# Производственная функция

# Понятие производства

- Под ***производством*** понимается деятельность фирмы по использованию ею производственных факторов с целью получения продукта, который будучи реализованным на рынке принесёт доход, покрывающий издержки производства и обеспечивающий прибыль.
- **Производство** - это деятельность фирмы по использованию факторов производства с целью получения наилучшего результата (с целью создания продукции *оптимальным* способом)
- Если заданы объемы факторов производства, то ***максимизируется*** *выпуск*.
- Если заданы результаты производства, то ***минимизируются*** *объемы вовлекаемых факторов*.

# Производственная функция

**Производственная функция** - показывает зависимость количества продукта, которое может произвести фирма, от объемов затрат используемых факторов

$$Q = f(x_1, x_2 \ldots x_n)$$

$$Q = f(K, L),$$

где **Q** - объем выпуска

$x_1, x_2 \ldots x_n$ - объемы применяемых факторов

**K** - объем капитального фактора

**L** - объем трудового фактора

- Производственная функция была предложена в 1890 г. кембриджским математиком **Артуром Берри** (1861-1929), помогавшим А. Маршаллу (1842-1924) при подготовке математического приложения к его фундаментальному труду «Принципы экономической науки».

# Свойства производственной функции

- Производственная функция показывает **максимальный** объем выпуска при данных объемах ресурсов.
- Каждая производственная функция отражает только данную технологию.
- В рамках данной технологии производственная функция допускает некоторую взаимозаменяемость факторов производства *без изменения объема выпуска*
- Существуют технологические и экономические пределы роста объема выпуска за счет роста одного из факторов при постоянстве остальных.
- Увеличение затрат капитала и труда за известными пределами ведет к уменьшению общего продукта – *закон убывающей отдачи факторов*
- Изменение *всех* факторов производства происходит не в *коротком*, а *длительном* периоде времени.

# Производственная функция (функция Кобба-Дугласа)

*(Cobb-Douglas function)*

- *Производственная функция Кобба-Дугласа* — зависимость объема производства от создающих его труда **L** и капитала **K.**

$$Q = A K^{\alpha} L^{\beta}$$

- Идея данной производственной функции была впервые предложена американским экономистом ***Полом Дугласом*** *(Paul Douglas (1892-1976)* и математиком ***Чарльзом Коббом*** (*Charles W. Cobb)* в 1928 г. для обрабатывающей промышленности США.
- Эта упрощенная форма (в которой не учитываются затраты природных ресурсов) получила большое распространение в силу трудностей учета затрат природных ресурсов, и лишь в последние годы начали предприниматься попытки учесть вклад всех трех факторов.

# Производственная функция (функция Кобба-Дугласа)

*(Cobb-Douglas function)*

$$Q = A K^{\alpha} L^{\beta}$$

где **A** - коэффициент пропорциональности,

- **α** и **β** - коэффициенты эластичности объема производства по затратам труда и капитала.
- Коэффициент α показывает, на сколько процентов увеличится объем производства, если затраты капитала возрастут на 1%.
- Коэффициент β показывает, на сколько процентов увеличится объем выпуска, если затраты труда возрастут на 1%.
- Сумма α+β показывает, на сколько изменится объем производства (или ВНП) при одновременном увеличении труда и капитала на 1%.
- α =1/4 β=3/4, A = 1,01 в первоначальном варианте формулы.

# Эффект масштаба

- Изменение объемов выпуска в зависимости от изменения объемов применяемых факторов производства называется **эффектом масштаба**

