Лекция 2

Способы задания автоматов. Логические автоматы.

§1.Способы задания автоматов.

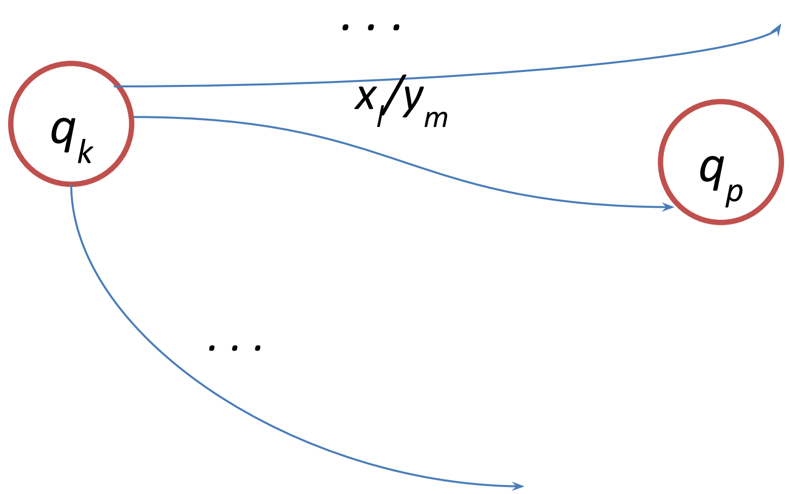
- 1. Табличный способ задания автомата (АТ).

$q(t-1)$ / $x(t)$	q_1	q_2	…	q_k	…	q_r
x_1						
…						
x_l				q_p / y_m		
…						
x_n						

$$\varphi(x_l, q_k) = q_p,\ \ \psi((x_l, q_k) = y_m$$

2. Способ задания в виде диаграммы Мура (ДМ) .

- ДМ- это орграф, в котором каждая вершина помечена одним из состояний (количество вершин равно количеству состояний). Из каждой вершины выходит столько стрелок, сколько символов в алфавите *X*.



