

РАСЧЕТ КОЛИЧЕСТВА ВАРИАНТОВ

Комбинаторика -

- это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Основные понятия комбинаторики: перестановки (P)

- Задача: Представьте, что перед вами груша, яблоко и банан. Сколькими способами их можно переставить?
- Формула:

1) **Факториал** (произведение всех натуральных чисел от 1 до n включительно)

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

$$7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$$

...

$$(n-1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (n-2)(n-1)$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (n-2)(n-1)n$$

$$(n+1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (n-2)(n-1)n(n+1)$$

...

Кроме того: $0! = 1$

Основные понятия комбинаторики: размещения (A)

- Задача: Представьте, что перед вами груша, яблоко и банан. Сколькими способами можно раздать по одному фрукту Даше и Наташе?
- Формула:

Формула количества размещений: $A_n^m = (n - m + 1) \cdot \dots \cdot (n - 1)n$

Типичная смысловая нагрузка: «сколькими способами можно выбрать m объектов (из n объектов) и в каждой выборке переставить их местами (либо распределить между ними какие-нибудь уникальные атрибуты)?»

Исходя из вышесказанного, справедлива следующая формула:

$$C_n^m \cdot P_m = A_n^m$$

И в самом деле:

$$C_n^m \cdot P_m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!} \cdot m! = \frac{n!}{(n-m)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-m)(n-m+1) \cdot \dots \cdot (n-1)n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-m)} = (n-m+1) \cdot \dots \cdot (n-1)n = A_n^m$$

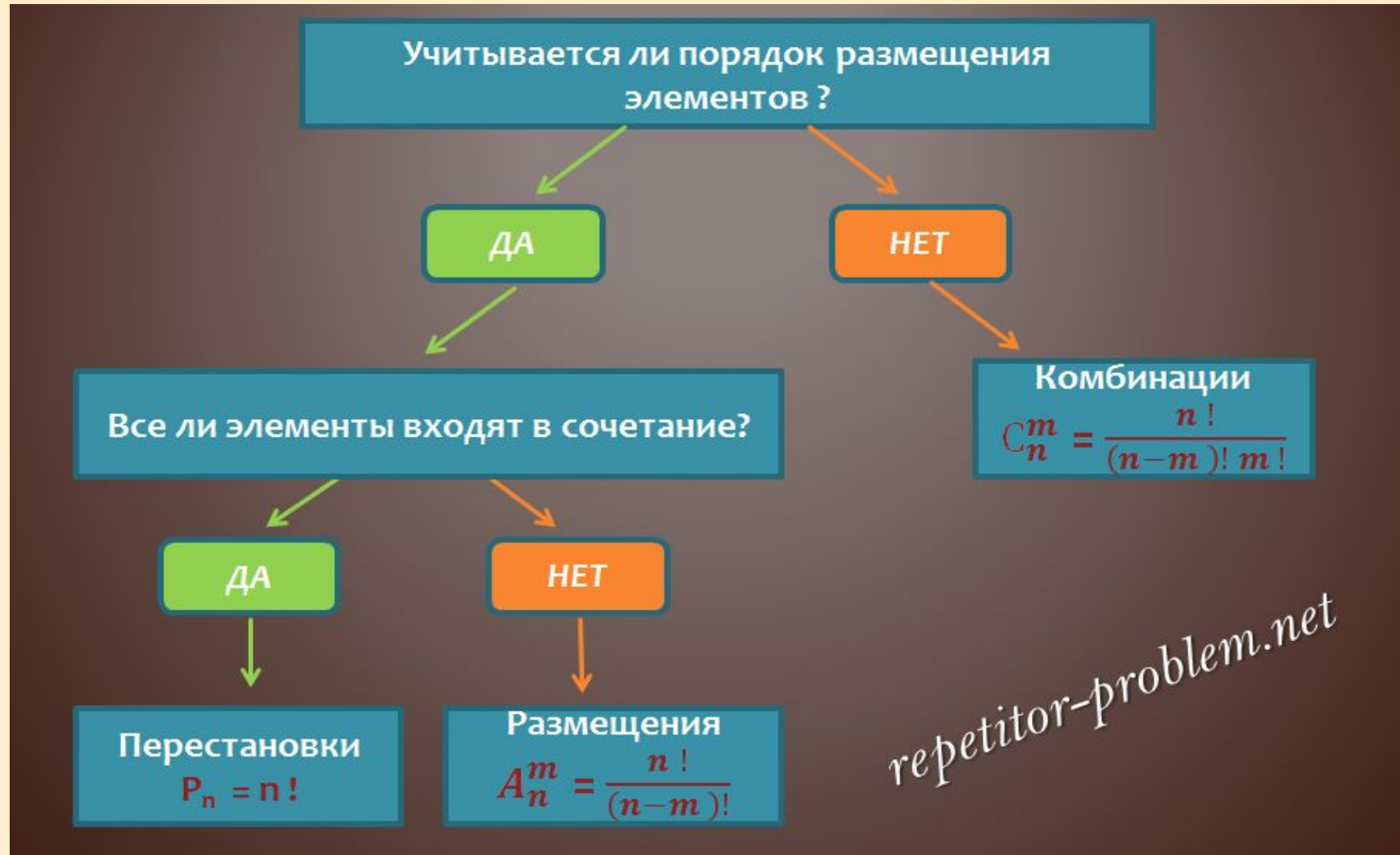
Основные понятия комбинаторики: сочетания (C)

