Интенсивность звука в идеальной жидкости

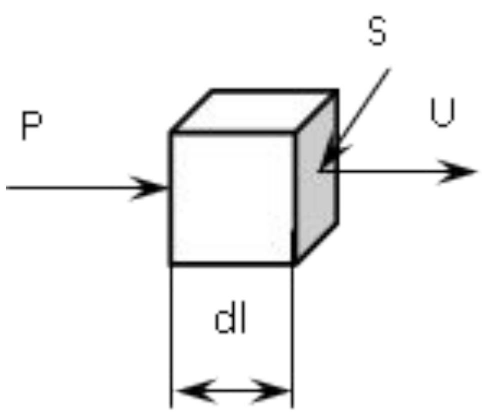
Интенсивность – это количество энергии, проходящей через единичную площадку в единицу времени в направлении, нормальном площадке.

$$\mathcal{J} = \frac{\text{A}}{\text{S} \cdot \text{T}} \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2\text{с}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]$$

где А – работа;

S - площадь поверхности, через которую проходят ЗВ;

Т – время, в течении которого наблюдалось прохождение ЗВ.



$$\left.\begin{aligned} dA &= Fdl \\ F &= PS \\ dl &= Udt \end{aligned}\right\} dA = Fdl = PSdl = PSUdt$$

$$P = P_m \cdot \cos\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

$$U = U_m \cdot \cos\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

$$A_T = \int_0^T dA = P_m \cdot U_m \cdot S \int_0^T \cos^2\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)dt = \frac{1}{2}P_m U_m ST$$

$$\boxed{\mathcal{J} = \frac{A}{ST} = \frac{P_m U_m ST}{2ST} = \frac{1}{2}P_m \mathrm{l}}$$

- интенсивность звуковой энергии для идеальной жидкости

$$\frac{P_m}{U_m} = \rho \cdot C$$

$\rho \cdot C$ – акустическое сопротивление жидкости

$$\boxed{\mathcal{J} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_m^2}{\rho \cdot C}}$$

Интенсивность $\mathcal{J}$ (сила звука) пропорциональна квадрату звукового давления P_m и обратно пропорциональна акустическому сопротивлению $\rho \cdot C$.

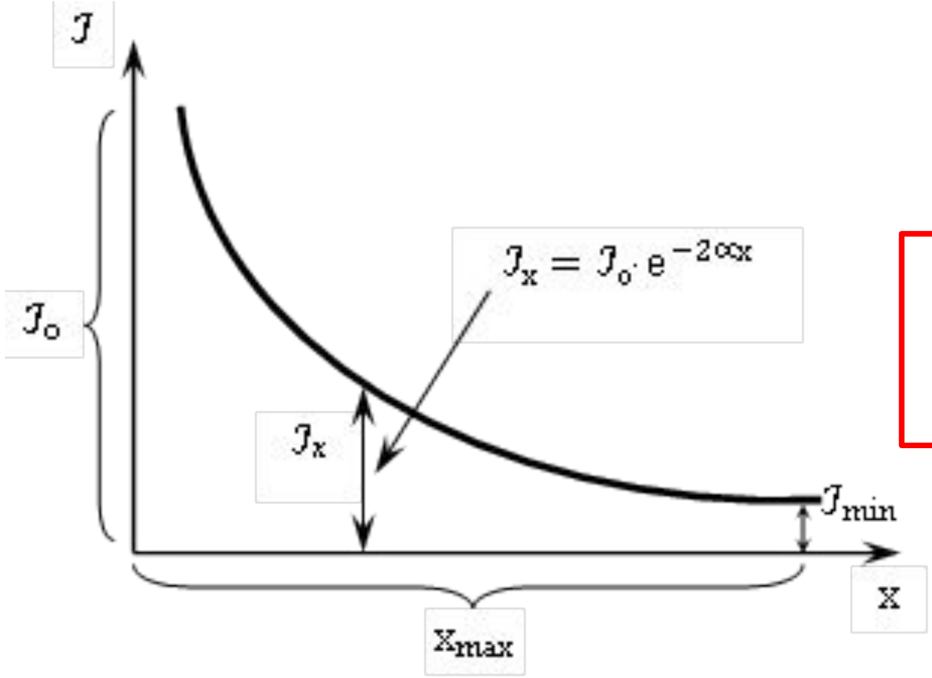
$$P_m = P_o e^{-\alpha x}$$ - для реальной жидкости

