ИНТЕГРАЛ. ФОРМУЛА НЬЮТОНА-ЛЕЙБНИЦА

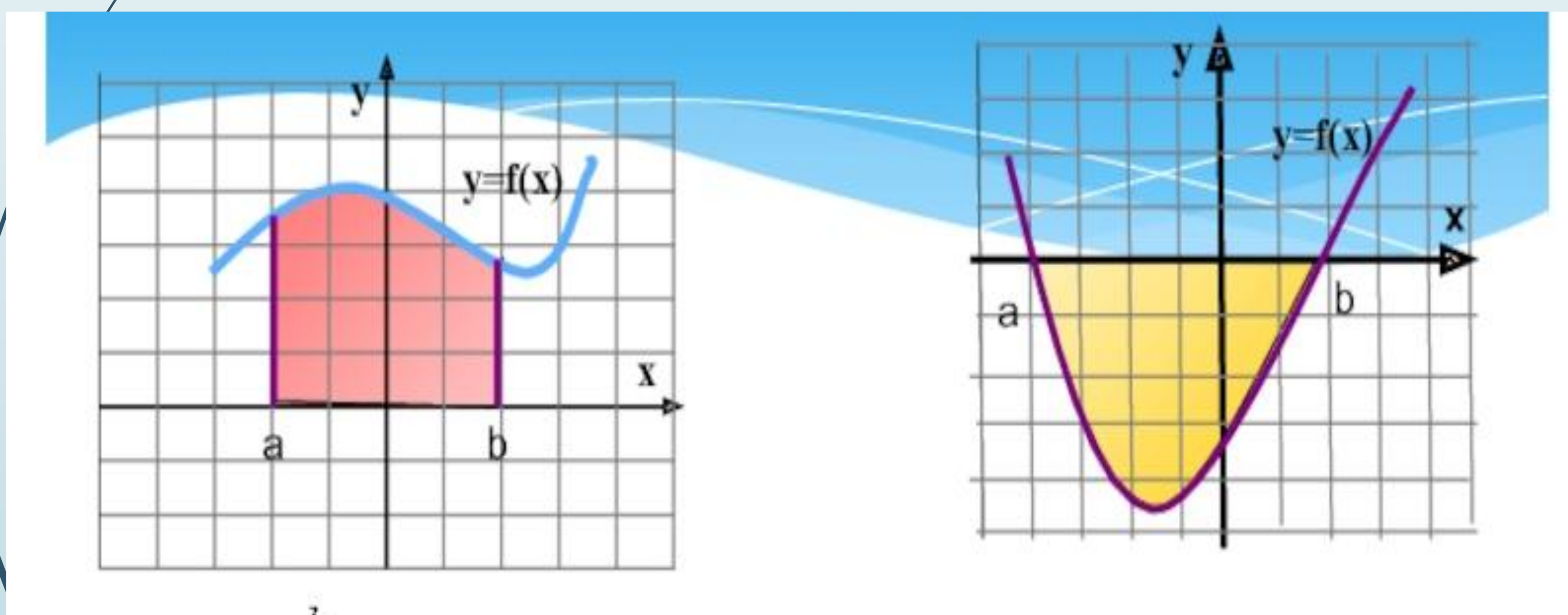
Здравствуйте, внимательно изучите тему, рассмотрите пример нахождения интеграла