$\alpha+\beta=1$ *постоянный эффект масштаба*

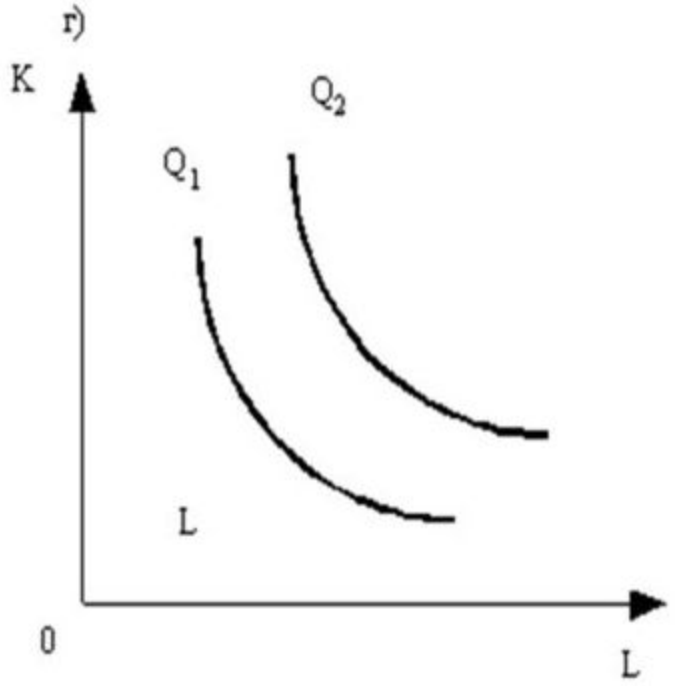
$\alpha+\beta>1$ *положительный эффект масштаба*

$\alpha+\beta<1$ *отрицательный эффект масштаба*

## Производственная сетка -
### другая форма записи производственной функции

| K / L | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 30 | 55 |
| 2 | 30 | 55 | 75 |
| 3 | 55 | 75 | 90 |

