

# Производственная функция



## Понятие производства

- Под **производством** понимается деятельность фирмы по использованию ею производственных факторов с целью получения продукта, который будучи реализованным на рынке принесёт доход, покрывающий издержки производства и обеспечивающий прибыль.
- **Производство** - это деятельность фирмы по использованию факторов производства с целью получения наилучшего результата (с целью создания продукции *оптимальным* способом)
- Если заданы объемы факторов производства, то **максимизируется** выпуск.
- Если заданы результаты производства, то **минимизируются** объемы вовлекаемых факторов.

# Производственная функция

**Производственная функция** - показывает зависимость количества продукта, которое может произвести фирма, от объемов затрат используемых факторов

$$Q = f(x_1, x_2 \dots x_n)$$
$$Q = f(K, L),$$

где **Q** - объем выпуска

$x_1, x_2 \dots x_n$  - объемы применяемых факторов

**K** - объем капитального фактора

**L** - объем трудового фактора

- Производственная функция была предложена в 1890 г. кембриджским математиком **Артуром Берри** (1861-1929), помогавшим А. Маршаллу (1842-1924) при подготовке математического приложения к его фундаментальному труду «Принципы экономической науки»

# Свойства производственной функции

- Производственная функция показывает **максимальный** объем выпуска при данных объемах ресурсов.
- Каждая производственная функция отражает только данную технологию.
- В рамках данной технологии производственная функция допускает некоторую взаимозаменяемость факторов производства *без изменения объема выпуска*
- Существуют технологические и экономические пределы роста объема выпуска за счет роста одного из факторов при постоянстве остальных.
- Увеличение затрат капитала и труда за известными пределами ведет к уменьшению общего продукта – *закон убывающей отдачи факторов*
- Изменение *всех* факторов производства происходит не в *коротком*, а *длительном* периоде времени.

# Производственная функция (функция Кобба-Дугласа)

*(Cobb-Douglas function)*



- *Производственная функция Кобба-Дугласа* — зависимость объема производства от создающих его труда **L** и капитала **K**.

$$Q = A K^{\alpha} L^{\beta}$$

- Идея данной производственной функции была впервые предложена американским экономистом **Полом Дугласом** (*Paul Douglas (1892-1976)*) и математиком **Чарльзом Коббом** (*Charles W. Cobb*) в 1928 г. для обрабатывающей промышленности США.
- Эта упрощенная форма (в которой не учитываются затраты природных ресурсов) получила большое распространение в силу трудностей учета затрат природных ресурсов, и лишь в последние годы начали предприниматься попытки учесть вклад всех трех факторов.

# Производственная функция (функция Кобба-Дугласа) (*Cobb-Douglas function*)

$$Q = A K^{\alpha} L^{\beta}$$

где **A** - коэффициент пропорциональности,

- **α** и **β** - коэффициенты эластичности объема производства по затратам труда и капитала.
- Коэффициент **α** показывает, на сколько процентов увеличится объем производства, если затраты капитала возрастут на 1%.
- Коэффициент **β** показывает, на сколько процентов увеличится объем выпуска, если затраты труда возрастут на 1%.
- Сумма **α+β** показывает, на сколько изменится объем производства (или ВВП) при одновременном увеличении труда и капитала на 1%.
- **α = 1/4 β = 3/4, A = 1,01** в первоначальном варианте формулы.

## Эффект масштаба

- Изменение объемов выпуска в зависимости от изменения объемов применяемых факторов производства называется **эффектом масштаба**

