РАСЧЕТ КОЛИЧЕСТВА ВАРИАНТОВ

Комбинаторика -

- это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Основные понятия комбинаторики: перестановки (P)

- Задача: Представьте, что перед вами груша, яблоко и банан. Сколькими способами их можно переставить?
- Формула:

1) **Факториал** (произведение всех натуральных чисел от 1 до n включительно)

$1! = 1$

$2! = 1 \cdot 2 = 2$

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$

$7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$

...

$(n-1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot ... \cdot (n-2)(n-1)$

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot ... \cdot (n-2)(n-1)n$

$(n+1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot ... \cdot (n-2)(n-1)n(n+1)$

...

Кроме того: $0! = 1$

Основные понятия комбинаторики: размещения (А)

- Задача: Представьте, что перед вами груша, яблоко и банан. Сколькими способами можно раздать по одному фрукту Даше и Наташе?
- Формула:

Формула количества размещений: $A_n^m = (n-m+1)\cdot \ldots \cdot (n-1)n$

Типичная смысловая нагрузка: *«сколькими способами можно выбрать* m *объектов (из* n *объектов)* ***и в каждой*** *выборке переставить их местами (либо распределить между ними какие-нибудь уникальные атрибуты)?»*

Исходя из вышесказанного, справедлива следующая формула:

$$C_n^m \cdot P_m = A_n^m$$

И в самом деле:

$$C_n^m \cdot P_m = \frac{n!}{(n-m)!\cdot m!}\cdot m! = \frac{n!}{(n-m)!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-m)(n-m+1)\cdot \ldots \cdot (n-1)n}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-m)} = (n-m+1)\cdot \ldots \cdot (n-1)n = A_n^m$$

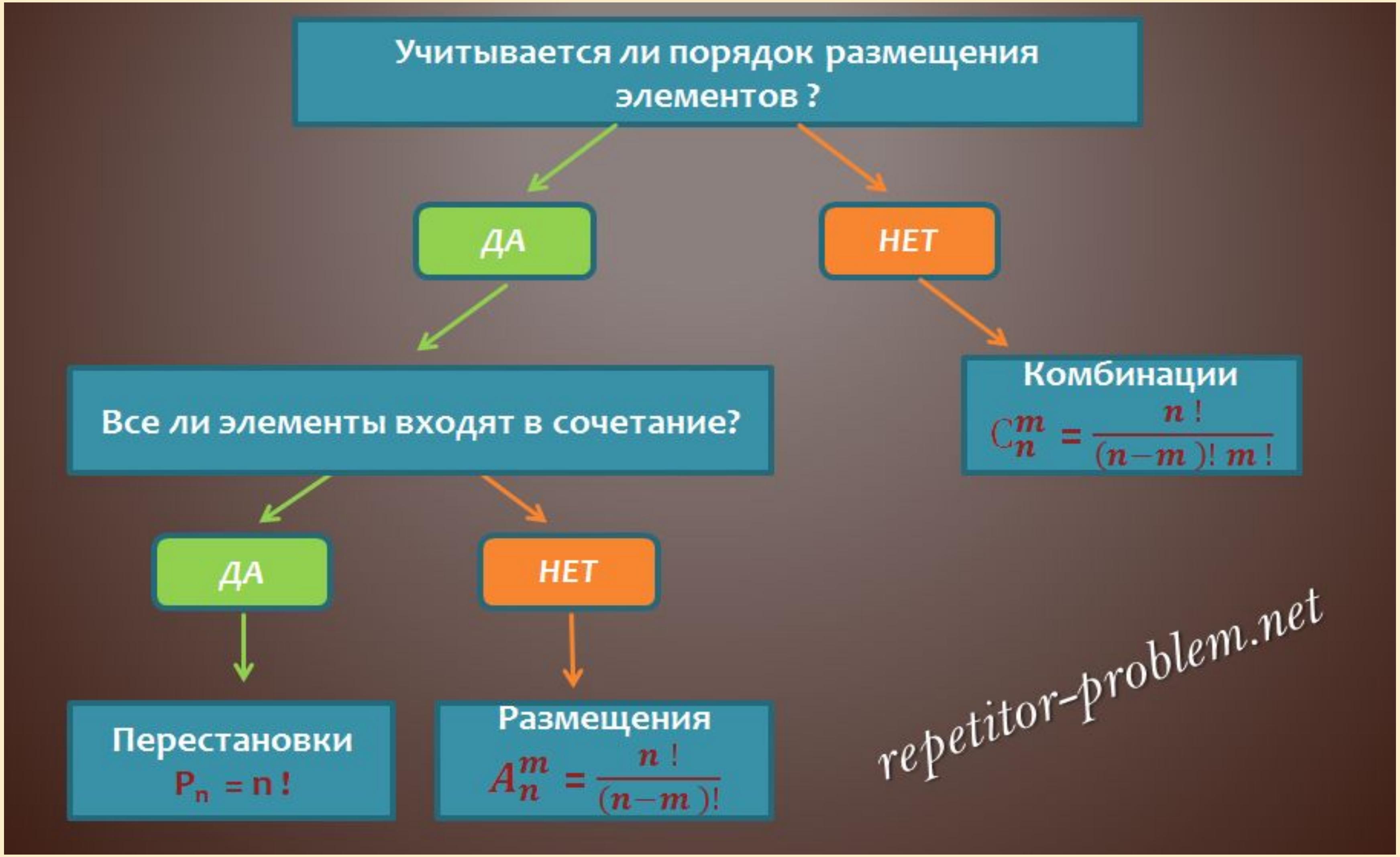
Основные понятия комбинаторики: сочетания (С)