Формула
Ньютона
Лейбница
$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$


Формула
Ньютона
Лейбница
$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

Вопросы для повторения

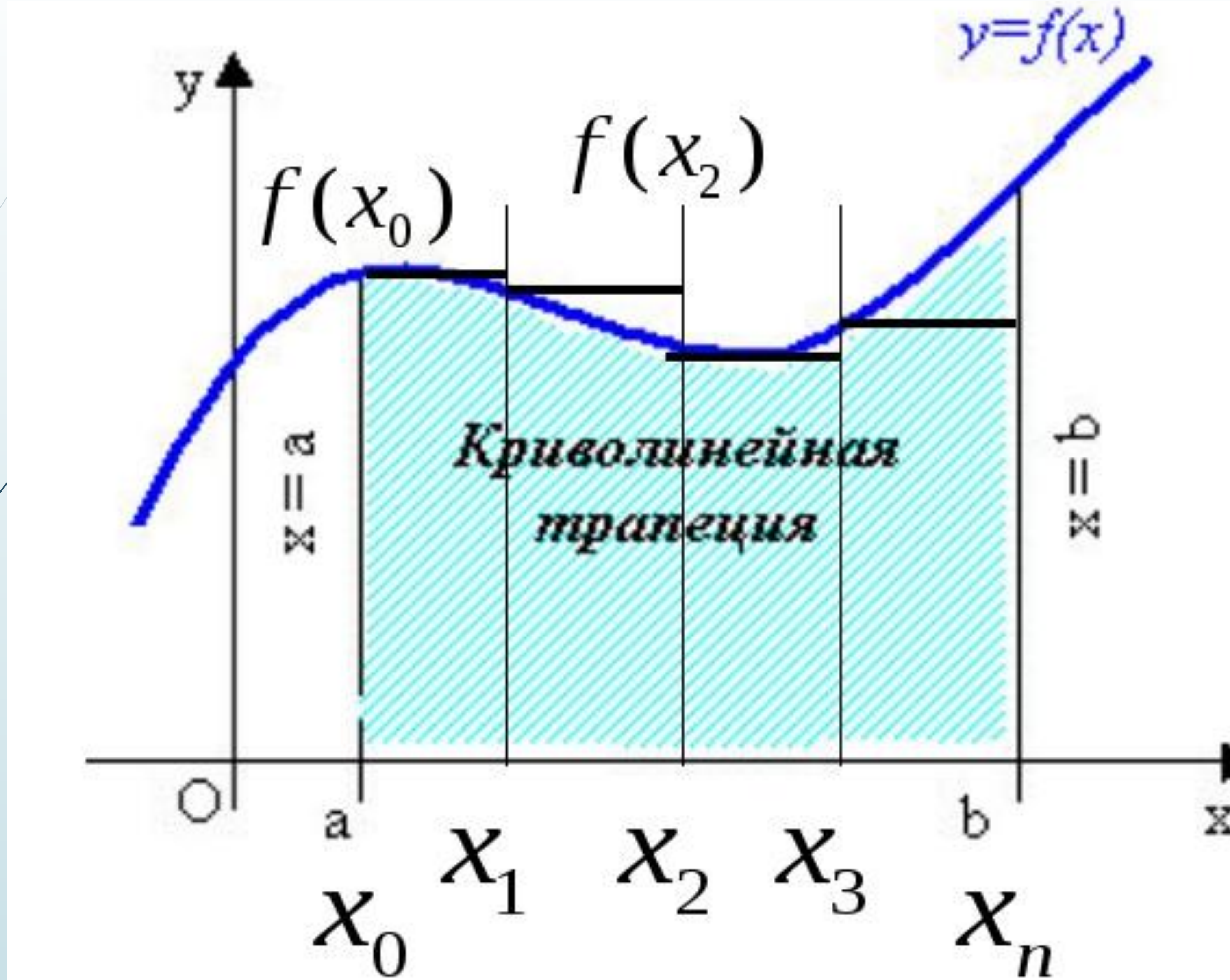
- 1. Что называют криволинейной трапецией?
- 2. Являются ли фигуры, изображённые на рисунках криволинейными трапециями?



3. Запишите формулу для вычисления площади криволинейной трапеции

Рассмотрим другой подход к вычислению площади криволинейной трапеции

- Будем считать функцию f неотрицательной и непрерывной на отрезке [а; в], тогда площадь S соответствующей криволинейной трапеции можно приближённо подсчитать следующим образом


y=f(x)
y
$f(x_2)$
$f(x_0)$
x = a
Криволинейная трапеция
x = b
O
a
b
x
x_1
x_2
x_3
x_0
x_n

Разобьём отрезок [а; в] на n отрезков одинаковой длины точками

$$x_0 = a < x_1 < x_2 < \ldots < x_{n-1} < x^n = в$$

$$\Delta x = \frac{в - a}{n}$$

Рассмотрим

сумму

$$S_n = f(x_0)\Delta x + f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \ldots + f(x_{n-1})\Delta x =$$

$$= (f(x_0) + f(x_1) + f(x_2) + \ldots + f(x_{n-1}))\Delta x$$

При $n \to \infty$

$S_n \to$ к некоторому числу

- Это число называют интегралом функции f от а до в и обозначают:

$$\int_{a}^{в} f(x)dx$$

- Числа а и в - называются **пределами интегрирования,** а – нижним пределом, в – верхним.
- Знак $\int$ - называют знаком интеграла
- Функцию f называют подынтегральной функцией, а переменная x – переменной интегрирования
- df- знак дифференциала

Итак, если f(x) ≥0 на отрезке [а; в], то площадь соответствующей криволинейной трапеции выражается формулой:

$$\mathbf{S = \int_{a}^{в} f(x)dx}$$

- **Сравнивая формулы криволинейных трапеций :**

$$S = \int_{a}^{в} f(x)dx \quad \text{и} \quad S = F(в) - F(a)$$

Делаем вывод:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

- Формула Ньютона-Лейбница

Иссак Ньютон (1643-1716)

Готфрид Лейбниц(1646-1716).

Функция f	K – постоянная	x^n (n-целое $n \neq 1$)	sin x	cos x	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$
Общий вид пер-вообразных F	кх + C	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$ + C	-cosx +C	sin x +C	tgx +C	-ctgx +C	$2\sqrt{x}$

угол	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	∞

Пример:

$$\int_2^3 x^2dx = \frac{x^3}{3}\Big|_2^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{2^3}{3} = 9 - \frac{8}{3} = 6\frac{1}{3}$$

$$\int_1^2 (2x+4)dx = (2\frac{x^2}{2}+4x)\Big|_1^2 = (2^2+8)-(1^2+4) = 12-5 = 7$$

$$\int_0^2 x^2 dx \qquad \int_1^2 x^3 dx$$

$$\int_1^4 (5x+3)dx \qquad \int_2^3 \frac{dx}{x^2}$$

$$\int_{\Pi}^{0} \sin 5x dx$$

$$\text{а) } \int_0^1 x\,dx\,; \quad \text{б) } \int_0^2 \frac{x}{2}\,dx\,; \quad \text{в) } \int_0^2 x^2\,dx\,; \quad \text{г) } \int_1^3 dx.$$

$$\int_0^{\pi} \sin x\,dx =$$