

Лекция 2

Способы задания автоматов. Логические автоматы.

§1. Способы задания автоматов.

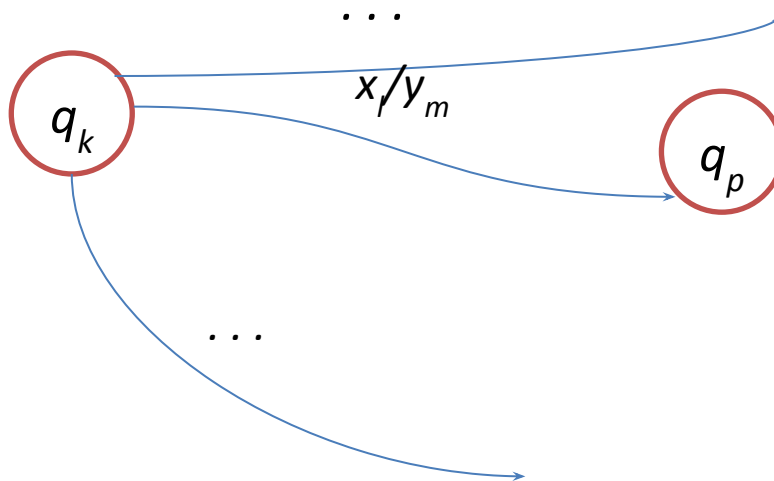
- 1. Табличный способ задания автомата (АТ).

$x(t) \backslash q(t-1)$	q_1	q_2	...	q_k	...	q_r
x_1						
...						
x_l				$\begin{array}{l} \backslash \\ q_p \\ / \\ y_m \end{array}$		
...						
x_n						

$$\varphi(x_l, q_k) = q_p, \quad \psi((x_l, q_k) = y_m$$

2. Способ задания в виде диаграммы Мура (ДМ) .

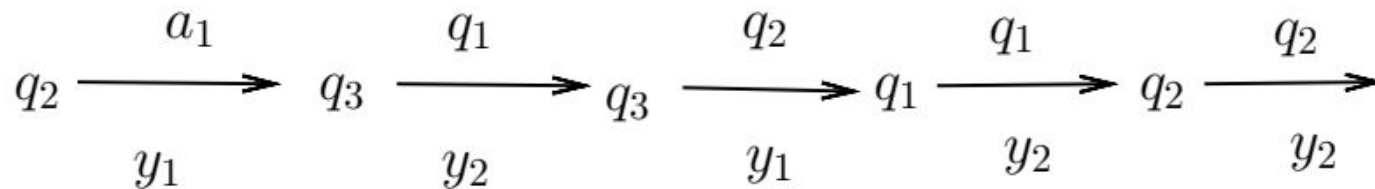
- ДМ- это орграф, в котором каждая вершина помечена одним из состояний (количество вершин равно количеству состояний). Из каждой вершины выходит столько стрелок, сколько символов в алфавите X .