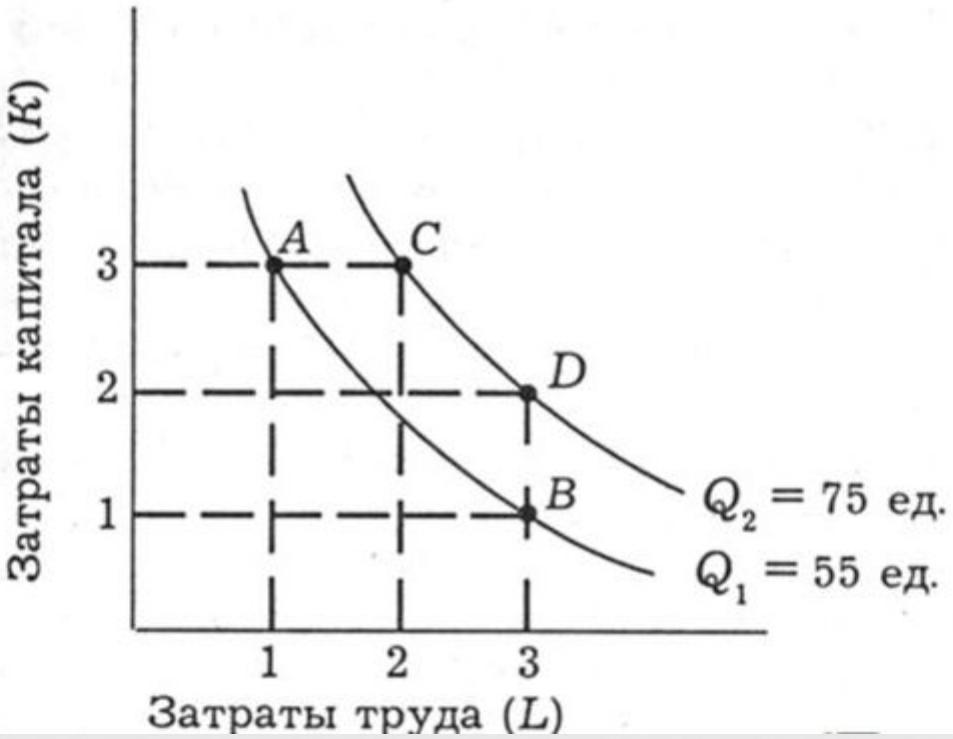
# Карта изоквант



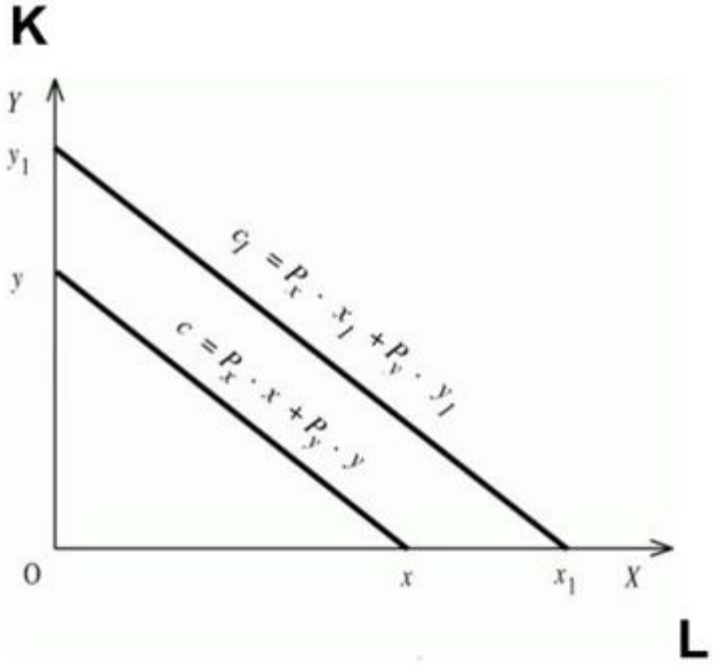

- **Изокванта** - линия на графике, которая показывает все возможные варианты сочетания труда и капитала, дающие одинаковый объем выпуска продукции.
- Это графическое представление двухфакторной производственной функции
- **Карта изоквант** - набор изоквант на одном графике

# Карта изоквант

по данным производственной сетки



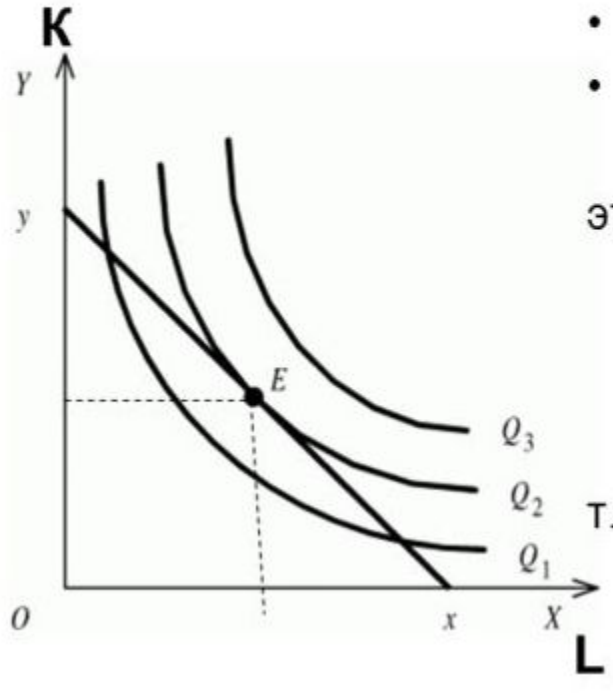
# Изокоста




**Изокоста** - линия на графике, которая показывает все доступные для фирмы сочетания труда и капитала, которые имеют одинаковую стоимость

**$TC = P_K K + P_L L$ -** уравнение изокосты

# Равновесие фирмы




- Точка **E** – точка равновесия фирмы
- В точке **E** соблюдается равенство

$$MP_K/P_K = MP_L/P_L -$$

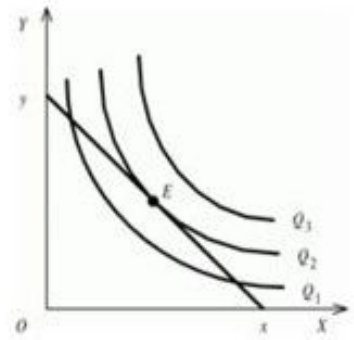
это условие равновесия как равенство предельных продуктов факторов в расчете на единицу цены

*или*

$$MP_K/ MP_L = P_K /P_L -$$

т.е в точке равновесия предельные продукты факторов производства относятся друг к другу как цены этих факторов

# Предельная норма технического (или технологического) замещения (MRTS)




- Производственная функция исходит из идеи взаимодополняемости и взаимозаменяемости факторов.
- Процесс замены одного фактора другим без изменения объема выпуска (т.е. в рамках одной производственной функции) отражает **предельная норма технического (или технологического) замещения капитала трудом - $MRTS_{LK}$**