- Задача: Представьте, что перед вами груша, яблоко и банан. Сколькими способами можно выбрать один фрукт?
- Формула:

Формула количества сочетаний: $C_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!\cdot m!}$

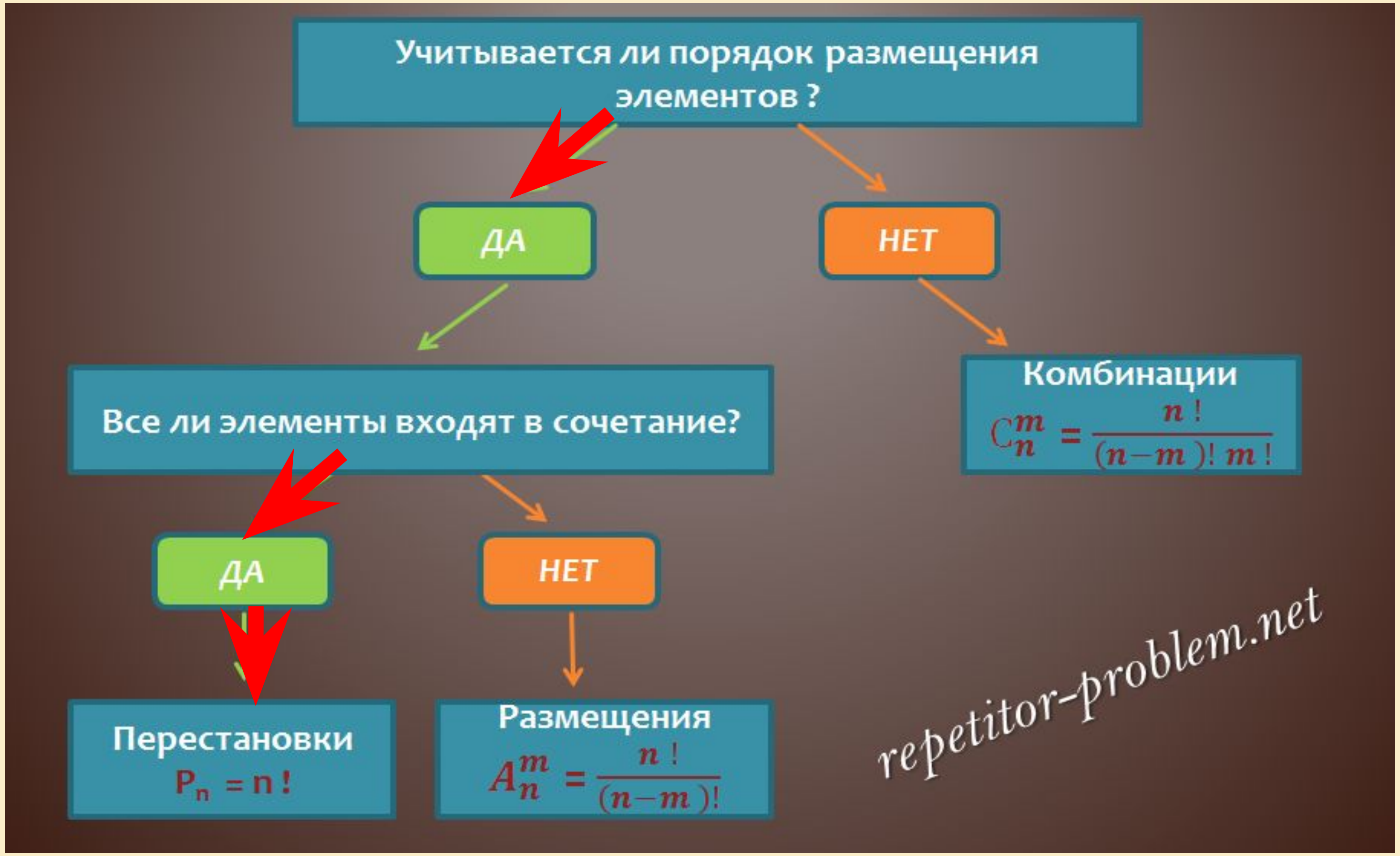
Типичная смысловая нагрузка: *«Сколькими способами можно выбрать* m *объектов из* n*?». Поскольку выборка проводится из множества, состоящего из* n *объектов, то справедливо неравенство* $0 \le m \le n$