- Задача: Представьте, что перед вами груша, яблоко и банан. Сколькими способами можно выбрать один фрукт?
- Формула:

Формула количества сочетаний:
$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$$

Типичная смысловая нагрузка: «Сколькими способами можно выбрать m объектов из n ?». Поскольку выборка проводится из множества, состоящего из n объектов, то справедливо неравенство $0 \leq m \leq n$

Как выбрать формулу?



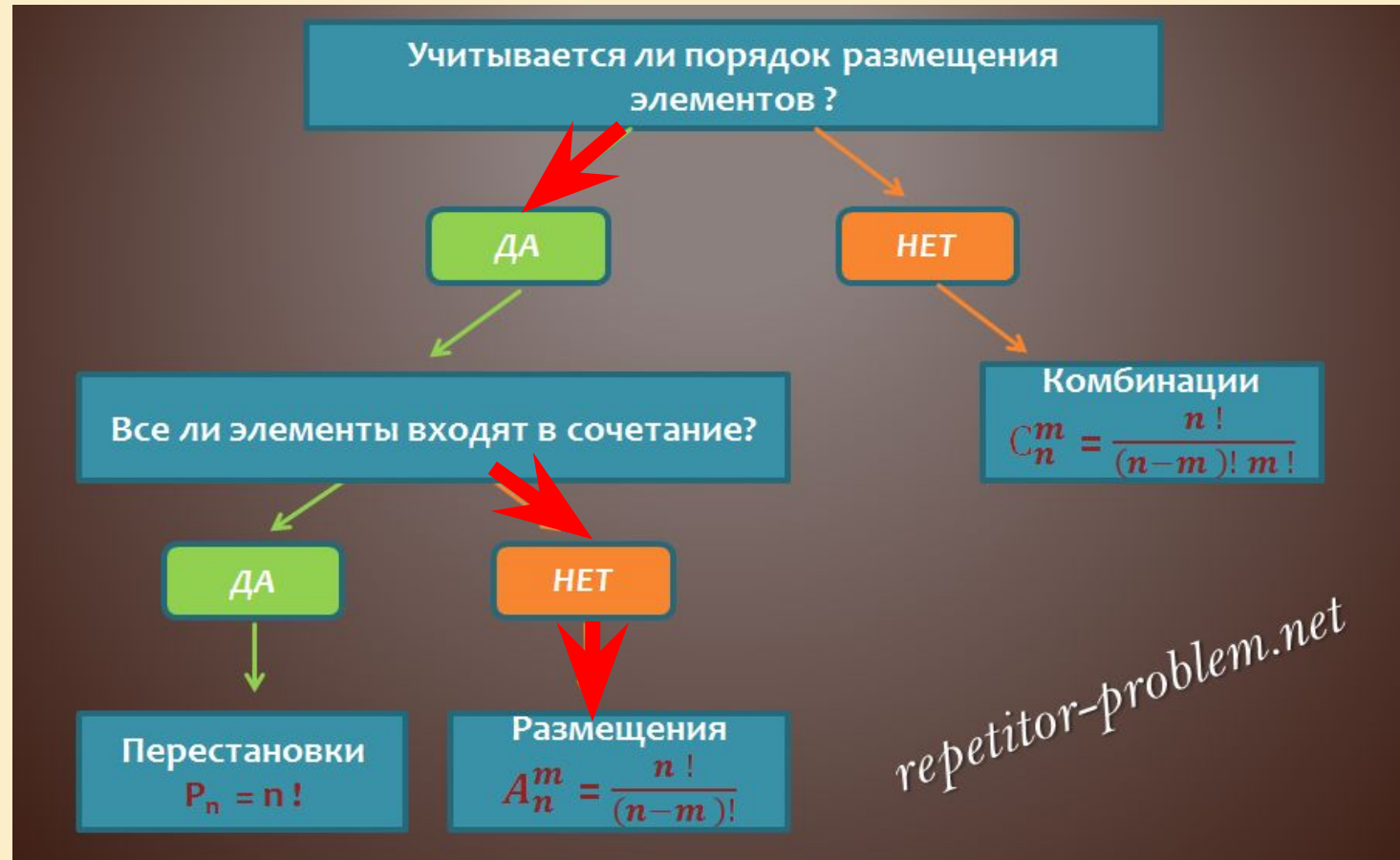
Пример № 1

- Задача: Сколько разных пятизначных чисел можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что ни одна из цифр не повторяется?
- Решение:



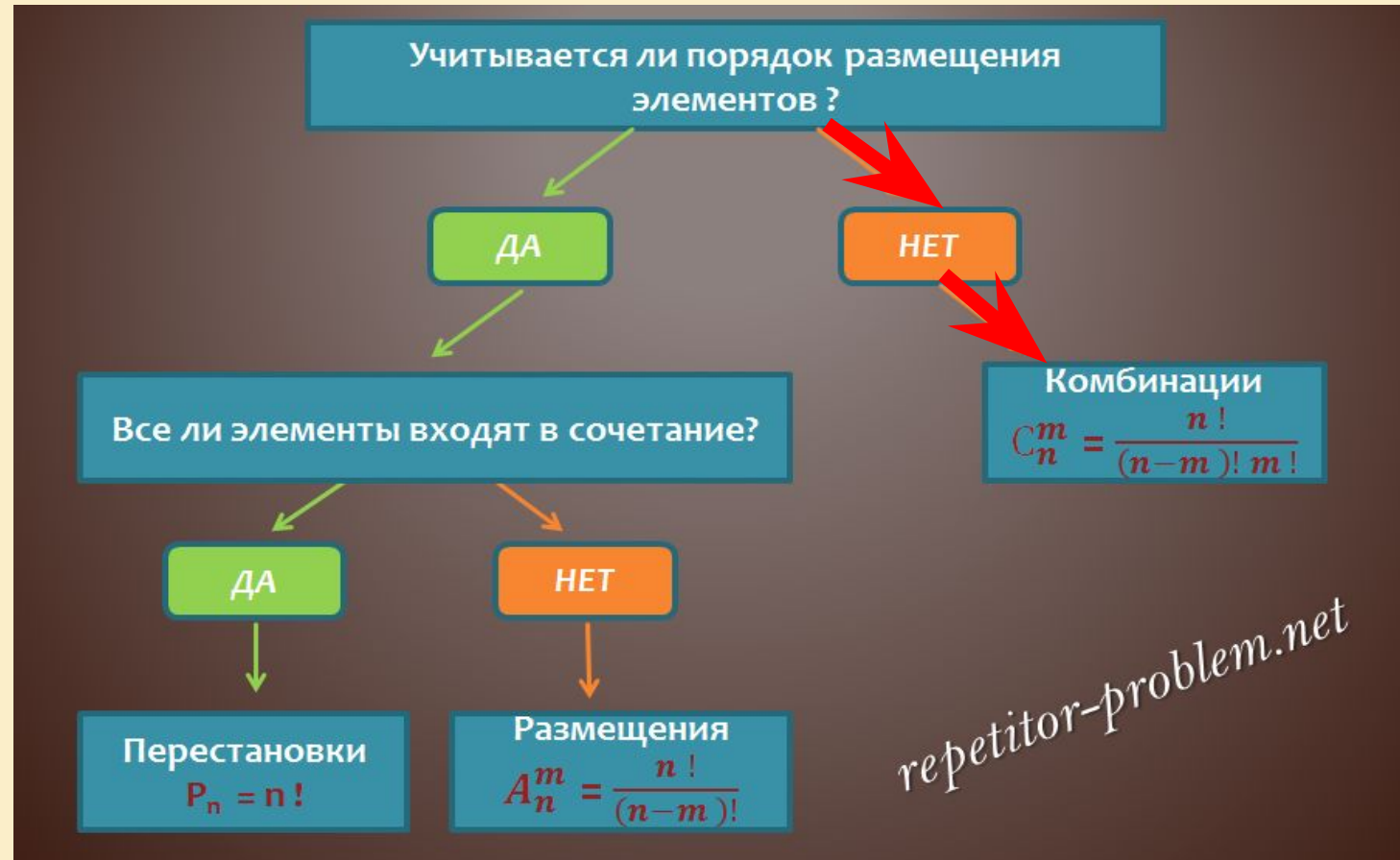
Пример № 2

- Задача: Сколько разных цепочек длиной 3 можно записать из букв А, Б, В, Г, Д, Е при условии, что буквы могут повторяться?
- Решение:



Пример № 3

- Задача: Необходимо выделить трех из пяти учеников на дежурство в столовую. Сколькими способами это можно сделать?
- Решение:



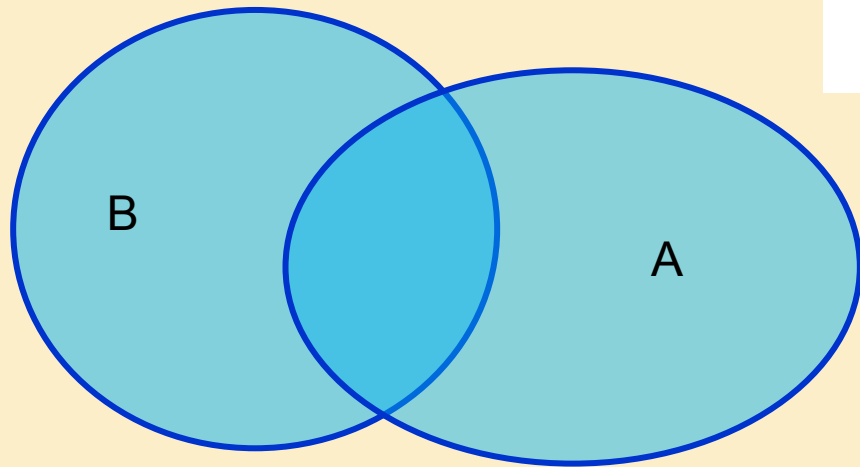
The image features two large, dark brown L-shaped brackets. One is positioned on the left side, with its vertical bar extending downwards and its horizontal bar extending to the right. The other is on the right side, with its vertical bar extending upwards and its horizontal bar extending to the left. They frame the central text.