Пример. Автомат задан в виде АТ

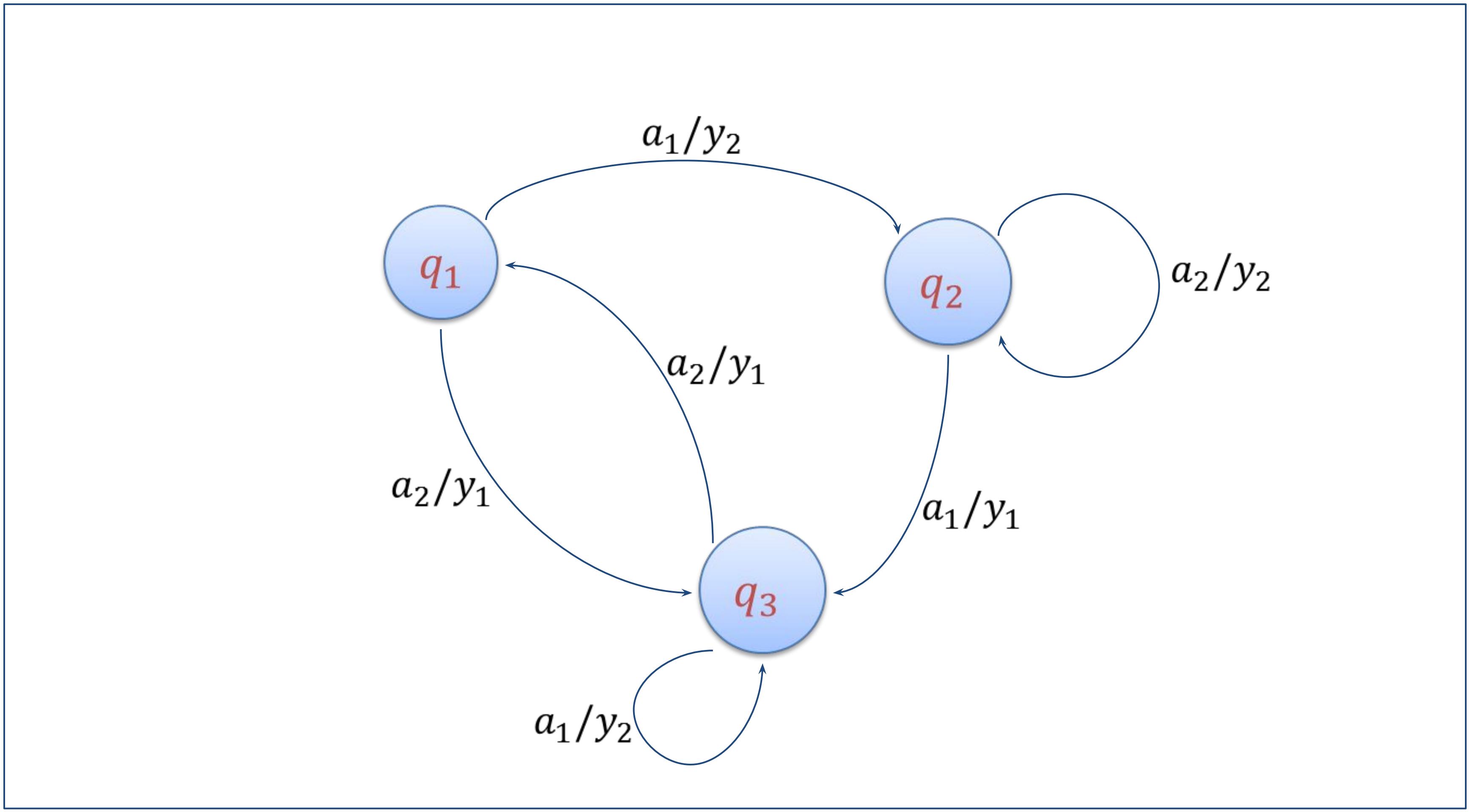
x(t) \ q(t-1))	q1	q2	q3

Пусть на входной ленте записано слово $\alpha = a_1 a_1 a_2 a_1 a_2$.

При этом $q(0) = q_2$. Тогда ω=S(q$_{2,}$ $\boldsymbol{\alpha}$)=$y_1 y_2 y_1 y_2 y_2$

$$q_2 \xrightarrow[y_1]{a_1} q_3 \xrightarrow[y_2]{q_1} q_3 \xrightarrow[y_1]{q_2} q_1 \xrightarrow[y_2]{q_1} q_2 \xrightarrow[y_2]{q_2}$$

Зададим автомат с помощью ДМ:



3. Задание автомата с помощью системы канонических уравнений (СКУ)

- X, Y, Q кодируются двоичными числами.

Имеем СКУ:

$$\begin{cases} \varphi(\vec{x}(t), \vec{q}(t-1)) = \vec{q}(t) \\ \psi(\vec{x}(t), \vec{q}(t-1)) = \vec{y}(t) \end{cases}$$

Функции φ и ψ становятся булевыми функциями.

Сам автомат становится **логическим.**

Продолжение примера (строим логический автомат): $X : a_1 \sim 0, \ \ a_2 \sim 1$

$$Y : y_1 \sim 0, \ \ y_2 \sim 1$$

$$Q : q_1 \sim 00, \ q_2 \sim 01, q_3 \sim 10; \ q(t) \sim z_1(\mathrm{t})\mathrm{z}_2(\mathrm{t})$$