$\alpha + \beta = 1$  *постоянный эффект масштаба*

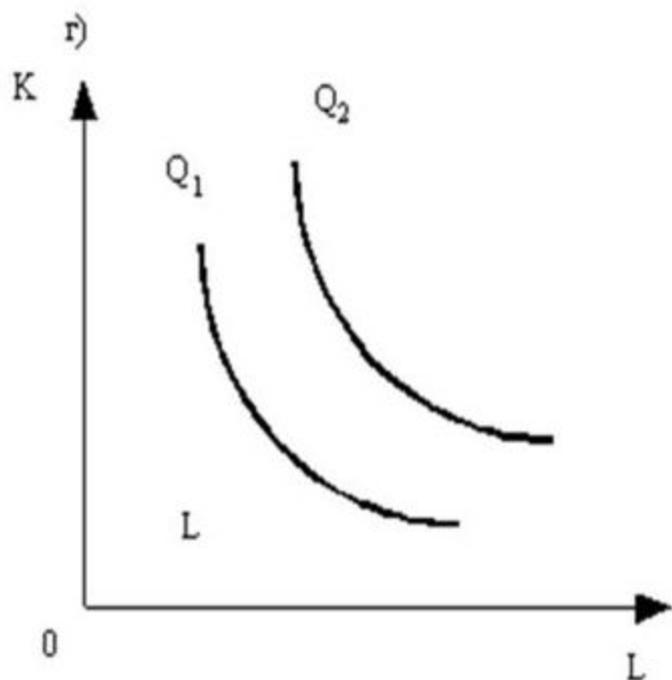
$\alpha + \beta > 1$  *положительный эффект масштаба*

$\alpha + \beta < 1$  *отрицательный эффект масштаба*

**Производственная сетка -  
другая форма записи производственной  
функции**

<b>K</b>				
	<b>L</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>		10	30	55
<b>2</b>		30	55	75
<b>3</b>		55	75	90