α – коэффициент поглощения звука средой

$$\alpha = \frac{2}{3} \cdot \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{(2\pi)^2}{C^3} \cdot f^2 = \mu \cdot f^2$$

μ – коэффициент динамической вязкости

$$\mathcal{J}_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_o^2}{\rho \cdot C} \cdot e^{-\alpha x}$$



$$\boxed{\mathcal{J}_x = \mathcal{J}_o \cdot e^{-2\alpha x}}$$

Интенсивность $\mathcal{J}_x$ на расстоянии *x* от истока (формула Стокса)

$\mathcal{J}_{min}$ – минимальная воспринимаемая интенсивность.

x_{max} –максимальное расстояние распространения звука

Дальность распространения звука в вязкой жидкости

$\mathcal{J}_\mathrm{x} = \mathcal{J}_\mathrm{o} \cdot \mathrm{e}^{-2\propto\mathrm{x}}$ Формула Стокса $ln\,\mathcal{J}_\mathrm{x} = ln\mathcal{J}_\mathrm{o} + \underbrace{ln(\mathrm{e}^{-2\propto x})}_{-2\propto x}$

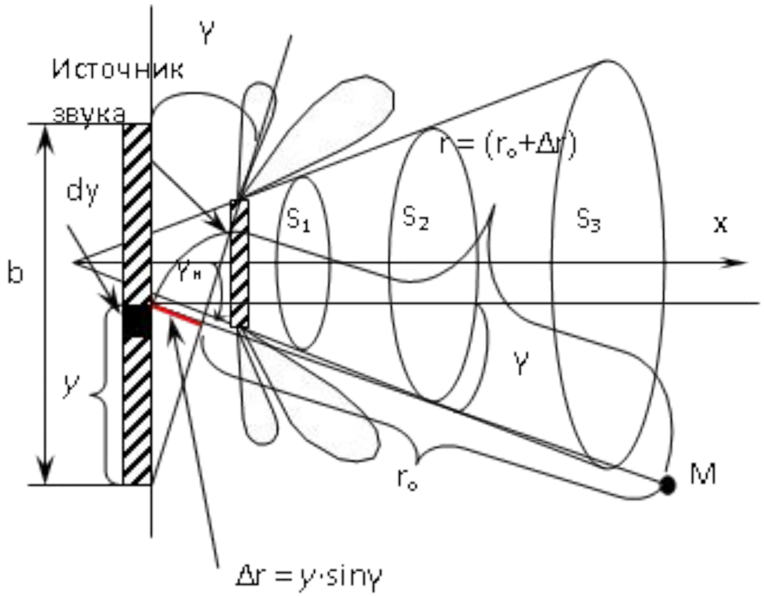
$$2 \propto x = ln\,\mathcal{J}_\mathrm{o} - ln\,\mathcal{J}_x = ln\frac{\mathcal{J}_\mathrm{o}}{\mathcal{J}_x}$$

$$x = \frac{1}{2\propto} ln\frac{\mathcal{J}_\mathrm{o}}{\mathcal{J}_x} \Rightarrow x_{max} = \frac{ln\frac{\mathcal{J}_o}{\mathcal{J}_{minx}}}{2\propto}$$

