

# Численные методы решения систем линейных уравнений

Лекция с примечаниями

Смотрите в режиме  
редактирования

# ПЛАН

1. Матричный метод
2. Метод Крамера
3. Подбор параметра
4. Метод Гаусса

Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

Вид

Разработ

Надстрой

Foxit PD

Calibri

11

Ж К Ч А А

Шрифт



Выравнивание

Общий

%

Число

Стили

Вставить

Удалить

Формат

Ячейки

Вставить

Буфер обмена

H10

fx

A

B

C

D

E

F

G

H

I

1

$$14x_1 + 2x_2 + 8x_4 = 218$$

$$7x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 213$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 83$$

$$6x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 21$$

6

7

8

9

14 2 0 8

10

A 7 -3 5 12

11

5 1 -2 4

12

6 2 1 -3

13

14

Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

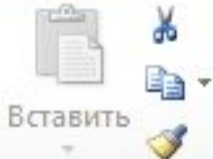
Вид

Разработ

Надстрой

Foxit PDF

ABBYY PD



Вставить

Буфер обмена

Calibri 11

Ж К Ч А А



Шрифт



Выравнивание

Общий

%

000

Число



Стили

Вставить

Удалить

Формат

Ячейки

Σ



Сортировка и фильтр

Найти и выделить

Редактирование

H15

fx

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

1

$$14x_1 + 2x_2 + 8x_4 = 218$$

$$7x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 213$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 83$$

$$6x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 21$$

6

7

8

9

14

2

0

8

218

10

A

7

-3

5

12

B

213

11

5

1

-2

4

83

12

6

2

1

-3

21

13

14

15

16

17

Файл Главная Вставка Разметка Формулы Данные Рецензир Вид Разработ Надстрой Foxit PDF ABBYY PD

Вставить Буфер обмена

Calibri 11

Ж К Ч А А

Шрифт

Общий

Число

Стили

Вставить Удалить Формат Ячейки

Сортировка и фильтры Редактирование

C15

fx

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
7										
8										
9			14	2	0	8			218	
10	A		7	-3	5	12		B	213	
11			5	1	-2	4			83	
12			6	2	1	-3			21	
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										
22										

1

Поиск функции:

Введите краткое описание действия, которое нужно выполнить, и нажмите кнопку "Найти"

Найти

Категория: Математические

Выберите функцию:

- ЗНАК
- КОРЕНЬ
- КОРЕНЬПИ
- МОБР**
- МОПРЕД
- МУЛЬТИНОМ
- МУМНОЖ

**МОБР(массив)**

Возвращает обратную матрицу (матрица хранится в массиве).

[Справка по этой функции](#)

OK

Отмена

Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

Вид

Разработ

Надстрой

Foxit PDF

ABBYY PD

Вставить

Буфер обмена

Шрифт

Выравнивание

Общий

%

000

Число

Стили

Вставить

Удалить

Формат

Ячейки

Σ

↓

↓

↺

Сортировка  
и фильтр

Редактирование

Найти  
и выделить

МОБР

=МОБР(C9:F12)

A B C D E F G H I J K

7

8

9

10 A

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

		14	2	0	8				218
		7	-3	5	12		B		213
		5	1	-2	4				83
		6	2	1	-3				21

## Аргументы функции

МОБР

Массив

C9:F12



= {14;2;0;8;7;-3;5;12;5;1;-2;4;6;2;1;-3}

= {-0,736486486486486;0,297297297...}

Возвращает обратную матрицу (матрица хранится в массиве).

**Массив** числовой массив с равным количеством строк и столбцов, либо диапазон или массив.

Значение: -0,736486486

[Справка по этой функции](#)

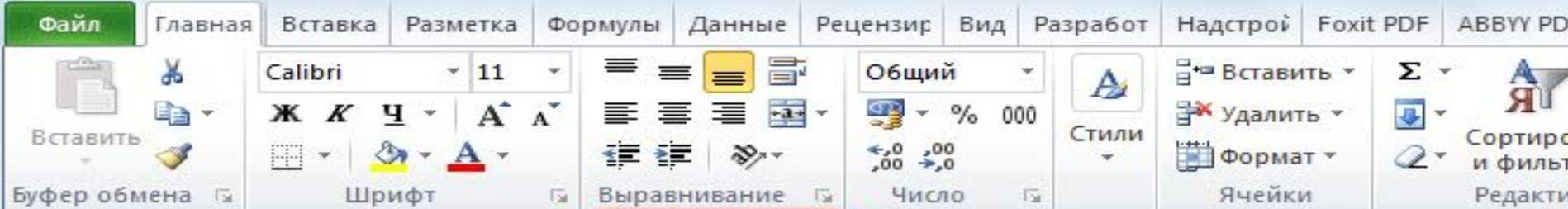
OK

Отмена

Лист1

Лист2

Лист3



C15

fx {=МОБР(C9:F12)}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
7										
8										
9			14	2	0	8			218	
10	A		7	-3	5	12		B	213	
11			5	1	-2	4			83	
12			6	2	1	-3			21	
13										
14										
15			-0,73649	0,297297	1,067568	0,648649				
16			2,790541	-1,10811	-3,7973	-2,05405				
17			0,986486	-0,2973	-1,56757	-0,64865				
18			0,716216	-0,24324	-0,91892	-0,62162				
19										
20										
21										
22										
23										
24										
25										

