Многогранники и их основные свойства

Понятие о многогранниках.

Тело, ограниченное плоскими многоугольниками, называются ***многогранником***

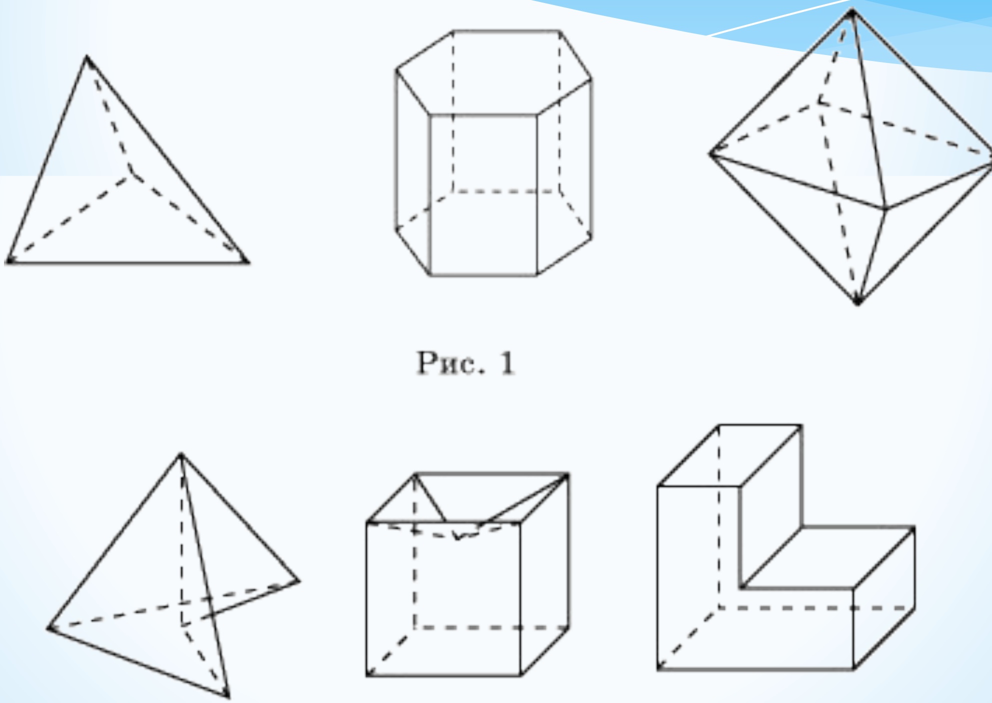
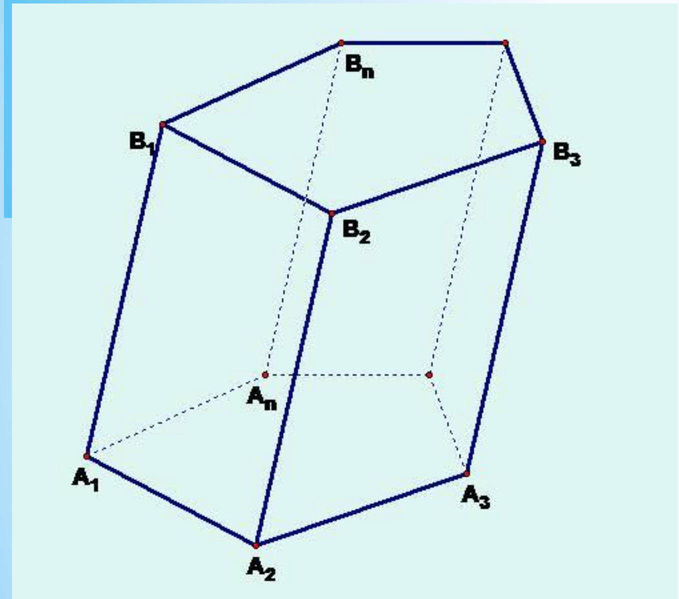


