

Динамика



Первый закон Ньютона

- *Существуют такие системы отсчета, относительно которых тело сохраняет состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.*
- Свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения при отсутствии воздействия со стороны других тел называется инерцией.

Инерциальные системы отсчета

- Системы отсчета, относительно которых выполняется 1 закон Ньютона, называются ***инерциальными***. Инерциальной системой отсчета (ИСО) является такая система, которая либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно относительно какой-то другой инерциальной системы отсчета.
- Системы отсчета, в которых первый закон Ньютона не выполняется, называются ***неинерциальными***.

Сила, масса, импульс

- Сила - это мера воздействия одного тела на другое в результате которого тела приобретают ускорения, или деформируются, или имеет место то и другое одновременно.
- Сила величина векторная.
- О наличии и действии сил мы можем судить:
 1. по их *динамическому* проявлению, т.е. по тем ускорениям, которые они сообщают взаимодействующим телам;
 2. по *статическому* проявлению сил - по деформациям, которые возникают во взаимодействующих телах.

□ **Масса – мера инертности тела, а также мера его гравитационных свойств.**

$$m = m_0 / \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$$

m – масса движущегося тела

m_0 – масса покоящегося тела

При $v \ll c$ $m_0 = m$

□ **Импульс – количественная мера механического движения, которое может быть передано от одной материальной точки другой.**

$$v \sim c \quad \vec{p} = m_0 \vec{v} / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$v \ll c \quad \vec{p} = m\vec{v}$$

-
- *Скорость изменения импульса материальной точки равна результирующей всех сил, действующих на эту точку:*

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} (m\vec{v})$$

$$\vec{F} dt = d(m\vec{v})$$

$\vec{F} dt$ - элементарный импульс силы

$\vec{F} \Delta t = m \Delta \vec{v}$, $\vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}$

Импульс силы за время её действия Δt равен изменению импульса материальной точки за это же время.

Второй закон Ньютона

(продолжение)

□ При $m = \text{const}$

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

□ Ускорение, приобретаемое материальной точкой, пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела).

Третий закон Ньютона:

- Силы взаимодействия двух материальных точек равны по модулю, противоположны по направлению и направлены вдоль линии, соединяющей эти точки:

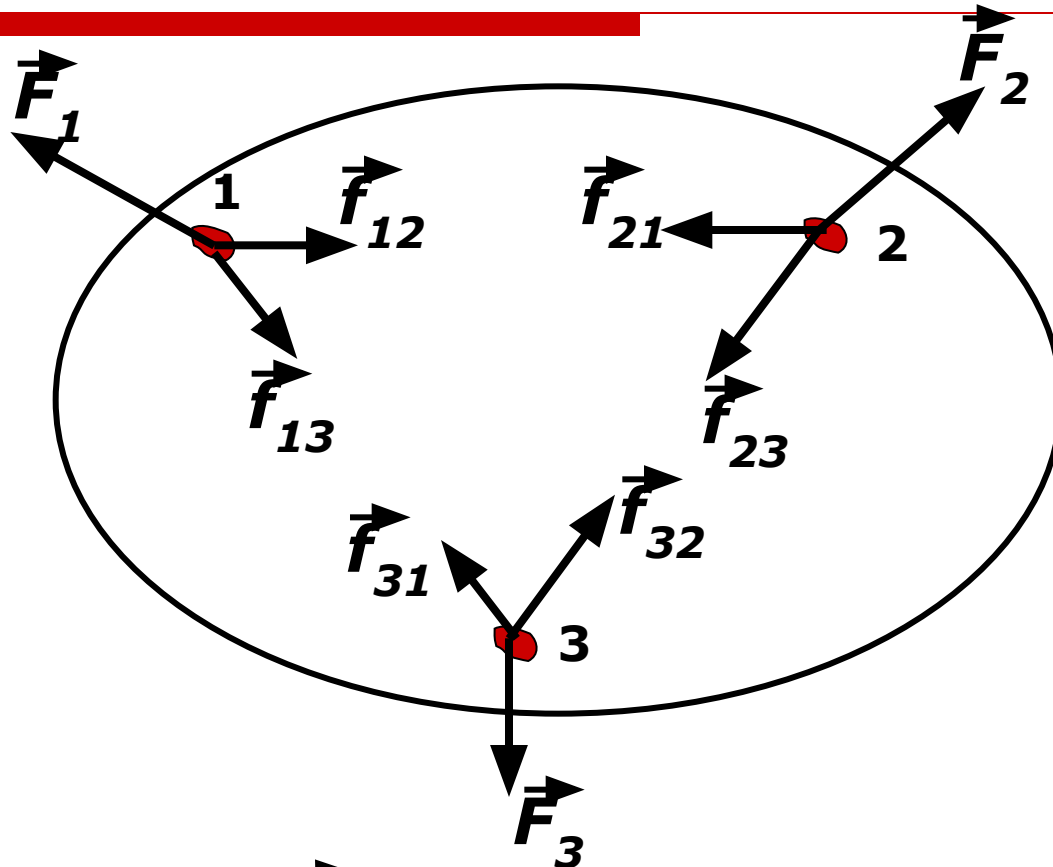
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



