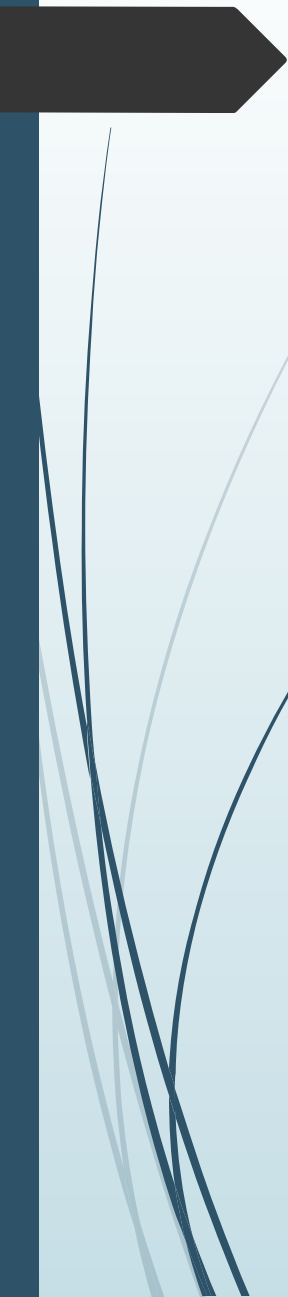
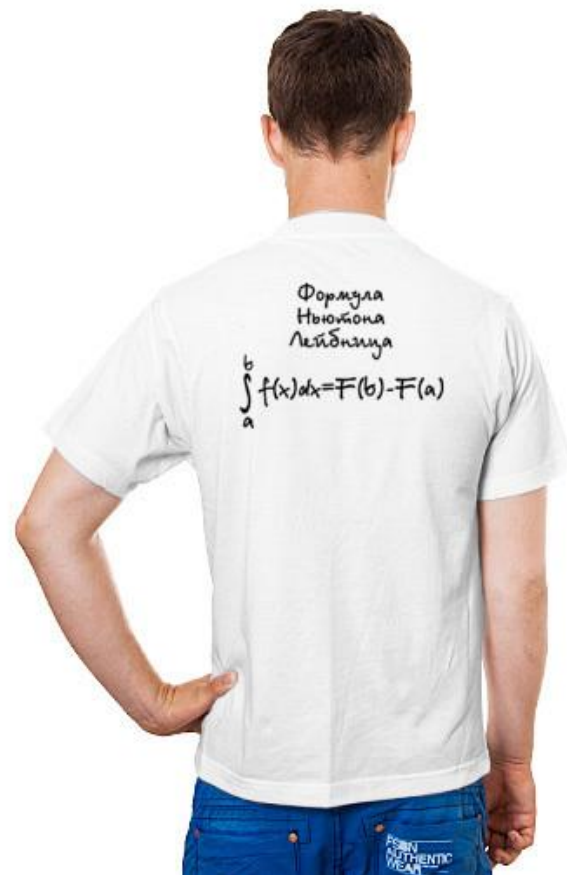