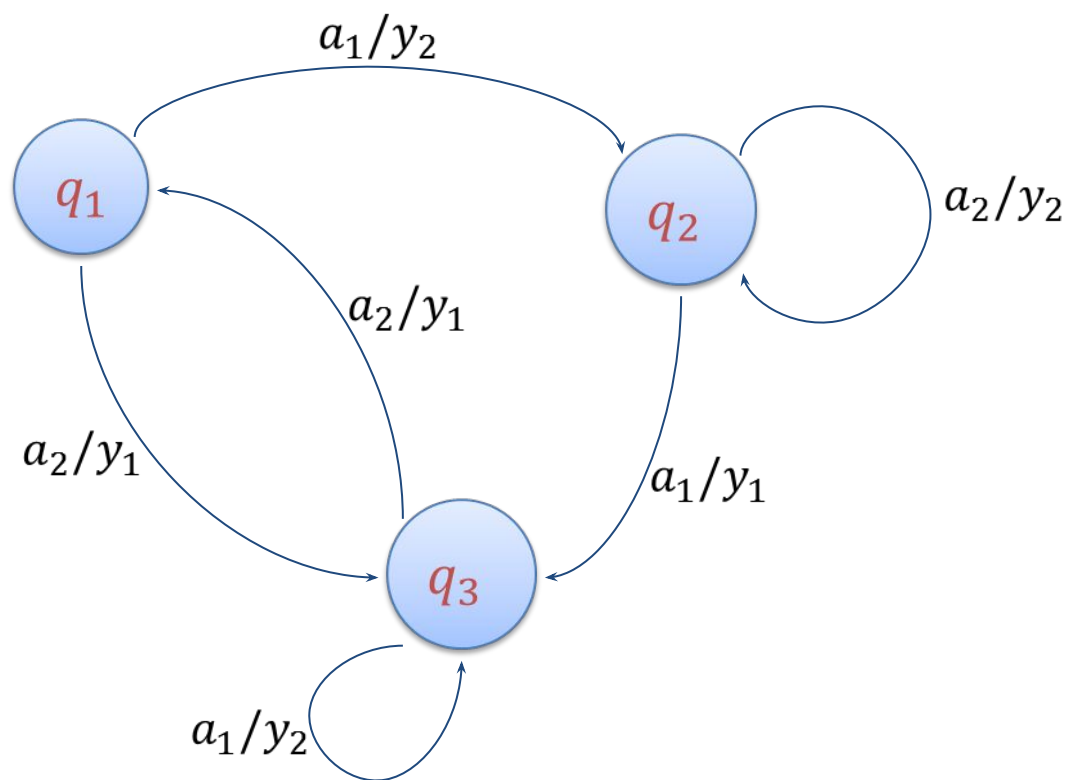
Пример. Автомат задан в виде АТ

$q(t-1) \backslash x(t)$	$q1$	$q2$	$q3$

Пусть на входной ленте записано слово $\alpha = a_1 a_1 a_2 a_1 a_2$.
 При этом $q(0) = q_2$. Тогда $\omega = S(q_2, \alpha) = y_1 y_2 y_1 y_2 y_2$



Зададим автомат с помощью ДМ:



3. Задание автомата с помощью системы канонических уравнений (СКУ)

X, Y, Q кодируются двоичными числами.

Имеем СКУ:

$$\begin{cases} \varphi(x(t), q(t-1)) = q(t) \\ \psi(x(t), q(t-1)) = y(t) \end{cases}$$

Функции φ и ψ становятся булевыми функциями.

Сам автомат становится **ЛОГИЧЕСКИМ**.