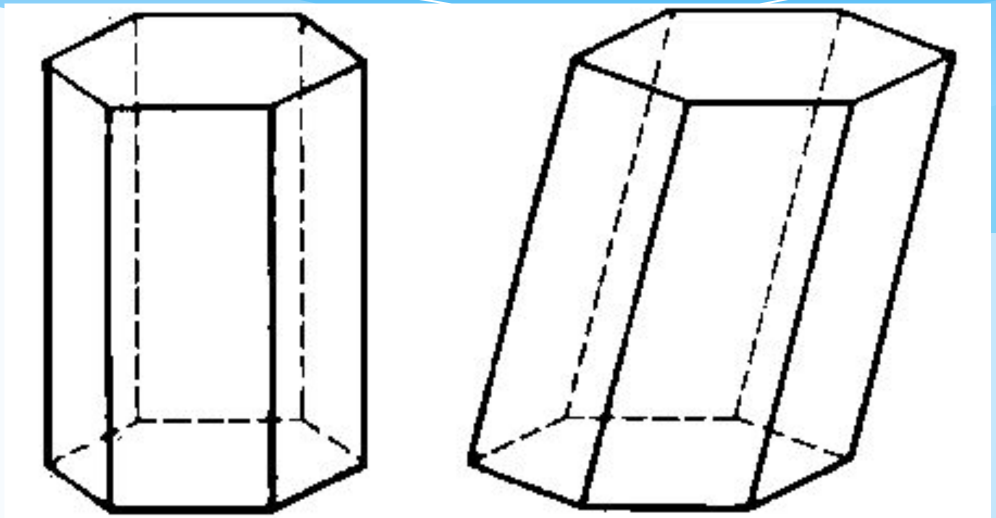
Рис. 1

Многоугольники, ограничивающие многогранник, называются ***гранями,*** *их стороны –* ***ребрами,*** *а вершины –**вершинами** многогранниками*

Призма

Призмой *называется многогранник, у которого две грани – равные многоугольники с соответственно параллельными сторонами (* **основаниями** *призмы), все остальные грани (* **боковые)пересекаются** *по параллельным прямым.*





Ребра оснований называются **сторонами** *оснований, общие ребра боковых граней-* **боковыми** *ребрами.*

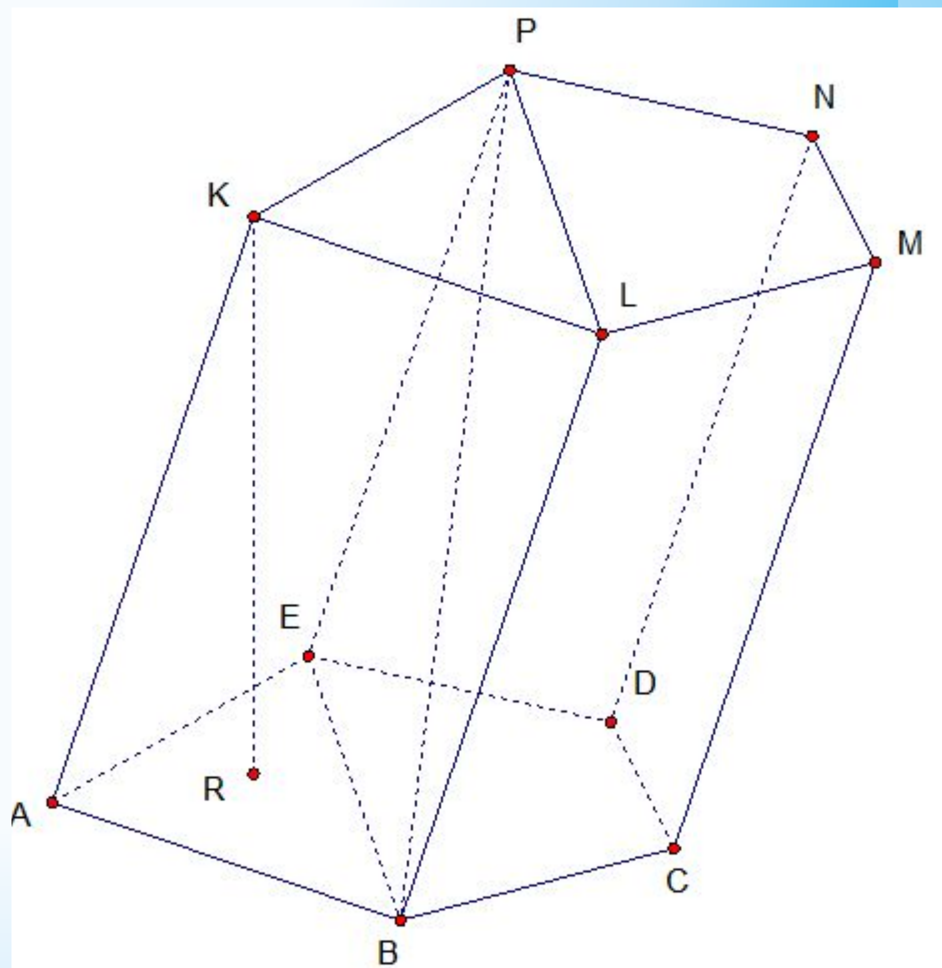
Боковые ребра призмы равны между собой, боковые грани являются **параллелограммами***.*

Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не лежащие в одной грани, называются **диагональю** призмы (PB)

Перпендикуляр, опущенный из точки одного основания на плоскость другого основания называется **высотой** *призмы (h-KR).*

Плоскость проходящая через два боковых ребра призмы, не лежащих в одной грани, называется **диагональной плоскостью**. (EPLB)

Пересечение призмы и плоскости, перпендикулярной её боковому ребру называется ***перпендикулярное (ортогональное) сечение***



Свойства призмы

1. Боковые ребра призмы параллельны и равны.

2. Перпендикулярное сечение перпендикулярно ко всем боковым рёбрам призмы.

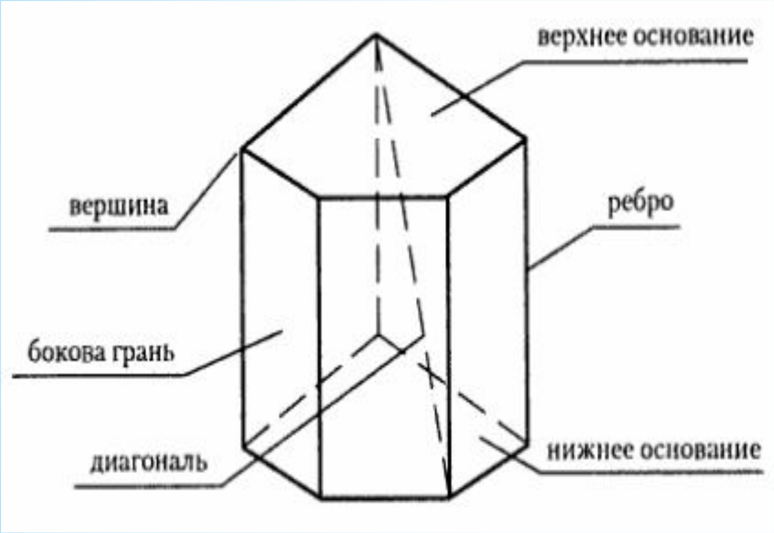
3. Углы перпендикулярного сечения — это линейные углы двугранных углов при соответствующих боковых рёбрах.

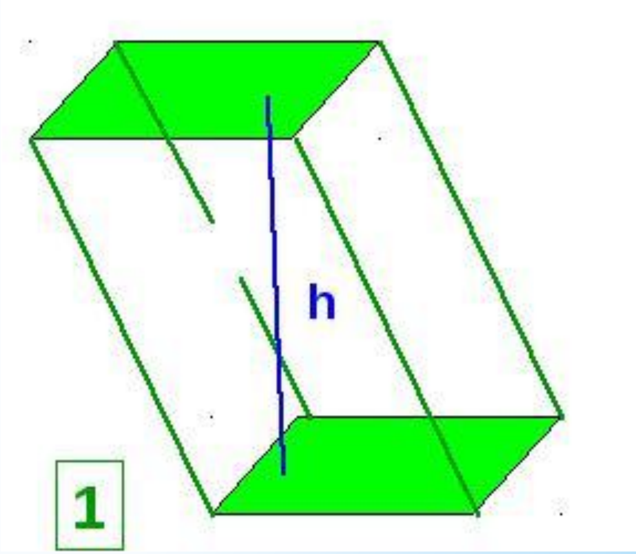
4. Перпендикулярное сечение перпендикулярно ко всем боковым граням