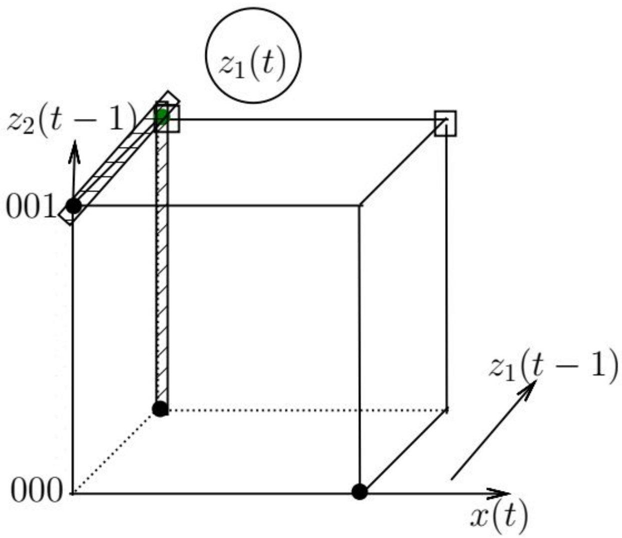
АТ для логического Автомата ⤳

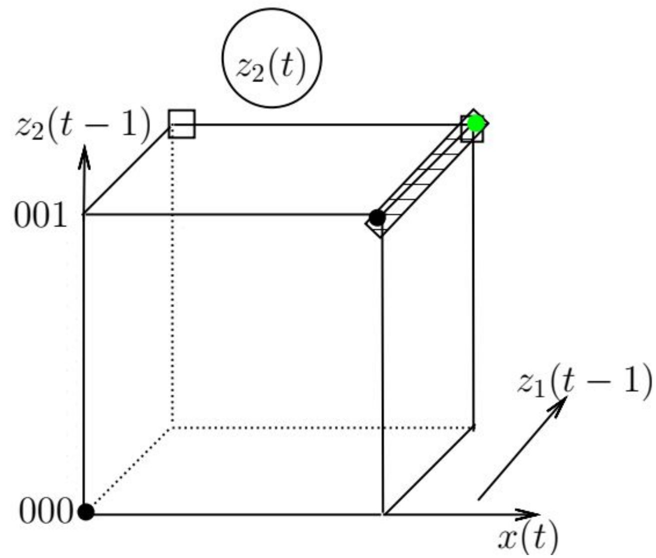
Таблица истинности

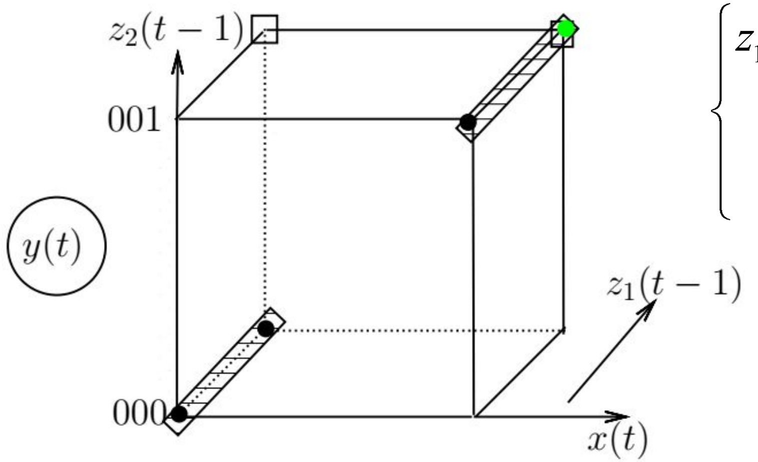
$X \backslash z_1z_2$	00	01	10	11
0	01 \ 1	10 \ 0	10 \ 1	10 \ 0
1	10 \ 0	01 \ 1	00 \ 0	01 \ 1

x(t)					*y(t)*
0	*0*	*0*	*0*	*1*	*1*
0	*0*	*1*	*1*	*0*	*0*
0	*1*	*0*	*1*	*0*	*1*
0	*1*	*1*	1	0	*0*
1	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*
1	*0*	*1*	*0*	*1*	*1*
1	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*
1	*1*	*1*	0	1	1

АТ дополняем резервными состояниями так, чтобы функции $z_1(t)$, $z_2(t)$, $y_1(t)$ имели минимальные ДНФ







$$
\begin{cases}
z_1(\mathrm{t}) = \overline{x}(t)\cdot z_2(t-1) \vee \overline{x}(t)\cdot z_1(t-1) \vee x(t)\cdot z_1(t-1)\cdot z_2(t-1) \\
z_2(t) = \overline{x}(t)\cdot \overline{z}_1(t-1)\cdot \overline{z}_2(t-1) \\
y(t) = \overline{x}(t)\cdot \overline{z}_2(t-1) \vee x(t)\cdot z_2(t-1)
\end{cases}
$$

§2. Определение логического автомата.