Как выбрать формулу?



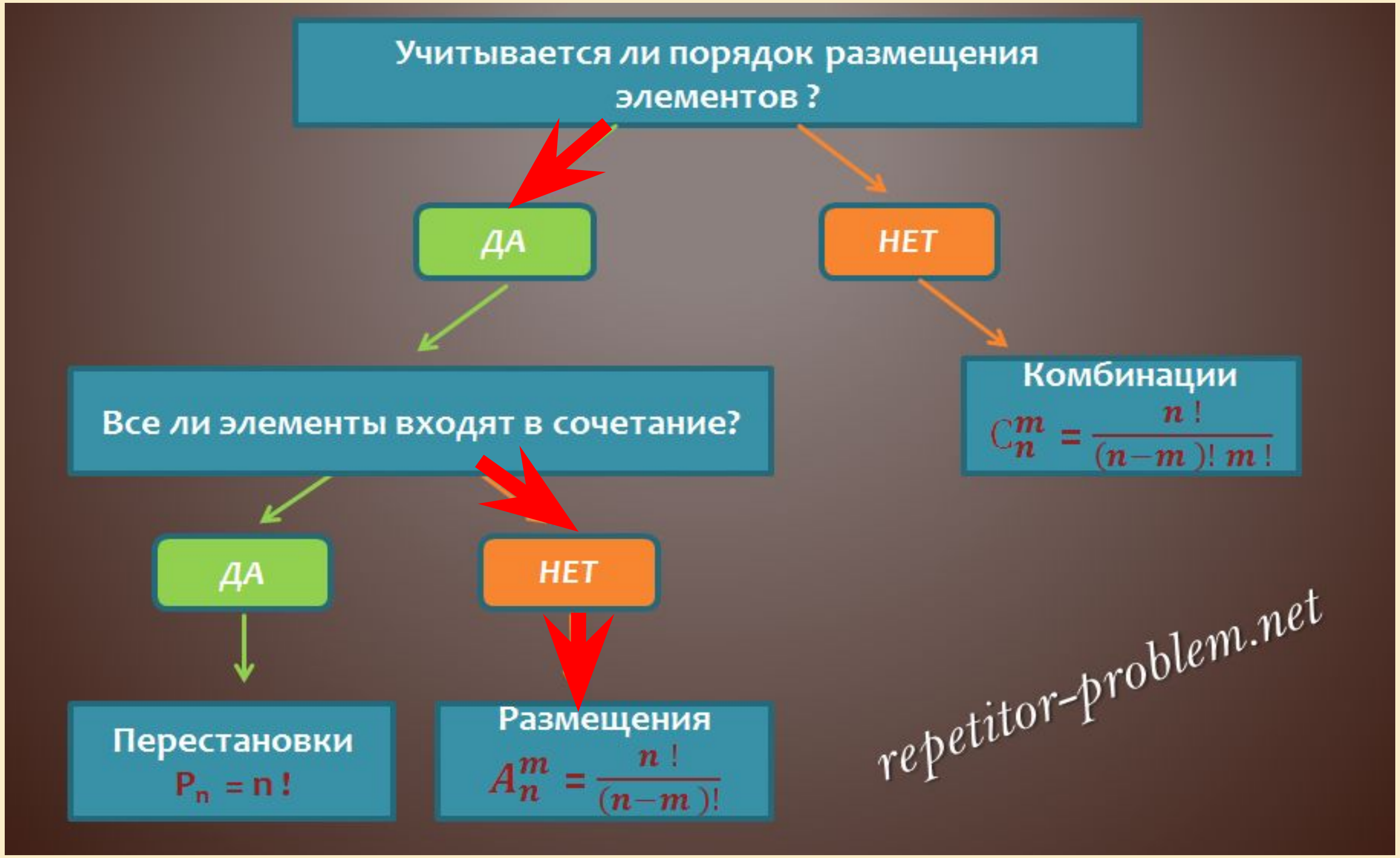
Пример № 1

- Задача: Сколько разных пятизначных чисел можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что ни одна из цифр не повторяется?
- Решение:



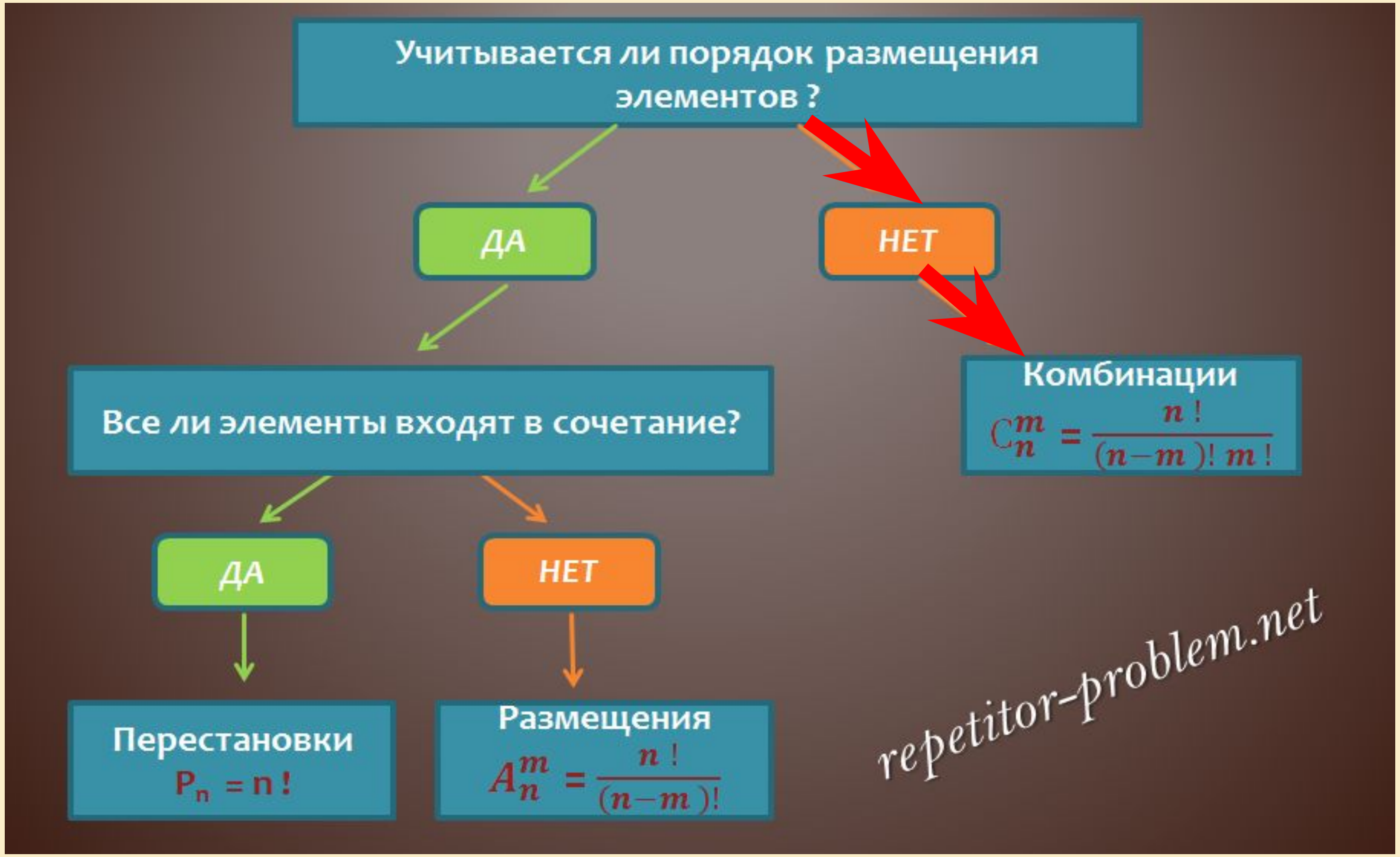
Пример № 2

- Задача: Сколько разных цепочек длинной 3 можно записать из букв А, Б, В, Г, Д, Е при условии, что буквы могут повторяться?
- Решение:



Пример № 3

- Задача: Необходимо выделить трех из