

Действия со степенями.

Корень n -ой степени.

Степень с рациональным
показателем



Основные вопросы темы:

- Действия со степенями с целым показателем.
- Действия с корнями n -ой степени.
- Действия со степенями с рациональным показателем.
- Преобразование рациональных выражений.
- Вычисление значений выражений.
- Функциональные методы решения заданий по данной теме.

Свойства степени

1. $a^0 = 1$, если $a \neq 0$;

2. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$;

3. $a^n \div a^m = a^{n-m}$;

4. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$;

5. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$;

6. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$.

Степень с отрицательным показателем

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, n \in Z, a \neq 0$$



Задания по теме «Степень с целым показателем»

1. Вычислить: 1) $(2^{333} + 3^{222})^0$; 2) $3^4 - 1^{20}$;
3) $15 - 2^2 + (-2)^2$; 4) $15 - 2^3 + (-2)^3$;
5) $25^2 - 24^2 - 7^2$; 6) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$;
7) $(0,5)^3$; $(0,5)^{-4}$; $(-0,1)^3$; $(-0,3)^{-4}$; $(0,5^{-3})^2$;
8) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-2}$; 9) $2^8 \cdot 3^8$; 10) $\frac{2^7 \cdot 3^{11}}{(2^4)^2 \cdot 3^{10}}$;



[Повторить теорию](#)

[ОТВЕТЫ](#)

Задания по теме «Степень с целым показателем»

2. Вычислить:

$$1) \frac{10^4}{25^2}; 2) \frac{250^3}{125^3}; 3) \frac{12^{10}}{2^{22} \cdot 9^4};$$

$$4) \frac{10^5}{(2^2)^3 \cdot 25^2}; 5) \frac{12^5}{4^2 \cdot 3^4}; \frac{10^{-4}}{8^{-2} \cdot 5^{-3}};$$

$$6) (-3)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot (-6)^2;$$

$$7) (2)^{-2} \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot (-0,5)^2 : (-4)^{-2};$$

$$8) \left(2\frac{1}{4}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^9 \cdot (2,25)^{17}; 9) \left(1\frac{1}{3}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^7 \cdot 2^{15};$$

$$10) \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot (-0,75)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)^3;$$