где $\mathcal{J}_\mathrm{o}$ - начальное значение интенсивности при непосредственной близости к излучателю.
$\mathcal{J}_{\mathrm{minx}}$ - минимальная интенсивность, которая воспринимается приемником.
α – коэффициент поглощения $\alpha = \mu f^2$

$$\beta \approx 2\propto = \frac{\ell\mathrm{n}\frac{\mathcal{J}_\mathrm{o}}{\mathcal{J}_{minx}}}{\mathrm{x}_{max}}$$ коэффициент затухания

Направленное излучение звука



Каждый элемент излучателя dy в (·)M на расстоянии r = (r_o+Δr) создает звуковое давление:

$$P_i = P_o{\cdot}\cos\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

b – размер излучателя
dy – элемент излучателя

$$P_\gamma = \int_0^b P_0{\cdot}\cos\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)dy = \int_0^b P_0{\cdot}\cos\omega\left(t - \frac{r_o + \Delta r}{c}\right)dy = \int_0^b P_0{\cdot}\cos\omega\left(t - \frac{r_o + y{\cdot}\sin\gamma}{c}\right)dy =$$

$$= P_0\frac{1}{\frac{\omega{\cdot}\sin\gamma}{c}}\left[\sin\omega\left(t - \frac{r_o + y{\cdot}\sin\gamma}{c}\right)\right]_o^b$$

$$A_o^b = \sin\omega\left(t - \frac{r_o + y\sin\gamma}{c}\right) - \sin\omega\left(t - \frac{r_o}{c}\right) = 2\cos\omega\left(t - \frac{r_o}{c} - \frac{b\cdot\sin\gamma}{2c}\right)\sin\left(-\frac{\omega\cdot b\cdot\sin\gamma}{2c}\right)$$

$$P_\gamma = \frac{2P_o\cdot\sin\dfrac{\omega\cdot b\cdot\sin\gamma}{2c}}{\dfrac{\omega\cdot\sin\gamma}{c}}\cos\omega\left(t - \frac{r_o}{c} - \frac{b\cdot\sin\gamma}{2c}\right)$$

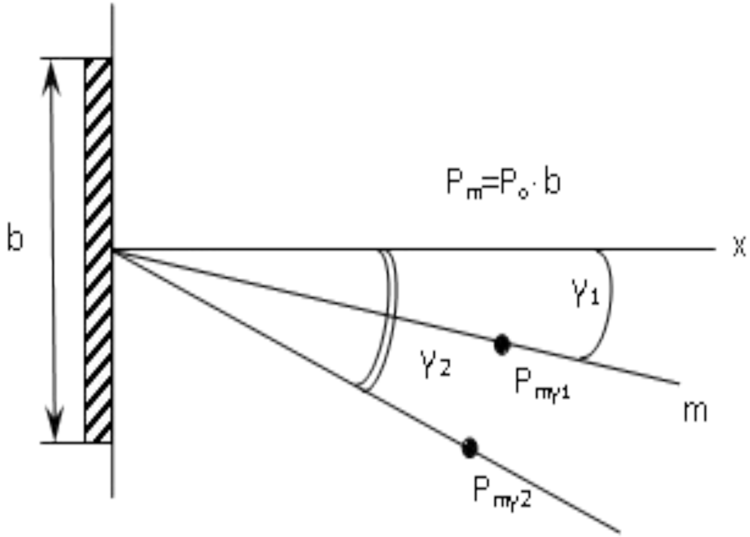
$$\boxed{P_{m\gamma} = P_o b\,\frac{\sin\dfrac{\omega\cdot b\cdot\sin\gamma}{2c}}{\dfrac{\omega\cdot b\cdot\sin\gamma}{2c}}}$$

$P_m = P_o b$ - это амплитуда звукового давления в непосредственной близости от источника.