Призма

Прямая

Наклонная





*Призму называют **прямой,** если плоскости боковых граней перпендикулярны к плоскостям оснований*

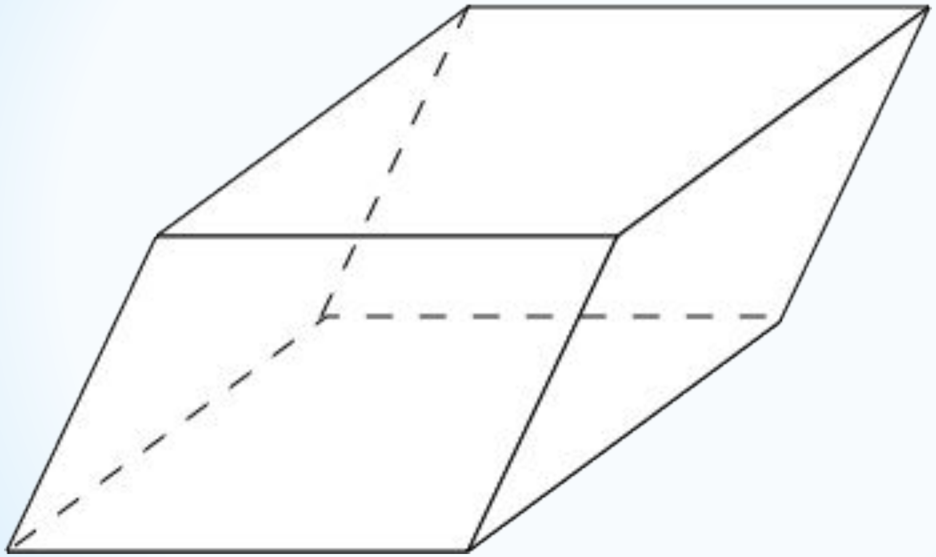
*Боковые грани прямой призмы - **прямоугольник***

*Непрямая призма называется **наклонной***

Прямую призму называют ***правильной,*** *если основанием её служит правильный многоугольник*

Параллелепипед.

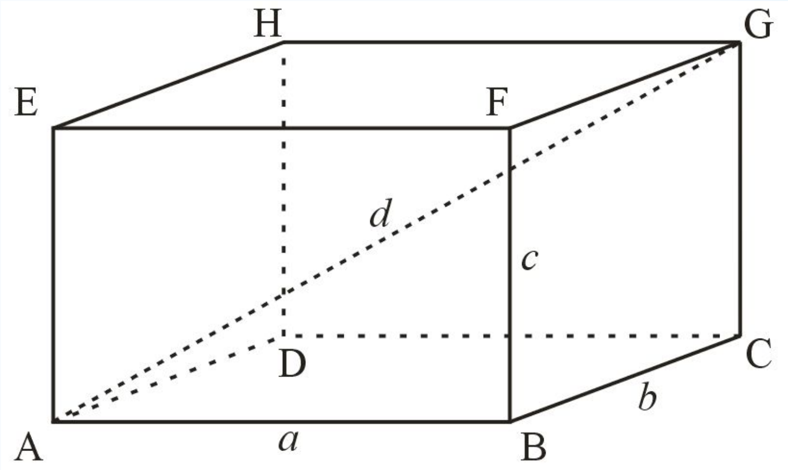
Призма, основанием которой является параллелограммы (их у него шесть), называется параллелепипедом .