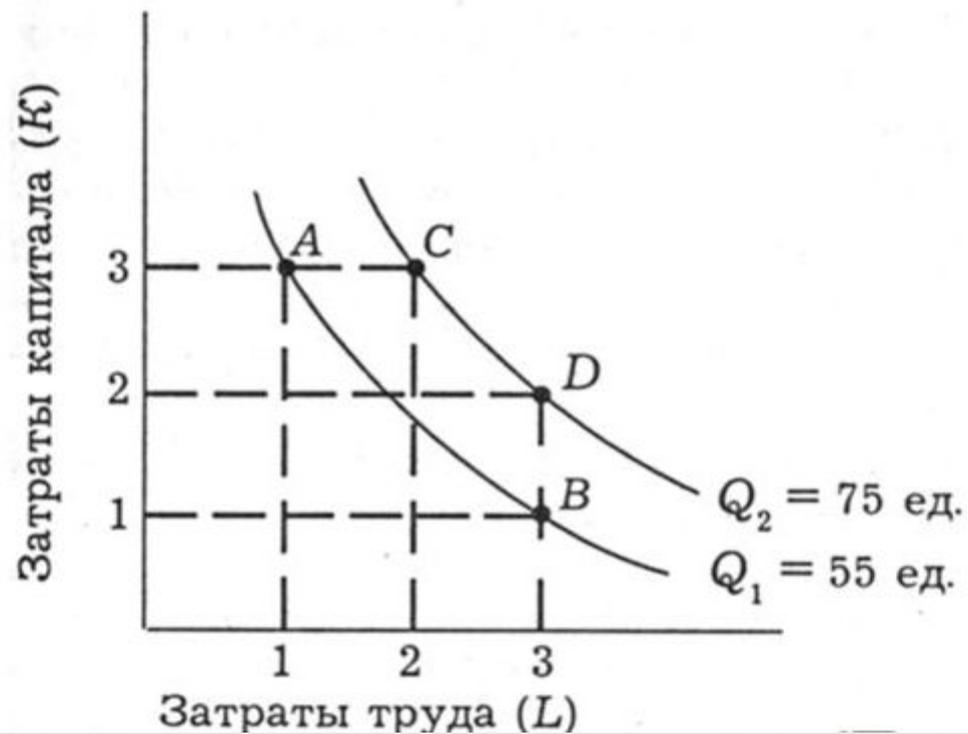
# Карта изоквант



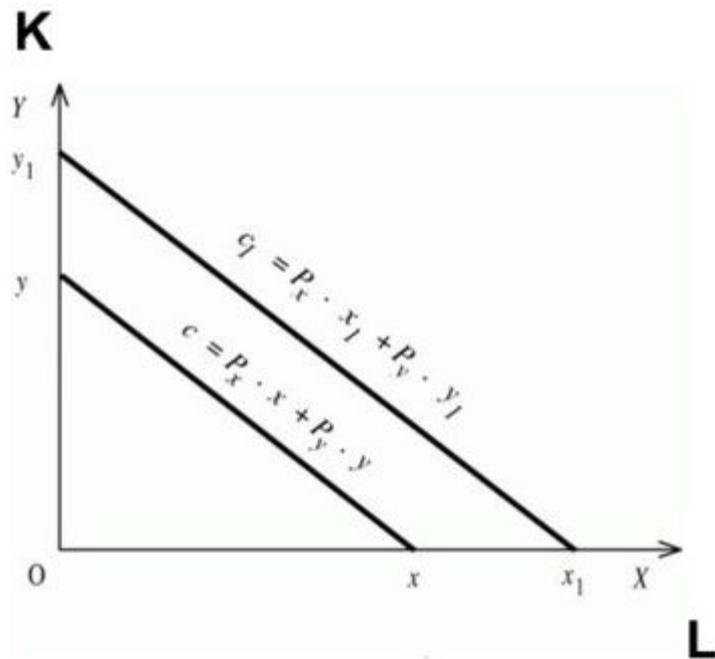
- **Изокванта** - линия на графике, которая показывает все возможные варианты сочетания труда и капитала, дающие одинаковый объем выпуска продукции.
- Это графическое представление двухфакторной производственной функции
- **Карта изоквант** - набор изоквант на одном графике

# Карта изоквант

по данным производственной сетки



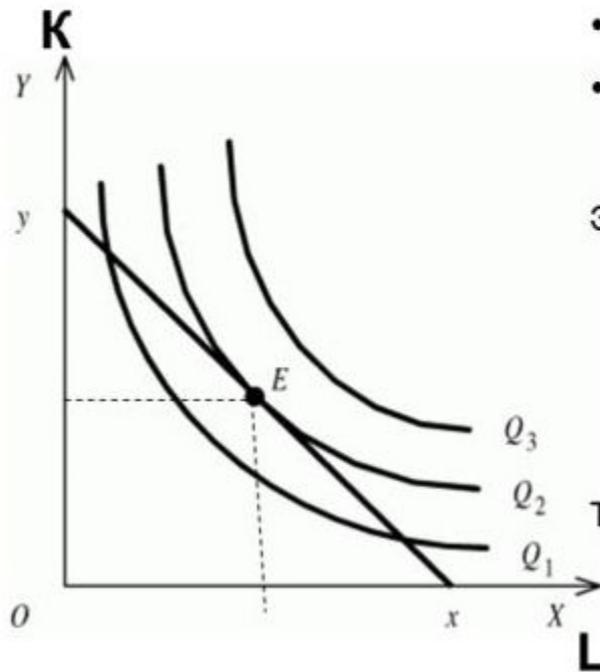
## Изокоста



**Изокоста** - линия на графике, которая показывает все доступные для фирмы сочетания труда и капитала, которые имеют одинаковую стоимость

**$TC = P_K K + P_L L$**  - уравнение изокосты

# Равновесие фирмы



- Точка **E** – точка равновесия фирмы
- В точке **E** соблюдается равенство

$$MP_K/P_K = MP_L/P_L -$$

это условие равновесия как равенство предельных продуктов факторов в расчете на единицу цены

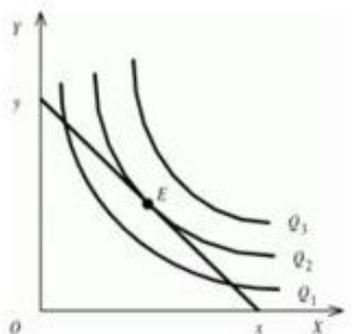
*или*

$$MP_K/MP_L = P_K/P_L -$$

т.е в точке равновесия предельные продукты факторов производства относятся друг к другу как цены этих факторов

# Предельная норма технического (или технологического) замещения (MRTS)

К



- Производственная функция исходит из идеи взаимодополняемости и взаимозаменяемости факторов.
- Процесс замены одного фактора другим без изменения объема выпуска (т.е. в рамках одной производственной функции) отражает предельная норма технического (или технологического) замещения капитала трудом -  $MRTS_{LK}$