Продолжение примера (строим логический автомат): $X : a_1 \sim 0, a_2 \sim 1$

$$Y : y_1 \sim 0, y_2 \sim 1$$

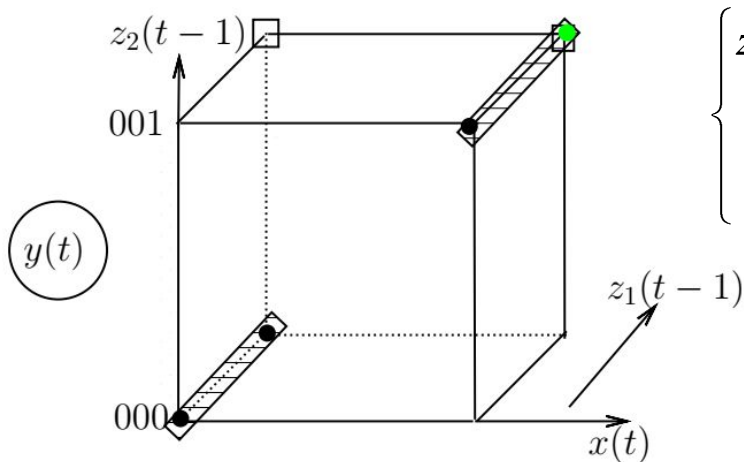
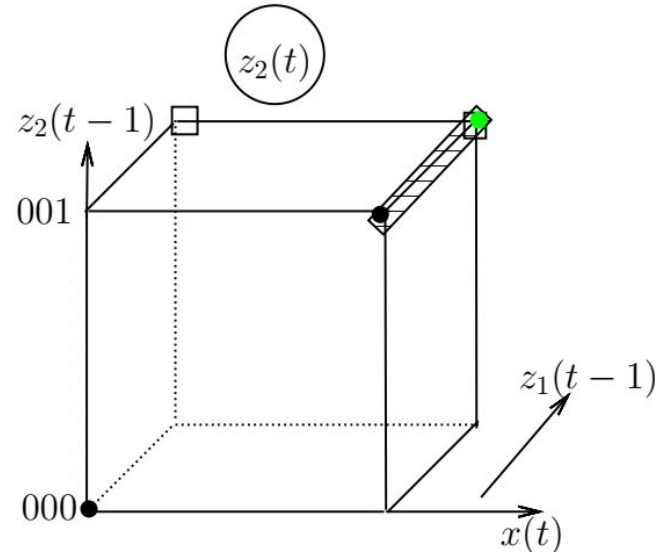
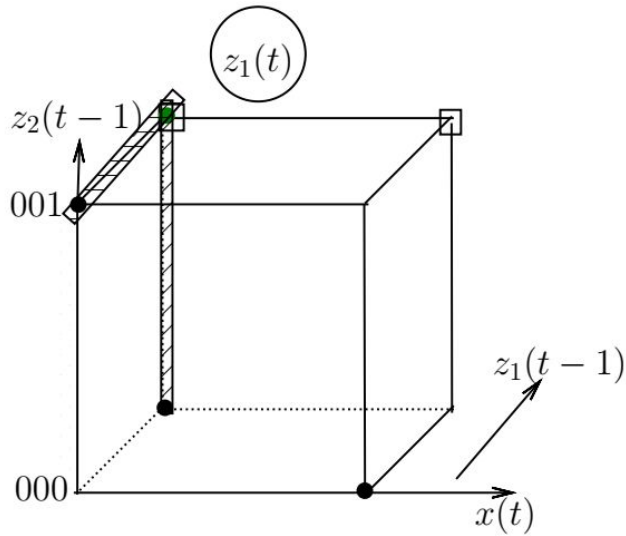
$$Q : q_1 \sim 00, q_2 \sim 01, q_3 \sim 10; q(t) \sim z_1(t)z_2(t)$$

АТ для
логического
Автомата
~
Таблица
истинност
и

$z_1 z_2$	00	01	10	11
X				
0	01 1	10 0	10 1	10 0
1	10 0	01 1	00 0	01 1

$x(t)$					$y(t)$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1

АТ дополняем резервными состояниями так, чтобы функции $z_1(t)$, $z_2(t)$, $y_1(t)$ имели минимальные ДНФ



$$\begin{cases} z_1(t) = \bar{x}(t) \cdot z_2(t-1) \vee \bar{x}(t) \cdot z_1(t-1) \vee x(t) \cdot z_1(t-1) \cdot z_2(t-1) \\ z_2(t) = \bar{x}(t) \cdot \bar{z}_1(t-1) \cdot \bar{z}_2(t-1) \\ y(t) = \bar{x}(t) \cdot \bar{z}_2(t-1) \vee x(t) \cdot z_2(t-1) \end{cases}$$

§2. Определение логического автомата.

- Конечный автомат $S = \{X, Y, Q, \varphi, \psi\}$ называется **логическим**, если все его алфавиты являются булевыми кубами, а именно $X = B^n, Y = B^k, Q = B^r$.
- В этом случае функции переходов и выходов (φ и ψ) становятся булевыми векторными функциями от $n + r$ аргументов и мы имеем систему из $r + k$ канонических уравнений:

$$\begin{cases} \varphi(\vec{x}(t), \vec{q}(t-1)) = \vec{q}(t) \\ \psi(\vec{x}(t), \vec{q}(t-1)) = \vec{y}(t) \end{cases}$$

При этом могут возникнуть *фиктивные* или *резервные* состояния.