МНОЖЕСТВО -

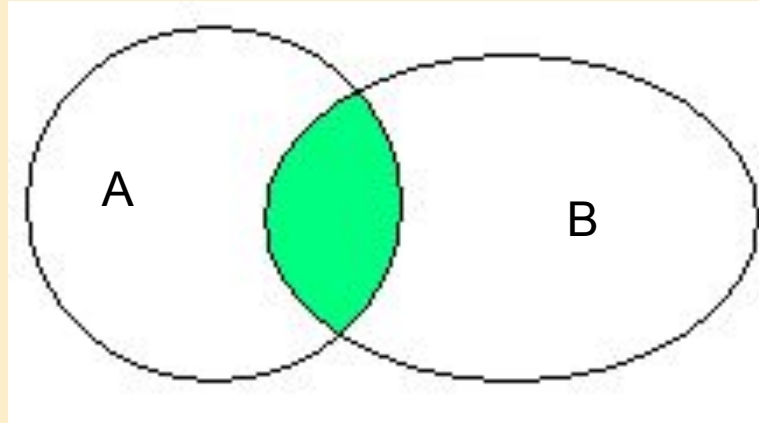
-любое количество элементов

Операции со множествами:

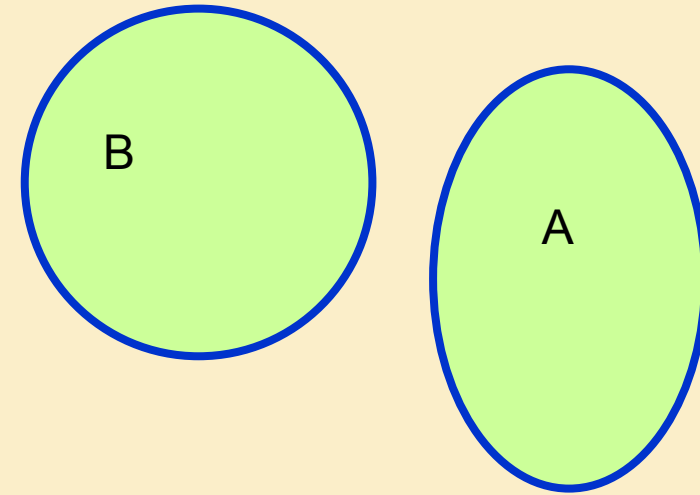
- Объединение
- Пересечение
- Отрицание



элементы находятся
в нескольких фигурах
множества (или)



элементы находятся на
пересечении фигур
множества (и)

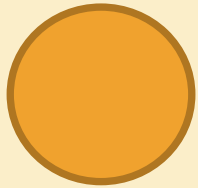


элементы находятся
за пределами фигуры
множества (не)

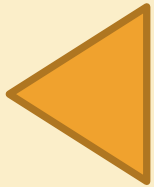
Пример



множество
птиц



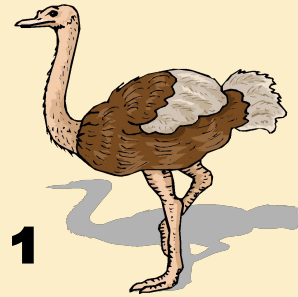
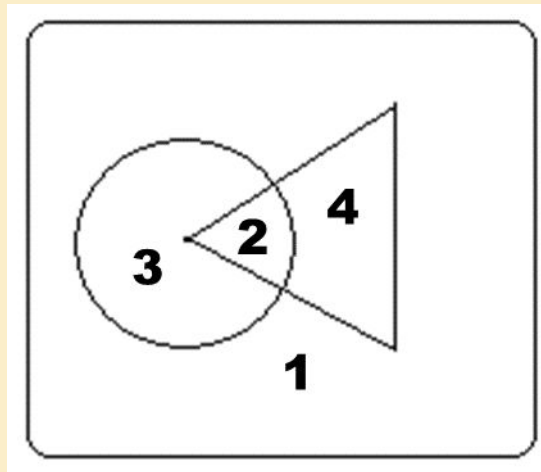
множество
плавающих
птиц



множество
летающих птиц

Схем

а



Задание

- Из десяти одноклассников четверо умеют играть в шашки, шестеро – в шахматы. Двое ребят умеют играть и в шашки и в шахматы. Расставь элементы на схеме множеств. Сколько ребят будут болельщиками?



одноклассники



шашисты



шахматисты