"Элементы теории вероятности"

Теорией вероятности называется раздел математики, изучающий закономерности и шансы наступления интересующего события.

Понятие вероятности

- Известно, по крайней мере, шесть основных схем определения и понимания вероятности. Не все они в равной мере используются на практике и в теории, но, тем не менее, все они имеют за собой разработанную логическую базу и имеют право на существование.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

КЛАССИЧЕСКОЕ

СТАТИСТИЧЕСКОЕ

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ.

Вероятностью *P* наступления случайного события *A* называется отношение $\frac{m}{n}$, где *n* – число всех возможных исходов эксперимента, а *m* – число всех благоприятных исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

ЭКСПЕРИМЕНТ	ЧИСЛО ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (n)	СОБЫТИЕ А	ЧИСЛО ИСХОДОВ, БЛАГОПРИЯТ-НЫХ ДЛЯ ЭТОГО СОБЫТИЯ (m)	ВЕРОЯТНОСТЬ НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ А P(A)=m/n
Бросаем монетку	2	Выпал «орел»	1	$\frac{1}{2}$
Вытягиваем экзаменаци-онный билет	24	Вытянули билет №5	1	$\frac{1}{24}$
Бросаем кубик	6	На кубике выпало четное число	3	$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
Играем в лотерею	250	Выиграли, купив один билет	10	$\frac{10}{250}=\frac{1}{25}$

1. Вероятность достоверного события равна ?

2. Вероятность невозможного события равна 0

3. Вероятность события А не меньше 0 , но не больше ?

- На 100 электрических лампочек в среднем приходится 4 бракованных. Какова вероятность, что взятая наугад лампочка окажется исправной?
- На 400 компакт-дисков в среднем приходится 8 бракованных. Какова вероятность, что взятый наугад компакт-диск окажется исправным?
- 17 точек из 50 покрашены в синий цвет, а 13 точек из оставшихся покрашены в оранжевый цвет. Какова вероятность того, что случайно выбранная точка окажется окрашенной?
- Из слова «математика» случайным образом выбирается одна буква. Какова вероятность, что выбранная буква встречается в этом слове только 1 раз?
- Из слова «аттестация» случайным образом выбирается одна буква. Какова вероятность, что выбранная буква окажется буквой «а»?

Случайная величина **(СВ) – это величина, которая в результате опыта может принимать те или иные значения, причем до опыта мы не можем сказать, какое именно значение она примет.**

Случайные величины обозначаются буквами латинского алфавита ***X, Y, Z.***

Случайные величины могут быть трех типов:

дискретные,

непрерывные,

смешанные (дискретно-непрерывные).

- **Дискретная случайная величина (ДСВ)** может принимать конечное или бесконечное счетное число значений.
- Например, подбрасываем монету 5 раз. Случайная величина X- число появлений герба: 0,1,2,3,4,5.
- Пусть *X* - дискретная случайная величина, которая принимает значения: $x_1, x_2, ..., x_n...$ с некоторой вероятностью p_i ,где i = 1,2,..., n,... Тогда можно говорить о вероятности того, что случайная величина *X* приняла значение x_i: $p_i = P(X = x_i)$.

- **Значения x_i, и соответствующие p_i, представляют в виде таблицы:**

x_i	x_1	x_2	x_3	…	x_n	…
p_i	p_1	p_2	p_3	…	p_n	…

- Эта таблица является одной из форм задания ДСВ. Обычно случайные величины располагаются в возрастающем порядке. Основное свойство таблицы заключено в том, что сумма вероятностей равна 1.

Математическим ожиданием дискретной случайной величины называется число, равное сумме произведений всех значений случайной величины на вероятности этих значений.

- Если случайная величина X принимает значения x_1, x_2, ... , x_n с вероятностями соответственно p_1, p_2,... p_n , то математическое ожидание находится по формуле:
- $M(x) = x_1p_1 + x_2p_2 + ... + x_np_n$

- Математическое ожидание иначе называют средним значением случайной величины, так как оно указывает некоторое среднее число, около которого группируются все значения случайной величины.

- *Дисперсией* дискретной случайной величины называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания: $D(x) = M(x^2) - (M(x))^2$. Дисперсия случайной величины характеризует степень разброса значений случайной величины относительно её математического ожидания.
- *Средним квадратичным отклонением* дискретной случайной величины называется квадратный корень из дисперсии:

$$\delta = \sqrt{D(x)}$$

Найти числовые характеристики случайной величины X, имеющей закон распределения, представленный в таблице

X_i	– 2	– 1	1	2	3
P_i	0,3	0,1	0,2	0,1	0,3

- Найдём математическое ожидание.

$M(x) = -2 \cdot 0{,}3 + (-1) \cdot 0{,}1 + 1 \cdot 0{,}2 + 2 \cdot 0{,}1 + 3 \cdot 0{,}3 =$
$= 0{,}6$

- Найдём дисперсию

- ***Закон распределения случайной величины x^2***

X_i	1	4	9
P_i	0.3	0.4	0.3

- ***Тогда $M(x^2) = 1 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,4 + 9 \cdot 0,3 = 0,3 + 1,6 + +2,7 = 4,6$***
- ***$D(x) = M(x^2) – (M(x))^2 = 4,6 – 0,6^2 = 4,6 – 0,36 = 4,24$***
- ***Найдём среднее квадратичное отклонение***

$$\sigma = \sqrt{D(x)} = \sqrt{4,24} \approx 2,059$$