Механическая система

- Совокупность взаимодействующих между собой тел образует механическую систему.
 - Силы, действующие между телами, образующими систему, называются внутренними силами.
 - Силы, действующие на тела системы, со стороны тел, не входящих в данную систему, называются внешними силами.
-

Пример



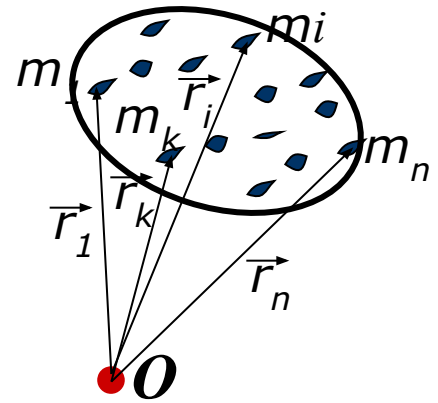
\vec{f}_{ik} – внутренние силы, \vec{F}_i – результирующие внешних сил

Рассмотрим систему n материальных точек с массами $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$.
 Их радиус-векторы в некоторый момент времени $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_n$.

Их мгновенные скорости $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$

Их **Центром масс** (или **центром инерции**) системы материальных точек, называется точка, радиус вектор которой определяется выражением:

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i$$



M – масса всей системы

□ Скоростью центра масс называется величина, определяемая выражением:

$$\vec{v}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_i m_i} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

$$M \vec{v}_c = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$ - полный (суммарный) импульс механической системы

Суммарный импульс механической системы равен импульсу её центра масс.

Движение центра масс

$$M \overset{\Delta}{v}_c = \sum m_i \overset{\Delta}{v}_i$$

- *Взяв производную по времени от обеих частей равенства, получим*

$$\frac{d(M \overset{\Delta}{v}_c)}{dt} = \frac{d(\sum m_i \overset{\Delta}{v}_i)}{dt} = \overset{\Delta}{F} \quad (1)$$

(1) – 2-ой закон Ньютона для системы материальных точек
 $\overset{\Delta}{F}$ - результирующая всех внешних сил, действующих на систему.

Сумма внутренних сил по 3-ему закону Ньютона равна 0:

$$\sum_i \sum_k \overset{\Delta}{f}_{i,k} = 0$$

Закон сохранения импульса

По II закону Ньютона:

$$\frac{d(M \overset{\boxtimes}{v}_c)}{dt} = \frac{d(\sum m_i \overset{\boxtimes}{v}_i)}{dt} = \overset{\boxtimes}{F}$$

Система называется **изолированной**, если результирующая внешних сил, действующих на систему равна нулю: $\overset{\boxtimes}{F} = 0$, тогда:

$$\sum_{i=1}^n m_i \overset{\boxtimes}{v}_i = \text{const} \quad (2)$$

В **изолированной** системе материальных тел суммарный импульс системы есть величина постоянная.