□ ИНТЕГРАЛ. ФОРМУЛА НЬЮТОНА-ЛЕЙБНИЦА

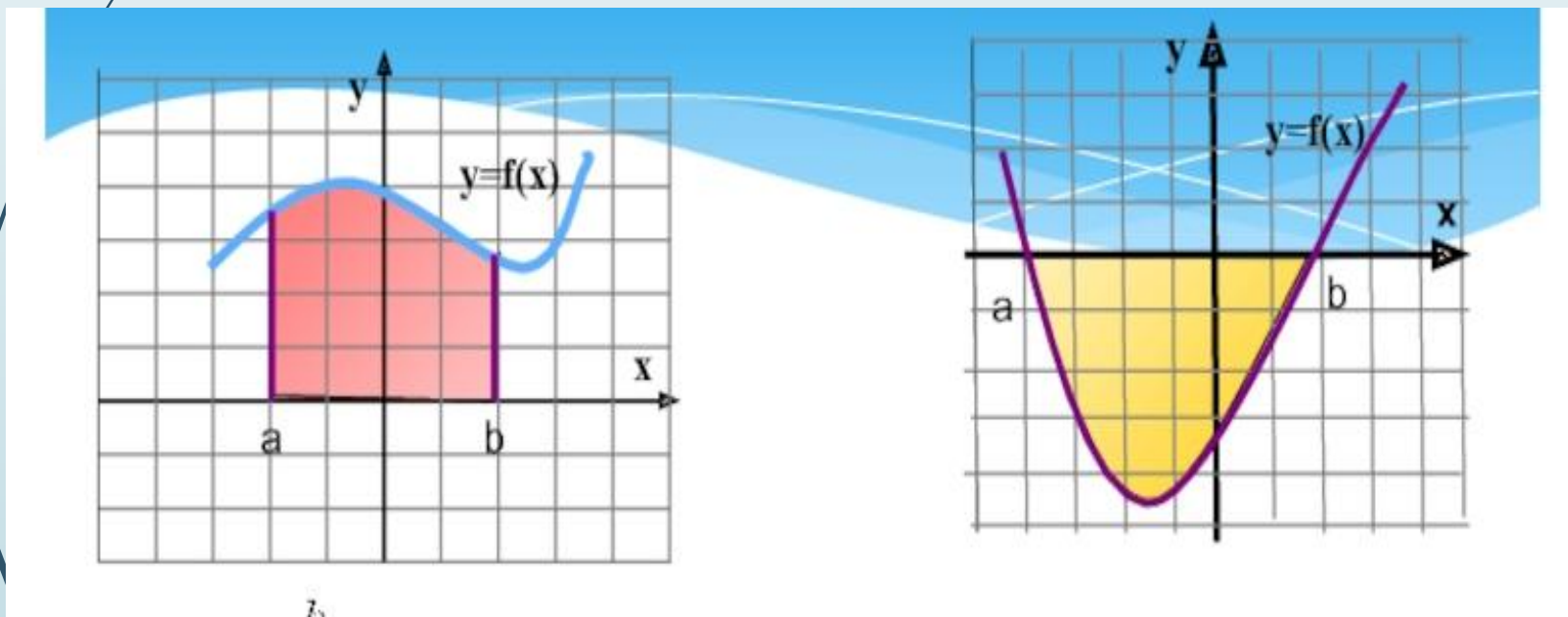
A dark grey arrow points to the right from the left edge of the slide. Several thin, light blue curved lines originate from the bottom left corner and sweep upwards and to the right across the slide.


Здравствуйте, внимательно
изучите тему, рассмотрите
пример нахождения
интеграла



Вопросы для повторения

- 1. Что называют криволинейной трапецией?
- 2. Являются ли фигуры, изображённые на рисунках криволинейными трапециями?