§3. Примеры автоматов

- 1. Элемент единичной задержки (З).

$$X=\{0,1\}=Y=Q$$



Q	0	1
x	0	1
0	0	1
1	0	1

$$\begin{cases} q(t) = x(t) \\ y(t) = q(t-1) \end{cases}$$

- 2. Последовательный арифметический сумматор.

a и b – двоичные $-n$ - разрядные двоичные числа.

$$a+b=y?$$

$$a = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$$

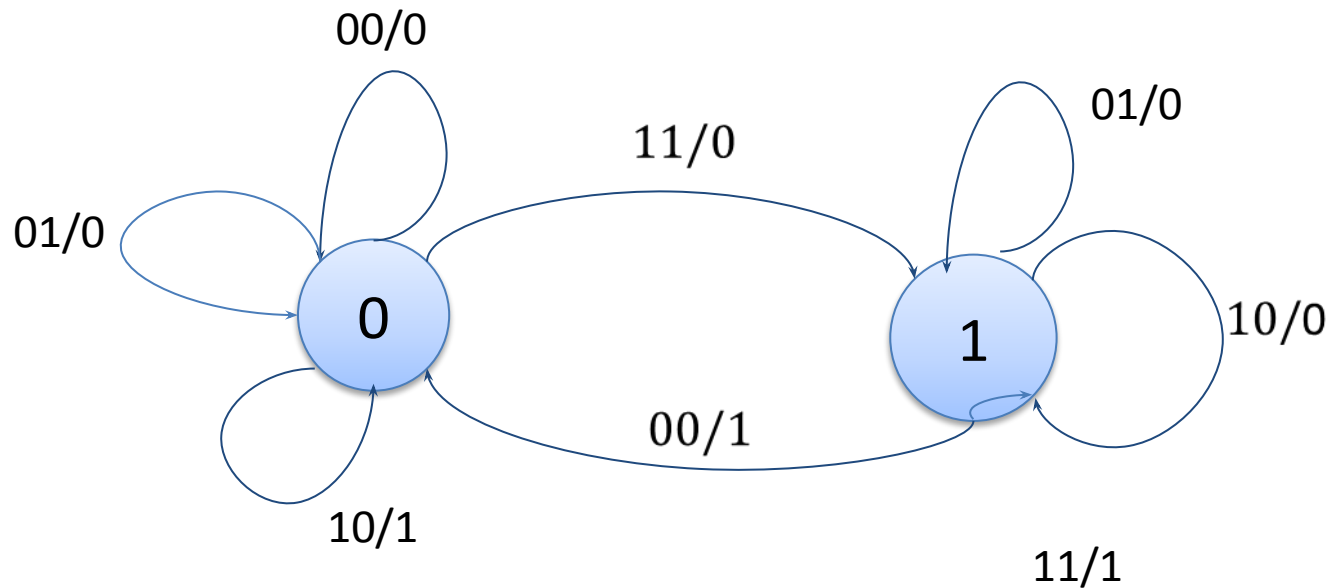
+

$$b = b_n b_{n-1} \dots b_1 b_0$$

$$X=\{00,01,10,11\}; Y=Q=\{0,1\}$$

$$y = y_{n+1} y_n y_{n-1} \dots y_1 y_0$$

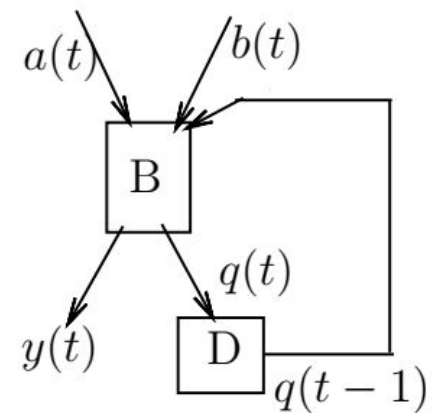
X Q	0	1
00	0 0	1 0
01	1 0	0 1
10	1 0	0 1
11	0 1	1 1