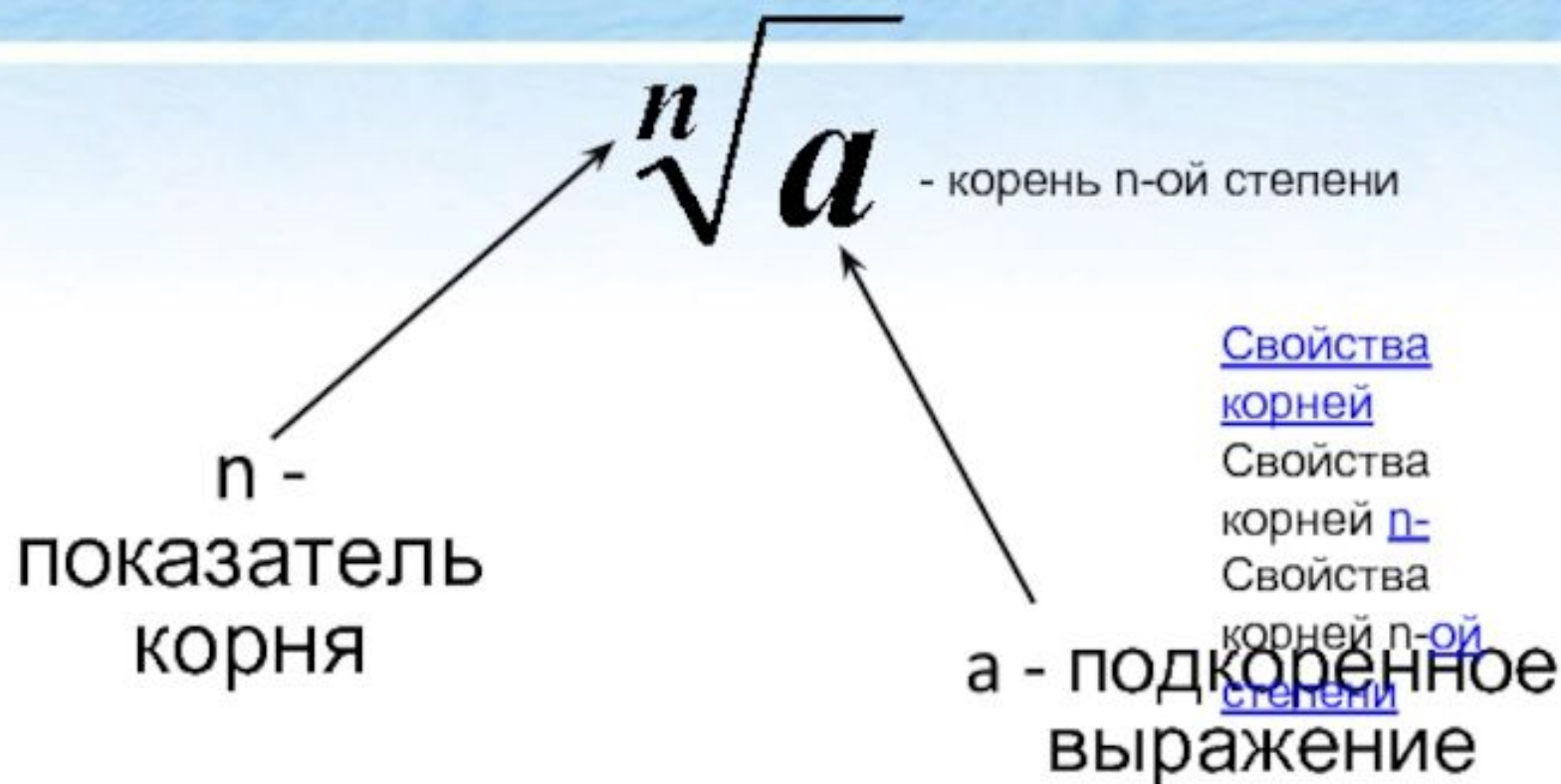
$$11) \frac{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 7^2 \cdot (0,2)^{-3}}{7 \cdot 2^{-3} \cdot 5^4}.$$




[Повторить теорию](#)

[ОТВЕТЫ](#)

Теория по вопросу: «Действия с корнями n-ой степени. Степень с рациональным показателем»



Степень с рациональным показателем


$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \text{ где } a \geq 0, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, n \neq 1.$$

Основные свойства корня n-ой степени

$$1) \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \quad 2) \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0).$$

$$3) \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad (k > 0).$$

$$4) \sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k} \quad (k > 0).$$

$$5) \sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k \quad (\text{если } k \leq 0, \text{ то } a \neq 0).$$

$$6) \sqrt[2k]{a^{2k}} = |a|$$

Свойства степени с рациональным показателем можно посмотреть на [этой](#) странице

Задания по теме «Корень n-ой степени. Степень с рациональным показателем»

Найти значение выражения:

3. $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}$ при $m = 64$

4. $\frac{n^{\frac{5}{6}}}{\frac{1}{n^{12}} \cdot \frac{1}{n^4}}$ при $n = 64$



[Повторить теорию](#)

[ответы](#)

Задания по теме «Корень n-ой степени. Степень с рациональным показателем»

Упростить
выражение:

5. $\frac{(9b)^{1,5} \cdot b^{2,7}}{b^{4,2}}$ при $b > 0$

6. $\frac{(\sqrt{3}a)^2 \cdot \sqrt[5]{a^3}}{a^{2,6}}$ при $a > 0$

7. $\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16 \sqrt[9]{m}}}$ при $m > 0$

 [Повторить теорию](#)

[ответы](#)

Теория по вопросу: «Преобразование алгебраических выражений»

1. Формулы сокращенного умножения

$$1) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2) (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3) (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

2. Модулем действительного числа называется расстояние от начала отсчета на координатной прямой до точки, изображающей это число,

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

3. Свойство квадратного корня из квадрата выражения

$$\sqrt{a^2} = |a|$$



Задания по теме «Преобразование рациональных выражений»

Упростить
выражение:

8. $\frac{5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x}$ при $x > 0$

9. $((4x - 3y)^2 - (4x + 3y)^2) : 4xy$

10. $\sqrt{(a - 6)^2} + \sqrt{(a - 10)^2}$ при $6 \leq a \leq 10$



[Повторить теорию](#)