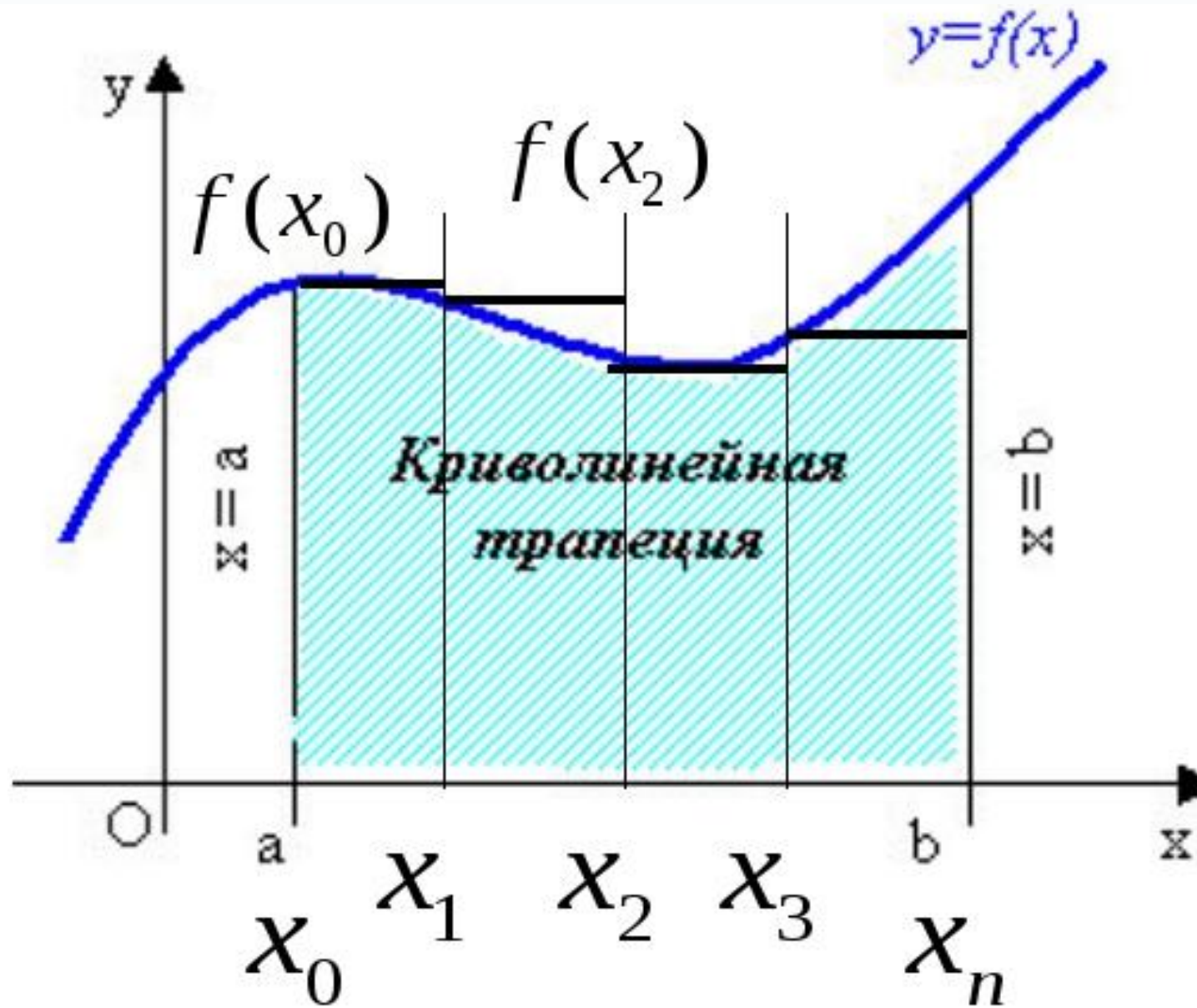


A dark grey arrow points to the right from the left edge of the slide. Below it, several thin, curved lines in shades of blue and grey sweep across the left side of the page.

3. Запишите формулу для вычисления площади криволинейной трапеции

Рассмотрим другой подход к вычислению площади криволинейной трапеции

- Будем считать функцию f неотрицательной и непрерывной на отрезке $[a; b]$, тогда площадь S соответствующей криволинейной трапеции можно приближённо подсчитать следующим образом



Разобьём отрезок $[a; b]$ на n отрезков одинаковой длины точками

$$x_0 = a \boxtimes x_1 \boxtimes x_2 \boxtimes \dots \boxtimes x_{n-1} \boxtimes x^n = b$$

$$\Delta x = \frac{b - a}{n}$$

Рассмотрим

сумму


$$\begin{aligned} S_n &= f(x_0)\Delta x + f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \dots + f(x_{n-1})\Delta x = \\ &= (f(x_0) + f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1}))\Delta x \end{aligned}$$

При $n \rightarrow \infty$

$S_n \rightarrow$ к некоторому числу

□ Это число называют интегралом функции f от a до b и обозначают:

$$\int_a^b f(x) dx$$

- 
- Числа a и b - называются пределами интегрирования, a – нижним пределом, b – верхним.
 - Знак \int - называют знаком интеграла
 - Функцию f называют подынтегральной функцией, а переменная x – переменной интегрирования
 - df - знак дифференциала

Итак, если $f(x) \geq 0$ на отрезке $[a; b]$, то

площадь соответствующей
криволинейной трапеции выражается
формулой:

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

□ Сравнимая формулы криволинейных трапеций :

$$S = \int_a^b f(x)dx \text{ и } S = F(b) - F(a)$$

Делаем вывод:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

□ Формула Ньютона-Лейбница



**Исак Ньютон
(1643-1716)**



**Готфрид
Лейбниц(1646-1716).**


Функция f	К – пос тоян ная	x^n (n -целое $n \neq 1$)	$\sin x$	$\cos x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$
Общи й вид пер- вообр аз ных Ф	kx $+ C$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$ $+ C$	$-\cos x$ $+ C$	$\sin x$ $+ C$	$\operatorname{tg} x$ $+ C$	$-\operatorname{ctg} x$ $+ C$	$2\sqrt{x}$

угол	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	∞

Пример:

$$\int_2^3 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_2^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{2^3}{3} = 9 - \frac{8}{3} = 6\frac{1}{3}$$

$$\int_1^2 (2x + 4) dx = \left(2\frac{x^2}{2} + 4x \right) \Big|_1^2 = (2^2 + 8) - (1^2 + 4) = 12 - 5 = 7$$



$$\int_0^2 x^2 dx$$

$$\int_1^2 x^3 dx$$

$$\int_1^4 (5x + 3) dx$$

$$\int_2^3 \frac{dx}{x^2}$$

$$\int_{\Pi}^0 \sin 5x dx$$


$$\text{a) } \int_0^1 x dx; \quad \text{б) } \int_0^2 \frac{x}{2} dx; \quad \text{в) } \int_0^2 x^2 dx; \quad \text{г) } \int_1^3 dx.$$

$$\int_0^{\pi} \sin x dx =$$