$$MRTS_{LK} = -\frac{\Delta K}{\Delta L}.$$

*или*

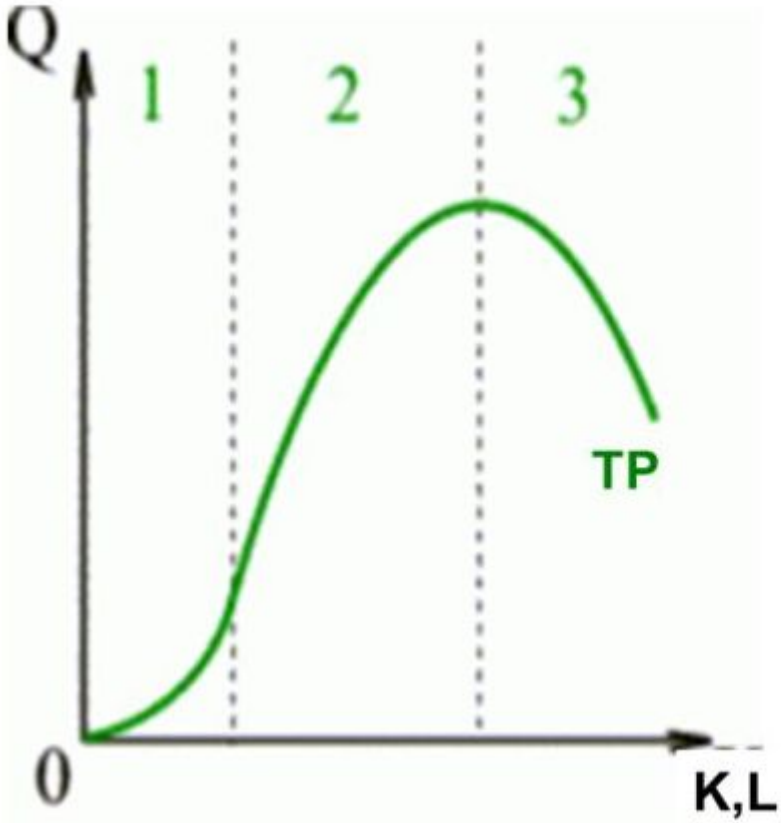
$$MRTS_{LK} = \Delta K / \Delta L = MP_L / MP_K$$

- $MRTS_{LK}$ показывает, сколько единиц капитала заменяет собой одну единицу труда в данном производственном процессе (т.е. в рамках одной производственной функции) .
- $MRTS_{LK}$ уменьшается по мере движения по изокванте (изокосте) сверху вниз. Это означает, что труд и капитал не являются абсолютно взаимозаменяемыми, что существуют определенные границы взаимозаменяемости факторов.
- В точке равновесия $MRTS_{LK}$ изокосты и изокванты совпадают.

# Продукт переменного фактора фирмы

| | |
|---|---|
| **Совокупный (общий) продукт** *(total product, TP)* | Общее количество экономического блага, которое производится с использованием переменного фактора производства |
| **Средний продукт** *(average product, AP)* $\mathbf{AP_K = TP/K}$ $\mathbf{AP_L = TP/L}$ | *Производительность фактора* Величина, которую можно получить, разделив совокупный продукт на количество переменного фактора (AP): |
| **Предельный продукт** *(marginal product, MP)* $\mathbf{MP_K = \Delta TP/\Delta K}$ $\mathbf{MP_L = \Delta TP/\Delta L}$ | Увеличение (прирост) совокупного продукта, вызванный увеличением (приростом) используемого переменного фактора производства на единицу (MP): |

# Общий продукт как результат производства




**TP** - общий продукт переменного фактора

**$AP_K = TP/K$** - средний продукт переменного фактора (*капитала*)

**$MP_K = \Delta TP/\Delta K$** - предельный продукт переменного фактора (*капитала*)

**$AP_L = TP/L$** - средний продукт переменного фактора (*труда*)

**$MP_L = \Delta TP/\Delta L$** - предельный продукт переменного фактора (*труда*)

# Три стадии производства

**1 стадия *(врабатываемости)*** : затраты труда возрастают, капитал используется в большем объеме, увеличиваются предельный и средний продукт, причем: **MP > AP до MP = AP**

Общий продукт (TP) растет медленнее, чем количество использованного переменного фактора.

**2 стадия *(эффективности):*** величина предельного продукта снижается до 0 **MP<AP**

Общий (TP) продукт достигает своего максимума в точке, в которой предельный продукт равен нулю (TP max при MP = 0)

**3 стадия *(неэффективного производства):*** предельный продукт принимает отрицательное значение MP<0. Общий (TP) продукт убывает.