[ответы](#)

Задания по теме «Вычисление значений рациональных выражений»

Найти значение выражения

11. $(11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^6)$ при $b = 2$

12. $\frac{a}{b}$, если $\frac{2a+5b}{5a+2b} = 7$

13. $\frac{a+9b+16}{a+3b+8}$, если $\frac{a}{b} = 3$

14. $61a - 11b + 50$, если $\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5} = 9$

[ответы](#)

Пример выполнения задания

Найти значение выражения:

$$\frac{3a + 4b}{8a - 8b}, \text{ если } \frac{3a}{2b} = 6$$

Решение: Так как $\frac{3a}{2b} = 6$, то $3a = 12b$, тогда $a = 4b$,

$$\text{отсюда } \frac{3a + 4b}{8a - 8b} = \frac{12b + 4b}{32b - 8b} = \frac{16b}{24b} = \frac{2}{3}$$

Ответ: $\frac{2}{3}$



[вернуться](#)

Задания по теме «Функциональные методы решения»

Упростить :

15. $h(5 + x) + h(5 - x)$, если $h(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x - 10}$

16. $\frac{g(2-x)}{g(2+x)}$, если $g(x) = \sqrt[3]{x(4-x)}$ и $|x| \neq 2$

17. $q(b - 2) - q(b + 2)$, если $q(b) = 3b$

18. $5(p(2x) - 2p(x + 5))$, если $p(x) = x - 10$

19. $p(x - 7) + p(13 - x)$, если $p(x) = 2x + 1$

Пример выполнения задания

Упростить :

$$f(3 - x) + f(3 + x), \text{ если } f(x) = \sqrt[5]{x} + \sqrt[5]{x - 6}$$

Решение: Найдем $f(3 - x) = \sqrt[5]{(3 - x)} + \sqrt[5]{(3 - x) - 6} =$
 $= \sqrt[5]{3 - x} + \sqrt[5]{-3 - x} = \sqrt[5]{3 - x} - \sqrt[5]{3 + x}$

Найдем $f(3 + x) = \sqrt[5]{(3 + x)} + \sqrt[5]{(3 + x) - 6} =$
 $= \sqrt[5]{3 + x} + \sqrt[5]{x - 3}$

Так как требуется вычислить $f(3 - x) + f(3 + x)$, то получим

$$\begin{aligned} & \sqrt[5]{3 - x} - \sqrt[5]{3 + x} + \sqrt[5]{3 + x} + \sqrt[5]{x - 3} = \\ & = \sqrt[5]{3 - x} + \sqrt[5]{x - 3} = \sqrt[5]{3 - x} - \sqrt[5]{3 - x} = 0 \end{aligned}$$

Ответ: 0



[вернуться](#)

Ответы к заданию № 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	80	15	-1	0	$\frac{1}{8}; 8$	0,125; 625; -0,001; 81; 64	$\frac{9}{49}$	6^8	$\frac{3}{2}$

[Вернуться к заданию № 1](#)

Ответы к заданию № 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
16	8	2,25	2,5	240	36	$-\frac{1}{2}$	$\frac{9}{4}$	1,5	1,5	0,63

[Вернуться к заданию № 2](#)

Ответы к заданиям № 3; № 4

3	4
4	84

[Вернуться к заданиям](#)



Ответы к заданиям № 5; №6; №7

5	6	7
27	3	$\frac{1}{4}$

[Вернуться к заданиям](#)

Ответы к заданиям № 8; №9; №10

8	9	10
5	-12	4

[Вернуться к заданиям](#)



Ответы к заданиям № 11; №12; №13; №14

11	12	13	14
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{11}$	2	10

[Вернуться к заданиям](#)

Ответы к заданиям № 15; №16; №17; №18; №19

15	16	17	18	19
0	1	-12	0	14

[Вернуться к заданиям](#)



Информационные источники

<https://thepresentation.ru/uncategorized/216989-deystviya-so-s-tepenyami-koren-n-oy-stepeni-stepen-s-ratsionalnym-pokazatelem>



Действия со степенями. Корень n -ой степени.
Степень с рациональным показателем

Спасибо за внимание!