$$MRTS_{LK} = - \frac{\Delta K}{\Delta L}$$

или

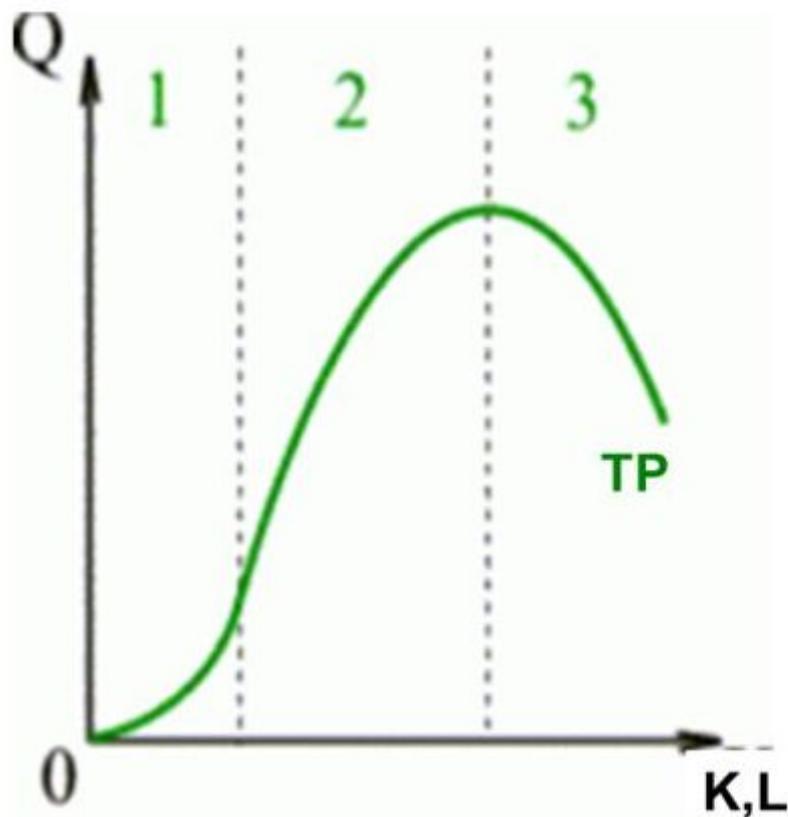
$$MRTS_{LK} = \Delta K / \Delta L = MP_L / MP_K$$

- $MRTS_{LK}$  показывает, сколько единиц капитала заменяет собой одну единицу труда в данном производственном процессе (т.е. в рамках одной производственной функции) .
- $MRTS_{LK}$  уменьшается по мере движения по изокванте (изокосте) сверху вниз. Это означает, что труд и капитал не являются абсолютно взаимозаменяемыми, что существуют определенные границы взаимозаменяемости факторов.
- В точке равновесия  $MRTS_{LK}$  изокосты и изокванты совпадают.

# Продукт переменного фактора фирмы

<b>Совокупный (общий) продукт</b> <i>(total product, TP)</i>	Общее количество экономического блага, которое производится с использованием переменного фактора производства
<b>Средний продукт</b> <i>(average product, AP)</i> $AP_K = TP/K$ $AP_L = TP/L$	<i>Производительность фактора</i> Величина, которую можно получить, разделив совокупный продукт на количество переменного фактора (AP):
<b>Предельный продукт</b> <i>(marginal product, MP)</i> $MP_K = \Delta TP / \Delta K$ $MP_L = \Delta TP / \Delta L$	Увеличение (прирост) совокупного продукта, вызванный увеличением (приростом) используемого переменного фактора производства на единицу (MP):

## Общий продукт как результат производства



**TP** - общий продукт переменного фактора

**AP<sub>K</sub> = TP/K** - средний продукт переменного фактора (*капитала*)

**MP<sub>K</sub> = ΔTP/ΔK** - предельный продукт переменного фактора (*капитала*)

**AP<sub>L</sub> = TP/L** - средний продукт переменного фактора (*труда*)

**MP<sub>L</sub> = ΔTP/ΔL** - предельный продукт переменного фактора (*труда*)

## Три стадии производства

**1 стадия (вработываемости)** : затраты труда возрастают, капитал используется в большем объеме, увеличиваются предельный и средний продукт, причем:  **$MP > AP$  до  $MP = AP$**

Общий продукт (TP) растет медленнее, чем количество использованного переменного фактора.

**2 стадия (эффективности)**: величина предельного продукта снижается до 0  **$MP < AP$**

Общий (TP) продукт достигает своего максимума в точке, в которой предельный продукт равен нулю (TP max при  $MP = 0$ )

**3 стадия (неэффективного производства)**: предельный продукт принимает отрицательное значение  $MP < 0$ . Общий (TP) продукт убывает.