(2) – закон сохранения импульса.

□ При наличии внешних сил:

$$d \sum_{i=1}^n m_i \overset{\boxtimes}{v}_i = \overset{\boxtimes}{F} dt$$

Энергия и работа

□ **Энергия** - универсальная количественная мера различных форм движения и взаимодействия. Она учитывает возможность перехода движения из одной формы в другую.

Энергия – функция состояния, т.е. в данном состоянии она принимает одно вполне определённое значение, независимо от того, как система пришла в это состояние

□ **Работа** – одна из форм передачи механического движения от одного тела к другому.

Работа–функция процесса. Она зависит от того, каким способом система переходит из одного состояния в другое.

При переходе из одного состояния в другое совершаемая работа численно равна изменению энергии

Работа переменной силы

- Элементарной работой силы \vec{F} на перемещении \vec{dr} называется *скалярная* величина

$$\delta A = (\vec{F}, \vec{dr}) = F dr \cos \alpha = F dS \cos \alpha = F_s dS,$$

где $dS = |\vec{dr}|$ - элементарный путь;

α - угол между направлениями элементарного перемещения \vec{dr} и силы \vec{F} ,

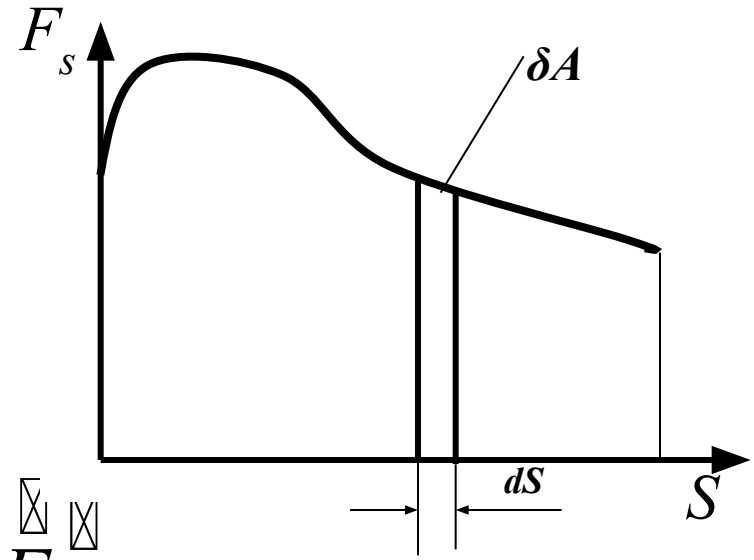
F_s - проекция силы на направление перемещения.

- Полная работа на пути S :

$$A = \int_{(S)} F_s dS$$

Работа (продолжение)

- Работа на графике F_s - S определяется площадью криволинейной трапеции.



Единица работы – Джоуль (Дж).

Мощность

$$N = \frac{\delta A}{dt} = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{v}$$

Единица мощности – ватт (Вт)

Механическая энергия

- В механике различают два вида энергии : *кинетическую* и *потенциальную*.

Кинетическая энергия

- *Кинетической* называется энергия движущегося тела, зависящая от его скорости.

Она измеряется работой, которую может совершить тело при торможении до полной остановки:

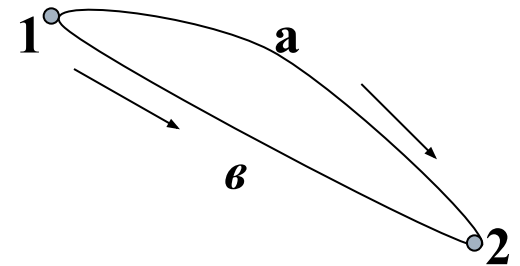
$$A = \int_0^v (m a dr) = - \int_0^v m v dv = \frac{mv^2}{2}$$

$$W_k = mv^2 / 2$$

Консервативные и диссипативные силы

Силы, работа которых не зависит от формы пути, а зависит лишь от начального и конечного положения системы, называются *консервативными* или *потенциальными*.