P_o – амплитуда звукового давления вблизи элемента источника.

$$\boxed{F_j = \frac{\sin\dfrac{\omega\cdot b\cdot\sin\gamma}{2c}}{\dfrac{\omega\cdot b\cdot\sin\gamma}{2c}}}$$

- фактор направленности



Назначим $\gamma = 0$:

$$P_{m\gamma} = P_m \frac{\sin \frac{\omega \cdot b \cdot \sin 0}{2c}}{\frac{\omega \cdot b \cdot \sin 0}{2c}} = \frac{0}{0}$$

Неопределенность вида $\frac{0}{0}$ решается по правилу Лапиталя взятием производных

$$F'_j = \frac{cos \frac{\omega \cdot b \cdot \sin\gamma}{2c} \cdot \frac{\omega \cdot b \cdot sin\gamma}{2c}}{\frac{\omega \cdot b \cdot \sin\gamma}{2c}} = \cos \frac{\omega \cdot b \cdot \sin 0}{2c} = \cos 0 = 1$$

$P_{m\gamma} = P_m$ - max

При факторе направленности $F_j = 0$

$$\sin\frac{\omega\cdot b\cdot\sin\gamma}{2c} = 0 \quad sin\gamma = 0 \text{ при } = \pi\cdot n, \quad \text{где } n = 1, 2, 3 \ldots$$

При $n = 1$ $\dfrac{\omega\cdot b\cdot\sin\gamma_{01}}{2c} = \pi$

$(\omega = 2\pi f)$

$$\sin\gamma_{01} = \frac{c}{f\cdot b}$$

Эта формула позволяет рассчитать значение угла γ_{01}, т.е. определяет ширину звукового конуса, в котором имеется звуковая энергия.

$$\sin\gamma_{02} = \frac{2c}{f\cdot b}$$

Очевидно, существует несколько полос звука в зависимости от n.

