формула Ньютона-Лейбница

<u>Теорема</u> Пусть $y=f(x)$ – непрерывная на $[a,b]$ функция.

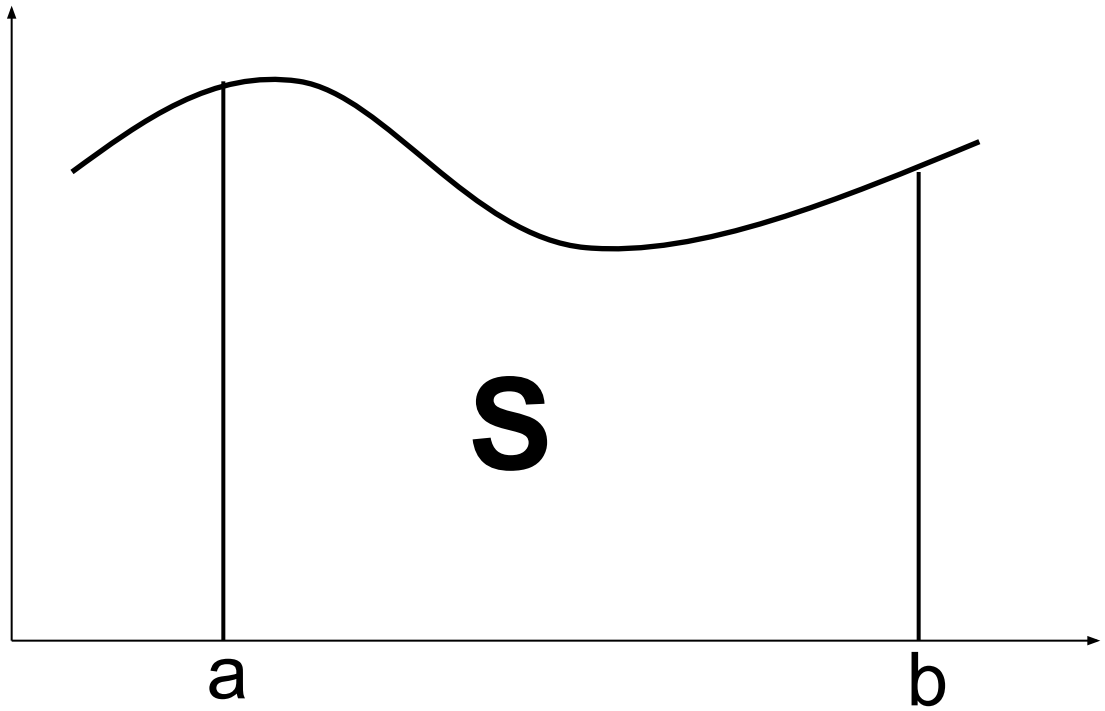
$F(x)$ - любая первообразная для функции $y=f(x)$. Тогда

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Вычисление площадей плоских фигур

1) Пусть y=f(x) – непрерывная и неотрицательная на [a,b] функция. Тогда площадь фигуры под графиком y=f(x) на [a,b] равна