$$A_{1a2} = A_{1b2}$$



Системы, в которых действуют только

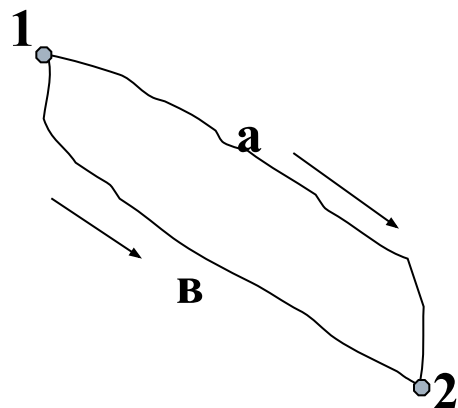
консервативные силы, называются *консервативными*

или *потенциальными*.

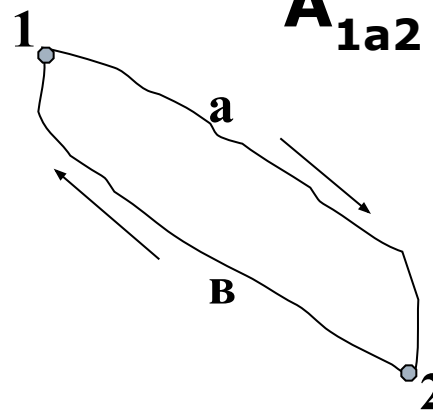
Силы, работа которых зависит от того, как система переходит из одного состояния в другое, называются *диссипативными*.

Рассмотрим перемещение материальной точки
в консервативном поле.

$$A_{1a2} = A_{1b2}$$



$$A_{1a2} = -A_{2b1}$$



$$A_{1a2} + A_{2b1} = 0$$

Работа консервативных сил по замкнутому контуру равна нулю.

$$\oint (F, dl) = 0$$

Потенциальная энергия

Если система консервативная, то её можно охарактеризовать *потенциальной энергией*.

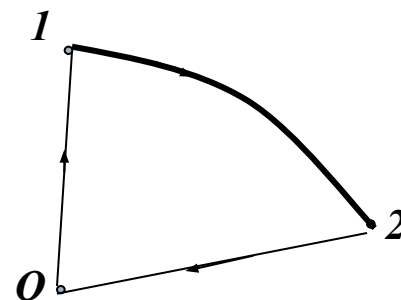
Потенциальная энергия - это энергия взаимодействия тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил между ними.

Потенциальная энергия измеряется работой по переводу системы тел из данного взаимного расположения в другое, потенциальная энергия которого условно принята за ноль.

□ Если в потенциальном поле система переходит из состояния 1 в состояние 2, совершаемая при этом работа может быть выражена через убыль потенциальной энергии.

$$A_{01} + A_{12} + A_{20} = -W_{n1} + A_{12} + W_{n2} = 0$$

$$A_{12} = W_{n1} - W_{n2} = -\Delta W_n$$



Сравнить: $A_{12} = \Delta W_k = W_{k2} - W_{k1}$

□ Потенциальная энергия в частных случаях

1) Потенциальная энергия в поле центральных сил:

$$W_n = -\gamma m M \frac{1}{r}$$

2) Потенциальная энергия в поле силы тяжести:

$$W_n = mgh$$

3) Потенциальная энергия упруго деформированного тела:

$$W_n = kx^2 / 2$$

Закон сохранения механической энергии

□ В консервативном поле работа равна:

$$A_{12} = W_{n1} - W_{n2} = -\Delta W_n,$$

или:

$$A_{12} = W_{к2} - W_{к12} = \Delta W_k$$

$$\begin{aligned} W_{n1} - W_{n2} &= W_{к2} - W_{к1} \\ W_{n1} + W_{к1} &= W_{к2} - W_{n2} \end{aligned}$$

$$W_1 = W_2$$

В консервативной системе полная механическая энергия есть величина постоянная.

В неконсервативной системе изменение полной механической энергии при переходе из одного состояния в другое равно работе, совершенной при этом внешними неконсервативными силами.