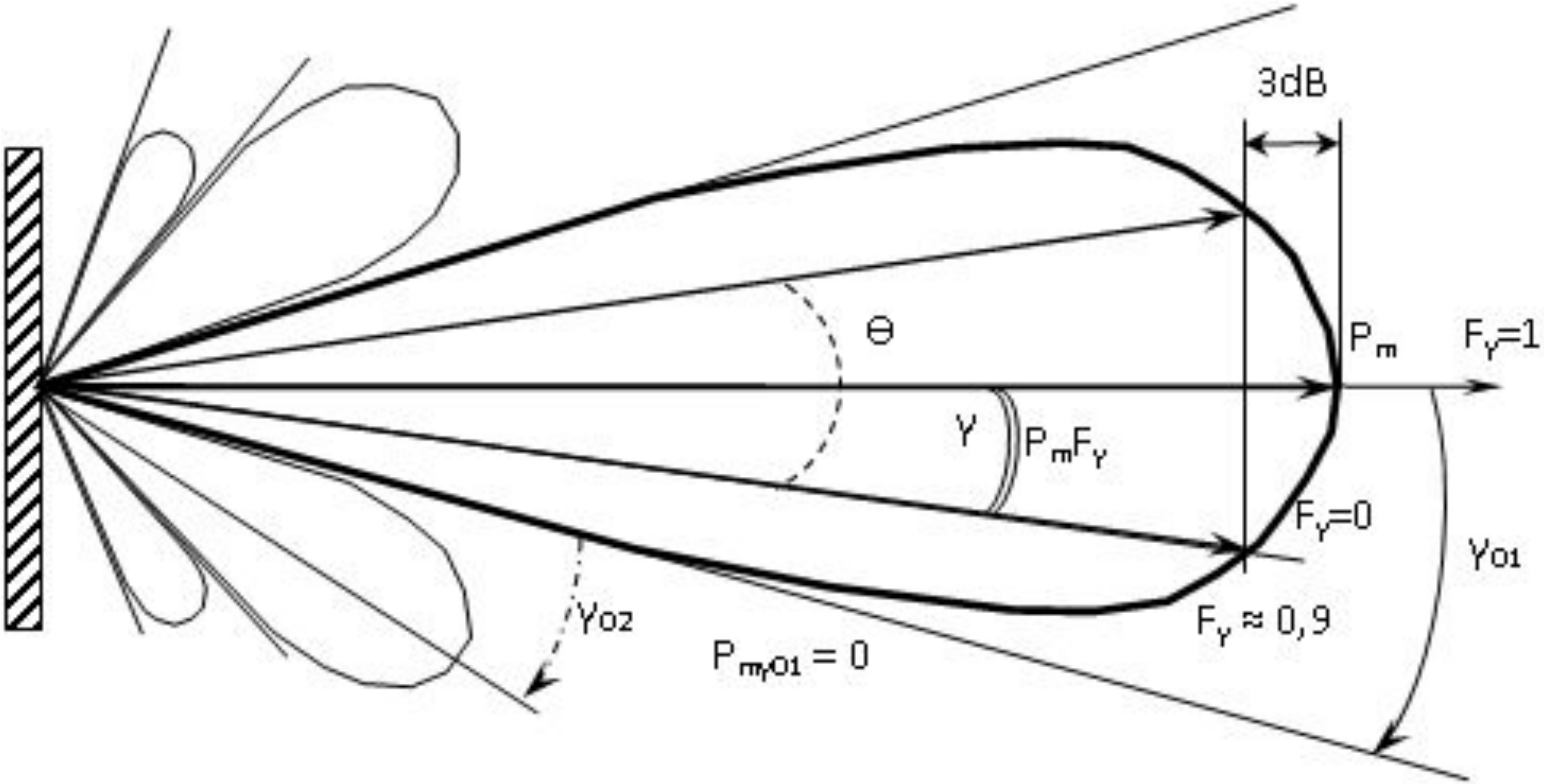


Диаграмма направленности акустической антенны

Диаграмма направленности (антенны) — графическое представление зависимости коэффициента усиления антенны или коэффициента направленного действия антенны от направления антенны в заданной плоскости.