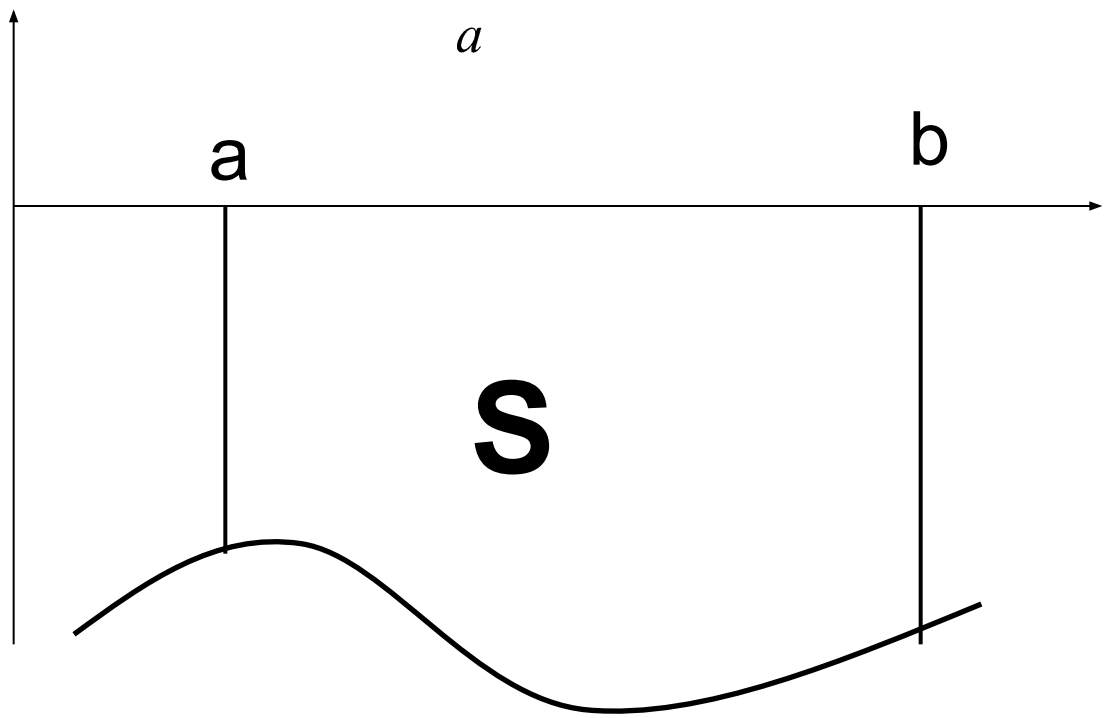
$$S = \int_a^b f(x)dx$$



Вычисление площадей плоских фигур

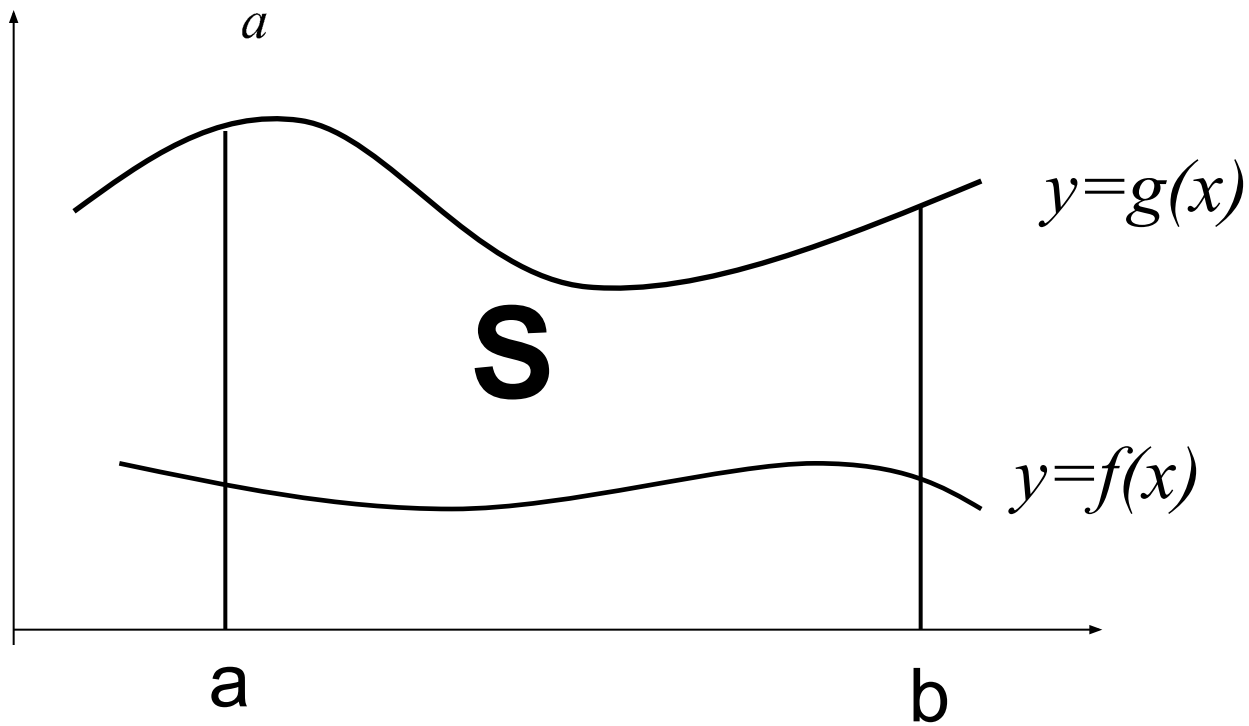
2) Пусть y=f(x) – непрерывная и неположительная на [a,b] функция. Тогда площадь фигуры над графиком y=f(x) на [a,b] равна

$$S = -\int_a^b f(x)dx$$



Вычисление площадей плоских фигур

3) Пусть y=f(x) и y=g(x) – непрерывные на [a,b] функции, такие, что $f(x) \le g(x) \quad \forall x \in [a,b]$

Тогда площадь фигуры между графиками y=f(x) и y=g(x) на [a,b] равна

$$S = \int_a^b \left(g(x) - f(x) \right) dx$$