Грани параллелепипеда, не имеющих общих вершин, называются ***противолежащими****.*

Типы параллелепипеда

Прямоугольный параллелепипед — *объёмная фигура, у которой шесть граней, и каждая из них является прямоугольником.*

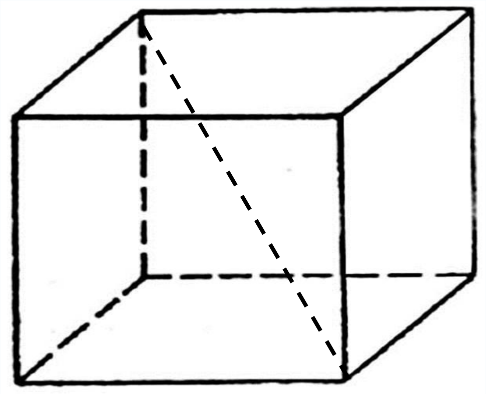


Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Куб

Прямоугольный параллелепипед с равными измерениями называется ***кубом.*** *Все шесть граней куба — равные* ***квадраты***



Квадрат диагонали куба равен утроенному произведению квадратов его ребер

$$d^2 = 3a^2$$

Площади призмы

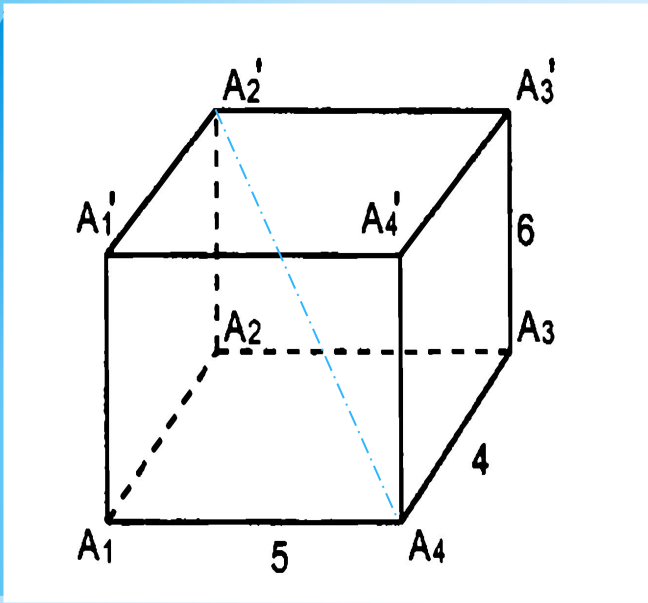
$$S_{бок} = P_{осн} \cdot l$$

где ***P*** ***осн*** *- периметр основания,*
l*-ребро призмы*

$$S_{полн} = 2S_{осн} + S_{бок}$$

Правильная призма	Площадь боковой поверхности	Площадь основания	Площадь полной поверхности
Треугольная призма	3ah	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$2S_{осн}+S_{бок}=a(\frac{a\sqrt{3}}{2}+3h)$
Четырехугольная призма	4ah	a^2	$2S_{осн}+S_{бок}=2a(a+2h)$
Шестиугольная призма	6ah	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$	$2S_{осн}+S_{бок}=3a(a\sqrt{3}+2h)$

Решение задач по теме: «Призма и его виды»



Дано: $A_1A_2A_3A_4$-прямоугольник

$A_1A_4=5$, $A_3A_4=4$, $A'_3A_3=6$

Найти: A'_2A_4

Решение:

По свойству имеем:

$$(A'_2A_4)^2=(A_1A_4)^2+(A_3A_4)^2+(A'_3A_3)^2$$

$$(A'_2A_4)^2=(5)^2+(4)^2+(6)^2$$

$$(A'_2A_4)^2=25+16+36$$

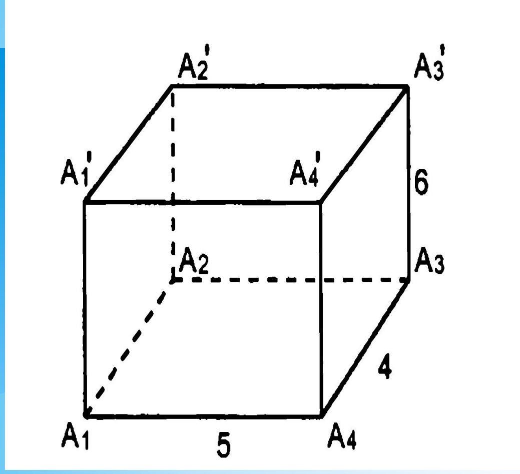
$$(A'_2A_4)^2=77$$

$$A'_2A_4=\sqrt{77}$$

1. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: 1,1,2

2. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: 8,9,12

3. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: 12,16,21



Дано: $A_1A_2A_3A_4$-прямоугольник

$A_1A_4=5$, $A_3A_4=4$, $A'_3A_3=6$

Найти: $S_{бок}$, $S_{полн.}$

Решение:

$$S_{бок} = P_{осн} \cdot l \quad P_{осн} = 2(A_1A_4 + A_4A_3)$$

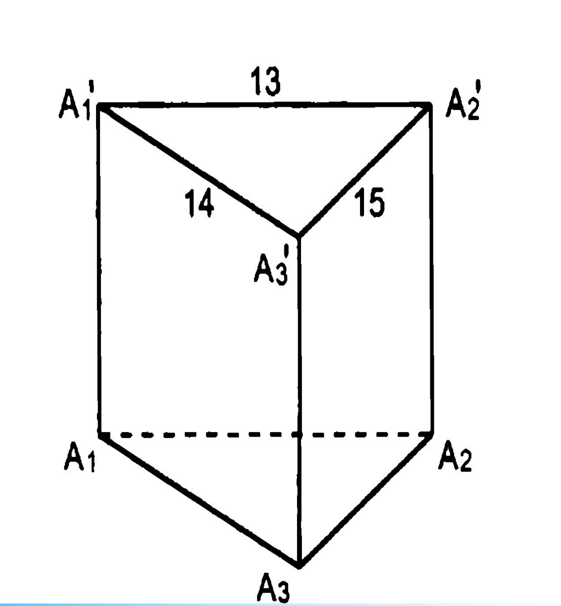
$$P_{осн} = 2(5+4) = 2 \cdot 9 = 18$$

$$S_{бок} = 18 \cdot 6 = 108$$

$$S_{полн} = 2S_{осн} + S_{бок} \quad S_{осн} = A_1A_4 \cdot A_4A_3$$

$$S_{осн} = 5 \cdot 4 = 20$$

$$S_{полн} = 2 \cdot 20 + 108 = 40 + 108 = 148$$



Дано: $A_1A_2A_3$ –призма, $A_1A_2=13$, $A_1A_3=14$, $S_{полн}=378$ $A_3A_2=15$,

Найти: $A^{/}{}_1A_1$

Решение:

$$S_{полн} = 2S_{осн} + S_{бок}$$

$$2S_{осн} + S_{бок} = 378$$

$$S_{осн} = \sqrt{p(p-a)(p-в)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+в+c}{2} \quad p = \frac{15+14+13}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

$$S_{осн} = \sqrt{21(21-15)(21-14)(21-13)}$$

$$S_{осн} = \sqrt{21 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}$$

$$S_{осн} = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 = 84$$

$$S_{бок} = P_{осн} \cdot l$$

$$P_{осн} = 13 + 14 + 15 = 42$$

$$2 \cdot 84 + 42 \cdot A_1^{/} A_1 = 378$$

$$168 + 42 \cdot A_1^{/} A_1 = 378$$

$$42 \cdot A_1^{/} A_1 = 378 - 168$$

$$42 \cdot A_1^{/} A_1 = 210$$

$$A_1^{/} A_1 = 210 : 42$$

$$A_1^{/} A_1 = 5$$

4.Найдите площади полной и боковой поверхности призмы , если дана правильная треугольная призма, с основанием 10 и боковым ребром 15.

$(50\sqrt{3}+450)$

5.Найдите площади полной и боковой поверхности призмы , если дана правильная четырехугольная призма, с основанием 12 и высотой 8