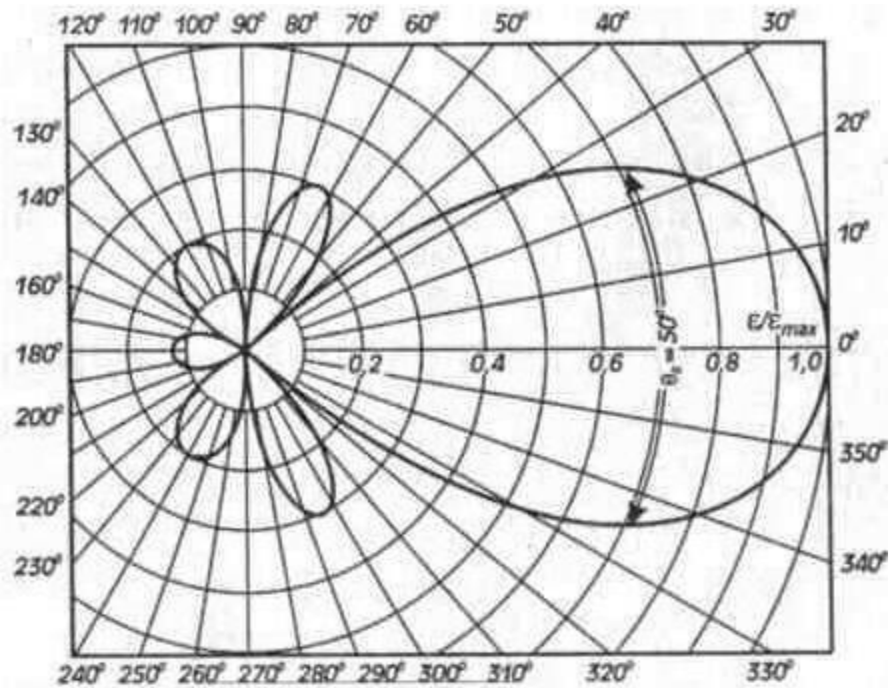


Диаграмма направленности антенны в полярной системе координат

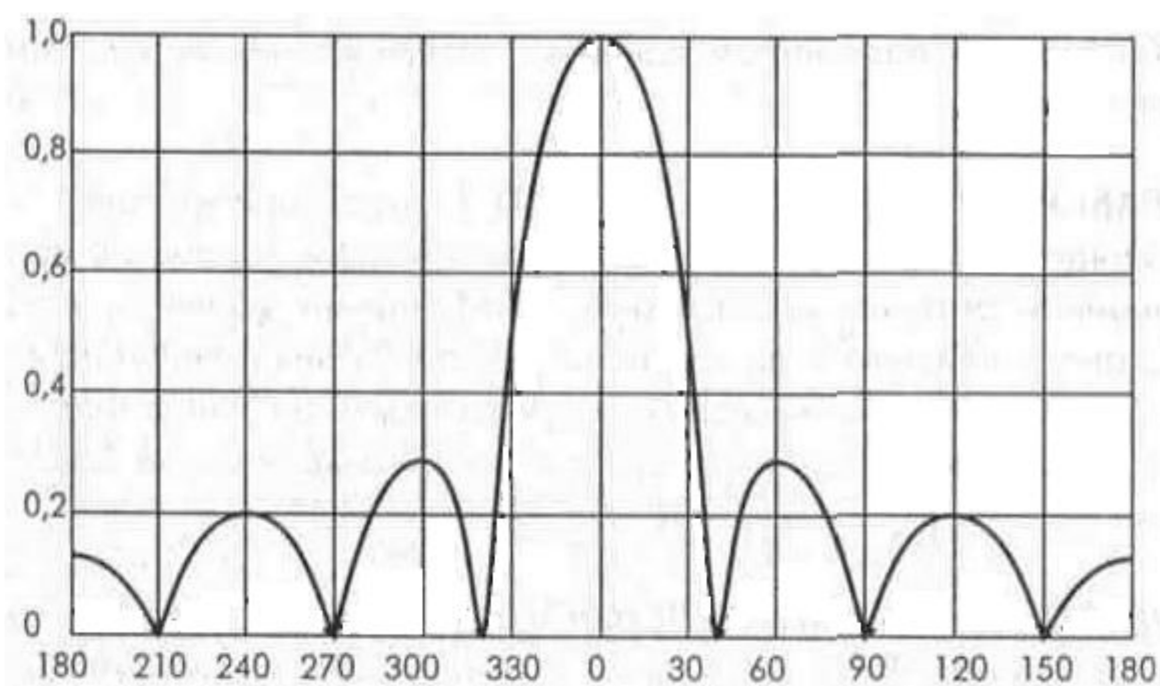
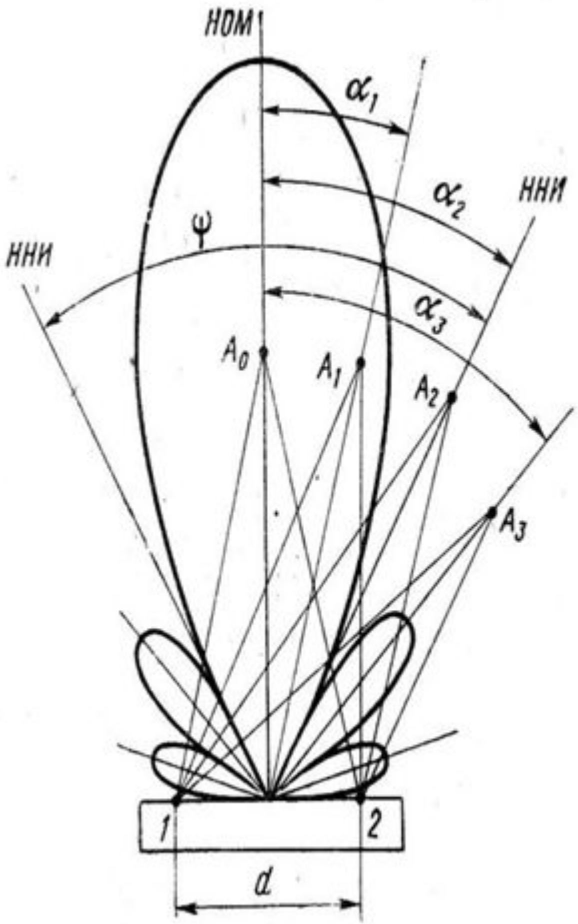