- Конечный автомат S={X,Y,Q,φ, ψ} называется **логическим**, если все его алфавиты являются булевыми кубами, а именно $X = B^n, Y = B^k, Q = B^r$.
- В этом случае функции переходов и выходов (φ и ψ) становятся булевыми векторными функциями от $n + r$ аргументов и мы имеем систему из $r + k$ канонических уравнений:

$$\begin{cases} \varphi(\vec{x}(t), \vec{q}(t-1)) = \vec{q}(t) \\ \psi(\vec{x}(t), \vec{q}(t-1)) = \vec{y}(t) \end{cases}$$

При этом могут возникнуть *фиктивные* или *резервные* состояния.

§3. Примеры автоматов

- 1. Элемент единичной задержки (З).

X={0,1}=Y=Q

X \ Q	0	1
0	0 0	0 1
1	1 0	1 1

$$\begin{cases} q(t) = x(t) \\ y(t) = q(t-1) \end{cases}$$

- 2. Последовательный арифметический сумматор.

a и *b* – двоичные –*n*- разрядные двоичные числа.

a+b=y?

$$a = a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0$$

$$+$$

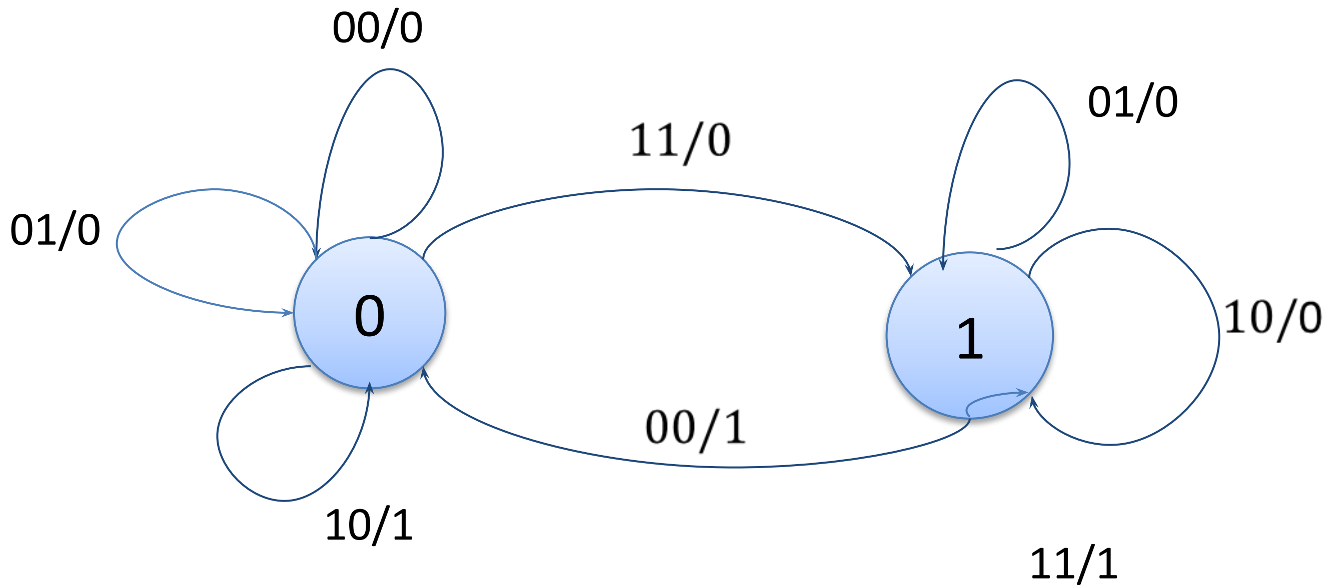
$$b = b_n b_{n-1} \ldots b_1 b_0$$

X={00,01,10,11}; Y=Q={0,1}

$$\overline{\qquad\qquad\qquad}$$

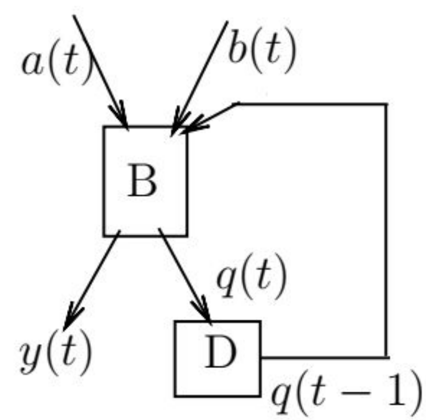
$$y = y_{n+1} y_n y_{n-1} \ldots y_1 y_0$$