пяти учеников на дежурство в столовую. Сколькими способами это можно сделать?
- Решение:

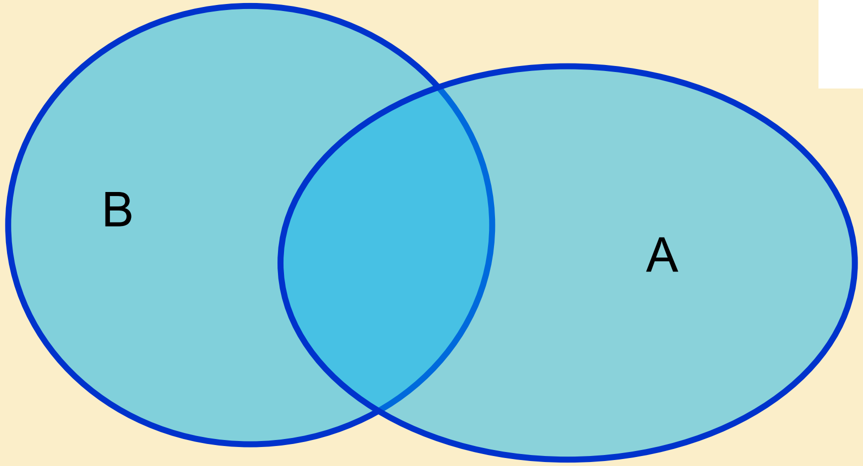


МНОЖЕСТВО -

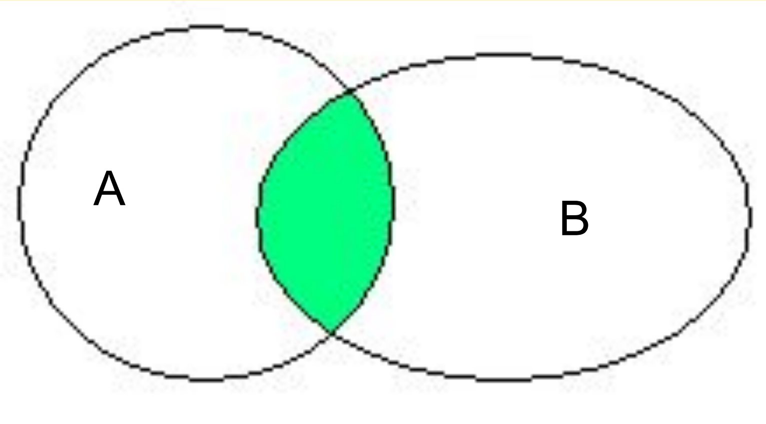
-любое количество элементов

Операции со множествами:

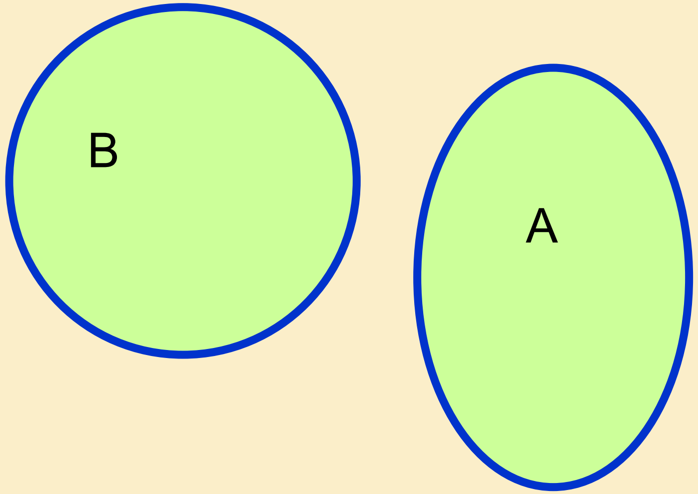
- Объединение
- Пересечение
- Отрицание



элементы находятся
в нескольких фигурах
множества (или)



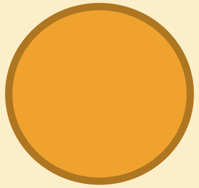
элементы находятся на
пересечении фигур
множества (и)



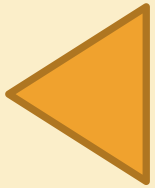
элементы находятся
за пределами фигуры
множества (не)

Пример

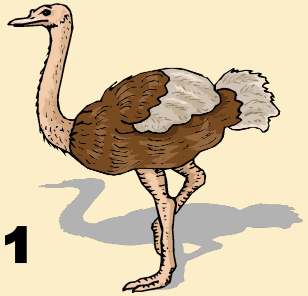
множество птиц



множество плавающих птиц

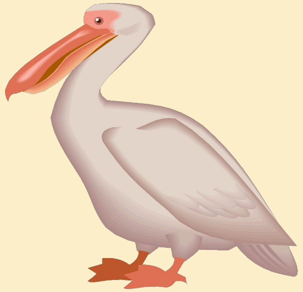


множество летающих птиц



1

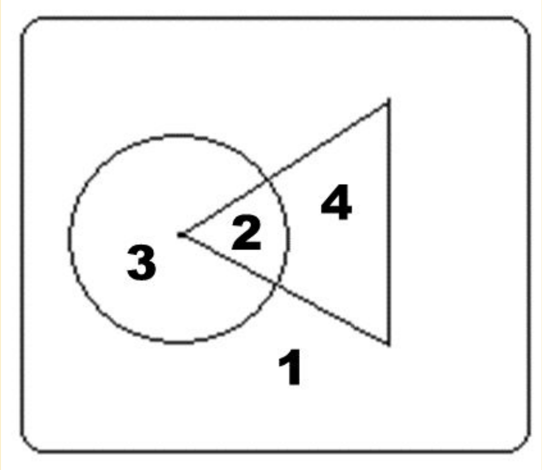
3



2

4

Схема



Задание

- Из десяти одноклассников четверо умеют играть в шашки, шестеро – в шахматы. Двое ребят умеют играть и в шашки и в шахматы. Расставь элементы на схеме множеств. Сколько ребят будут болельщиками?