Диаграмма направленности антенны в декартовой системе координат

Направленность действия вибратора



Полярная диаграмма направленности излучателя

Направленное излучение характеризуется концентрацией энергии ультразвукового импульса в определенном телесном угле ψ.

Направленность приема ультразвуковых колебаний проявляется в том, что выходной сигнал приемника зависит от направления на источник

Явление направленности возникает вследствие *интерференции звуковых волн* и объяснимо с позиций *принципа Гюйгенса - Френеля*

Результат интерференции зависит от соотношения разности хода лучей $\Delta\ell = \ell_1 - \ell_2$ и длины волны λ ($\Delta\ell = d\sin\alpha$).

Если разность хода лучей равна ***нулю*** или на ней укладывается ***четное число полуволн***, то колебания приходят в выбранную точку в фазе и амплитуда результирующих колебаний ***возрастает.***

На перпендикуляре к центру излучающей линии результирующая амплитуда звукового давления максимальна т.е. в точках, лежащих на оси излучателя ($\alpha = 0$), существует максимум звукового давления.

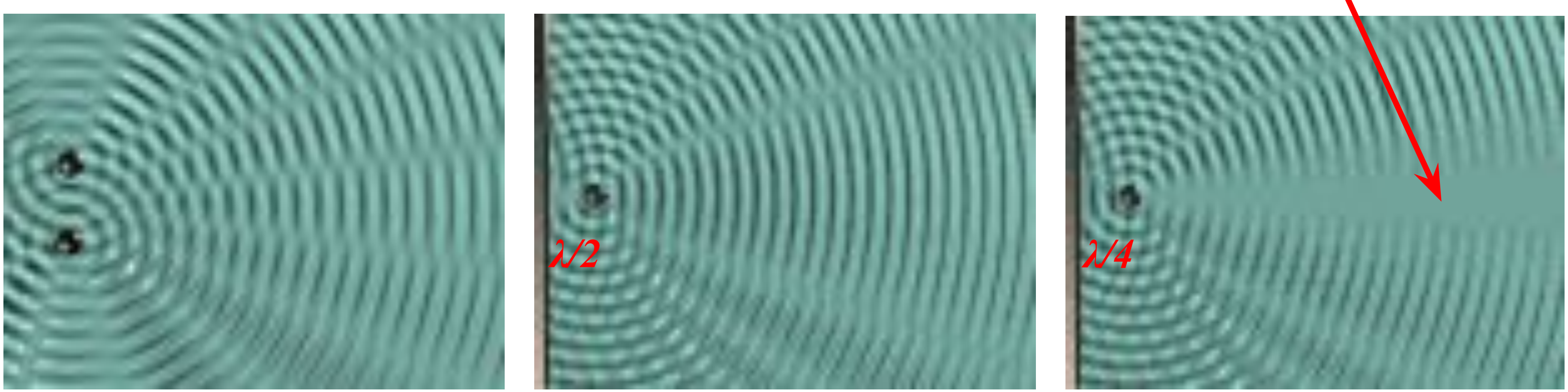
$$\sin\alpha_{max} = \frac{2n\frac{\lambda}{2}}{d} = n\frac{\lambda}{d}$$

Если же на разности хода лучей, укладывается ***нечетное число полуволн***, колебания суммируются в противофазе и амплитуда результирующей волны становится ***минимальной***.