Q **X**	**0**	**1**
00	0 0	0 1
01	0 1	1 0
10	0 1	1 0
11	1 0	1 1



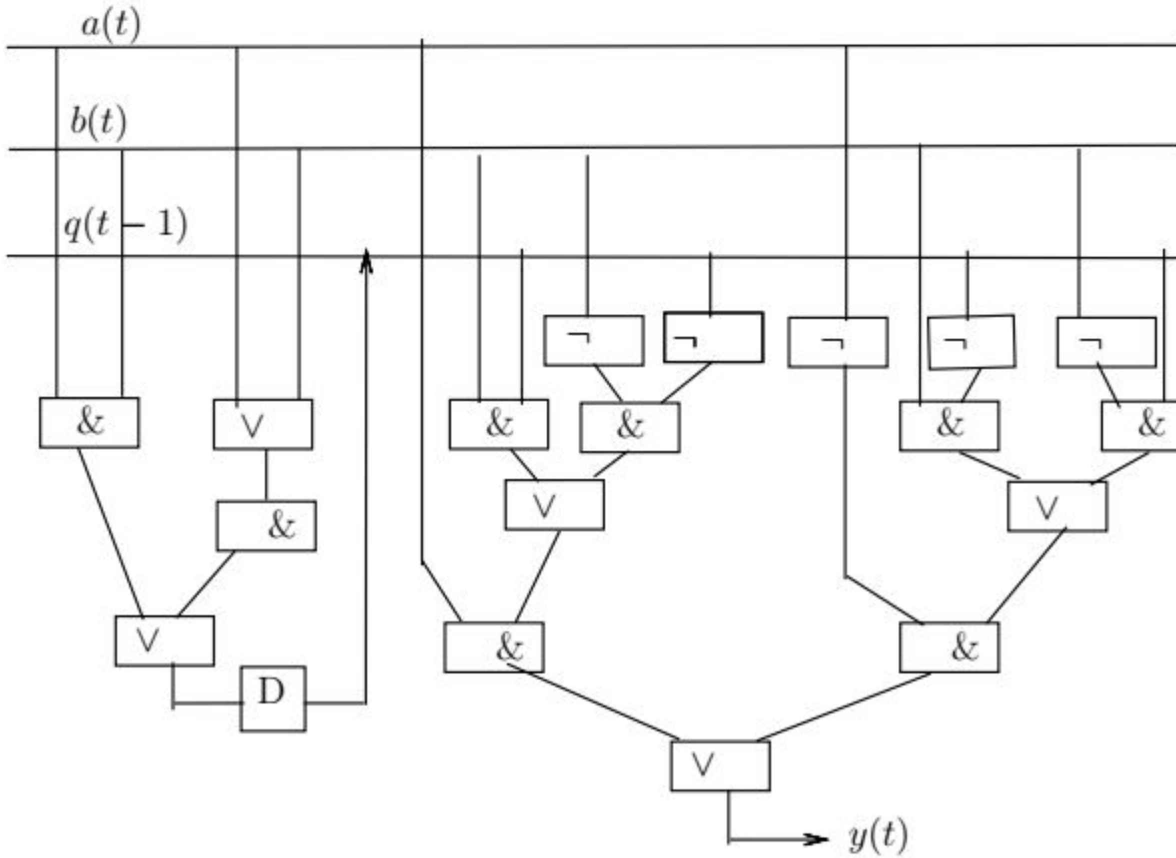
После минимизации ДНФ получим СКУ:

$$\begin{cases} q(\mathrm{t}) = a(t)\cdot b(t) \vee (a(t)\vee b(t))\cdot q(t-1) \\ y(t) = a(t)(\mathrm{b(t)}\cdot q(t-1)\vee \overline{b}(t)\cdot \overline{q}(t-1)) \vee \overline{a}(t)\cdot (b(t)\overline{q}(t-1)\vee \overline{b}(t)q(t-1 \end{cases}$$



Автоматная реализация по сравнению с неавтоматной «проигрывает» во времени, но «выигрывает» в компактности.

Реализуем автомат в виде СЛС



4 яруса,
Сложность схемы равна
14