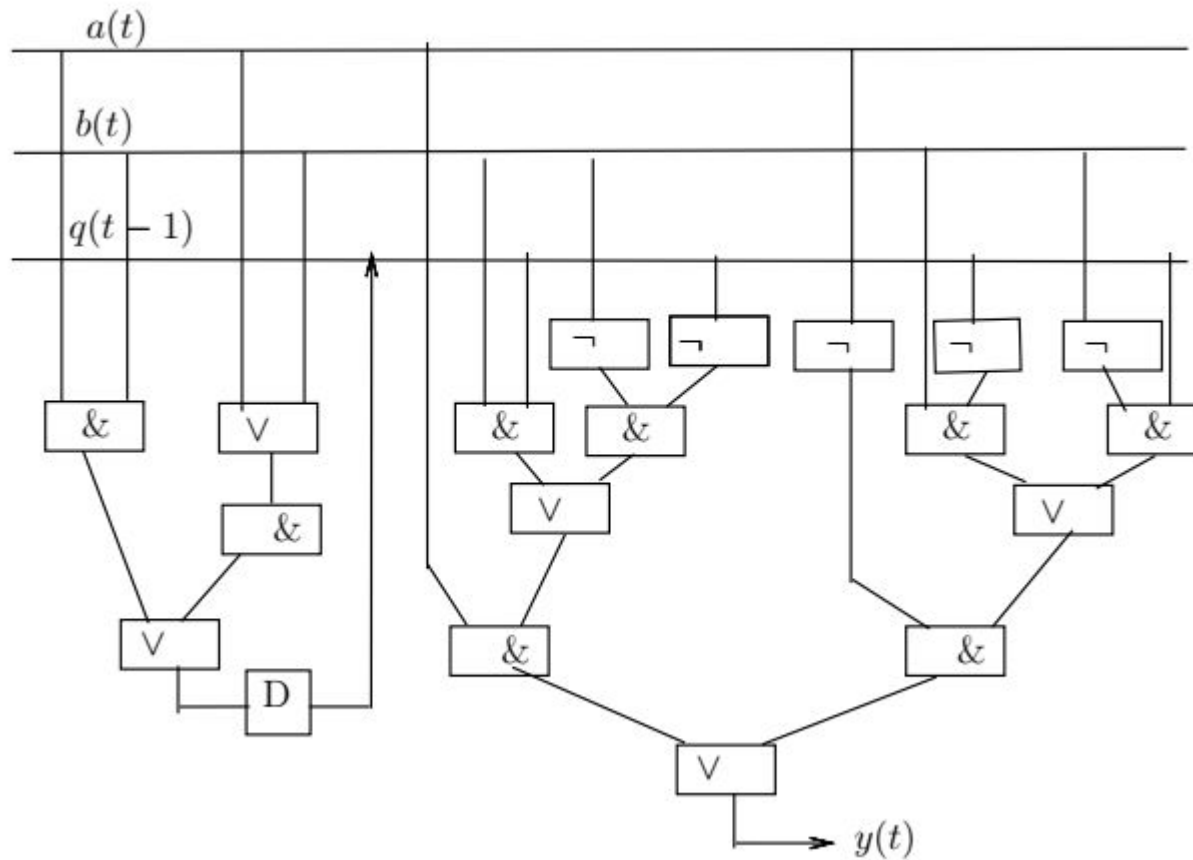
После минимизации ДНФ получим СКУ:

$$\begin{cases} q(t) = a(t) \cdot b(t) \vee (a(t) \vee b(t)) \cdot q(t-1) \\ y(t) = a(t)(b(t) \cdot q(t-1) \vee \bar{b}(t) \cdot \bar{q}(t-1)) \vee \bar{a}(t) \cdot (b(t) \bar{q}(t-1) \vee \bar{b}(t) q(t-1)) \end{cases}$$

Автоматная реализация по сравнению с неавтоматной «проигрывает» во времени, но «выигрывает» в компактности.



Реализуем автомат в виде СЛС



4 яруса,
Сложность схемы равна
14