При равенстве амплитуд составляющих волн колебания «гасятся»

При разности хода лучей равной ***0,5λ*** (в точке A_2), результирующая амплитуда обращается в ***нуль***. По данному направлению акустическая энергия не распространяется.

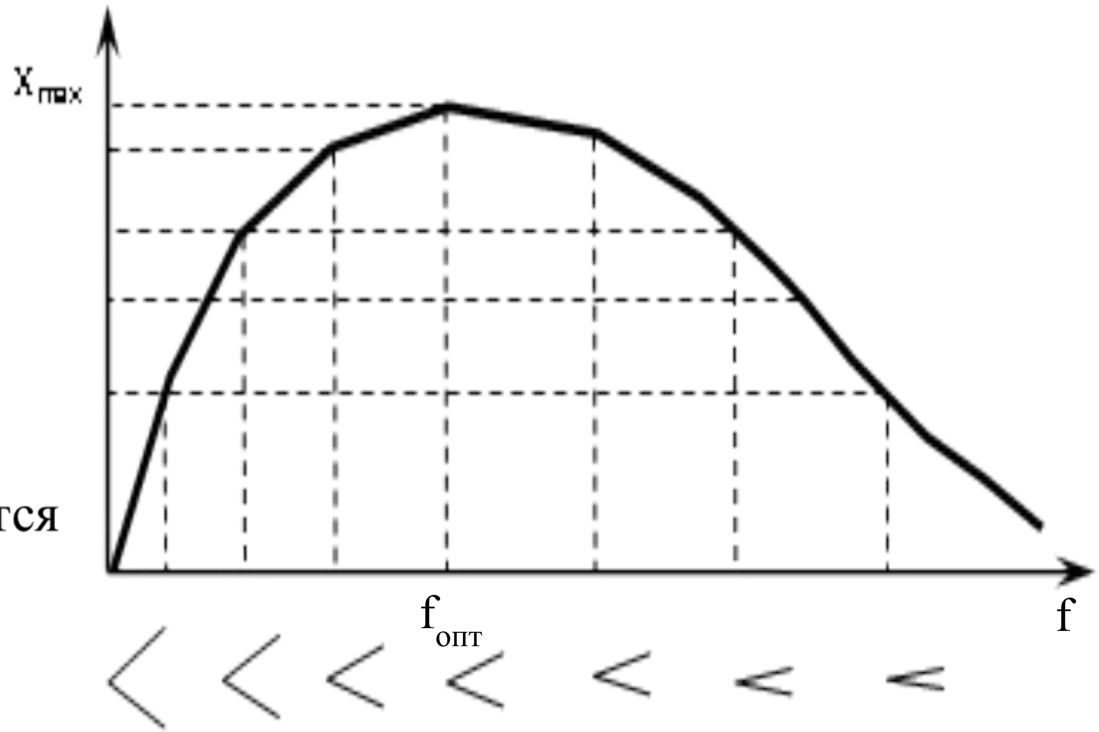
$$sin\alpha_{min} = \frac{(2n+1)\frac{\lambda}{2}}{d} = \left(\frac{2n+1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{d}$$



Направленность действия вибратора зависит от соотношения между длиной излучаемой волны $\boldsymbol{\lambda}$ и линейными размерами вибратора $\boldsymbol{d}$.

Выбор оптимальной частоты f для гидроакустического прибора

$$\left.\begin{aligned} x_{max} &= \frac{ln\frac{\mathcal{J}_o}{\mathcal{J}_{minx}}}{2\propto} \\ \propto &= \mu f^2 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$



С увеличением f дальность распространения ЗЭ уменьшается и наоборот, f↓ ==> дальность распространения ЗЭ ↑

Но!!!

$$\sin\gamma_{01} = \frac{c}{f\cdot b} \qquad (2)$$

Увеличение частоты f влечёт за собой уменьшение угла γ, == > увеличивается концентрация энергии в луче == > дальность распространения ЗЭ возрастает.