Лист1

Лист2

Лист3

Готово

Среднее: -0,342905405

Количество: 16

Сумма: -5,486486486

100%



Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

Вид

Разработ

Надстрой

Foxit PDF

ABBYY PD



Calibri 11

Ж К Ч А А



Шрифт



Выравнивание

Общий

%

000

Число



Стили

Вставить

Удалить

Формат

Ячейки

Σ

↓

↓

↓



Сортир

и филь

Редакт

120

fx

2

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

14

2

0

8

218

A

7

-3

5

12

B

213

5

1

-2

4

83

6

2

1

-3

21

-0,73649 0,297297 1,067568 0,648649

2,790541 -1,10811 -3,7973 -2,05405

0,986486 -0,2973 -1,56757 -0,64865

0,716216 -0,24324 -0,91892 -0,62162



1

Поиск функции:

Введите краткое описание действия, которое нужно выполнить, и нажмите кнопку "Найти"

Найти

Категория: Математические

Выберите функцию:

- МОБР
- МОПРЕД
- МУЛЬТИНОМ
- МУМНОЖ**
- НЕЧЁТ
- НОД
- НОК

**МУМНОЖ(массив1;массив2)**

Возвращает матричное произведение двух массивов; результат имеет то же число строк, что и первый массив, и то же число столбцов, что и второй массив.

[Справка по этой функции](#)

OK

Отмена

Аргументы функции

МУМНОЖ

**Массив1** C15:F18 = {-0,736486486486486;0,297297297...}

**Массив2** I9:I12 = {218;213;83;21}

= {5,000000000000005;13,9999999999...}

Возвращает матричное произведение двух массивов; результат имеет то же число строк, что и первый массив, и то же число столбцов, что и второй массив.

**Массив1** первый из перемножаемых массивов, число столбцов в нем должно равняться числу строк во втором массиве.

Значение: 5

[Справка по этой функции](#)

OK Отмена

218
213
83
21

12		6	2	1	-3				
----	--	---	---	---	----	--	--	--	--

15	-0,73649	0,297297	1,067568	0,648649
16	2,790541	-1,10811	-3,7973	-2,05405
17	0,986486	-0,2973	-1,56757	-0,64865
18	0,716216	-0,24324	-0,91892	-0,62162

=МУМНОЖ(C15:F18;I9:I12)
-------------------------

Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

Вид

Разработ

Надстрої

Foxit PDF

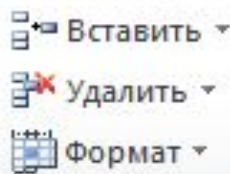
ABBYY PD


 Calibri 11  
 Ж К Ч А А  
 Шрифт

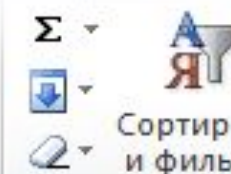

Выравнивание

 Общий  
 % 000  
 Число


Стили



Ячейки



Сортир и филь

Редакт

I20

$$f_x \{=МУМНОЖ(C15:F18;I9:I12)\}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
10	A		7	-3	5	12		B	213	
11			5	1	-2	4			83	
12			6	2	1	-3			21	
13										
14										
15			-0,73649	0,297297	1,067568	0,648649				
16			2,790541	-1,10811	-3,7973	-2,05405				
17			0,986486	-0,2973	-1,56757	-0,64865				
18			0,716216	-0,24324	-0,91892	-0,62162				
19										
20								x <sub>1</sub>	5	
21								x <sub>2</sub>	14	
22								x <sub>3</sub>	8	
23								x <sub>4</sub>	15	
24										
25										

Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

Вид

Разработ

Надстрой

Foxit PDF

ABBYY PD

Получение  
внешних данныхОбновить  
все

Подключения

А  
Я

Сортировка

Сортировка и фильтр



Фильтр



...

Текст по  
столбцамУдалить  
дубликаты

Работа с данными



Структура



Анализ да

Анализ

G13

fx

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

1

2  $14x_1 + 2x_2 + 8x_4 = 218$

3  $7x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 213$

4  $5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 83$

5  $6x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 21$

6

7

8

9

14

2

0

8

218

10

A

7

-3

5

12

B

213

11

5

1

-2

4

83

12

6

2

1

-3

21

13

14

15

Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

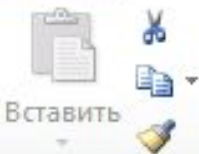
Вид

Разработ

Надстрой

Foxit PDF

ABBYY PD



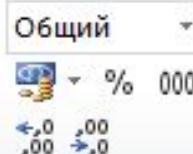
Вставить



Шрифт



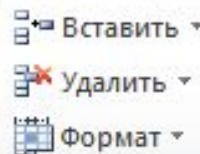
Выравнивание



Число



Стили



Ячейки

Сортировка  
и фильтрНайти и  
выделить

Редактирование

K20

fx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
7											
8											
9			14	2	0	8			218		
10	A		7	-3	5	12		B	213		
11			5	1	-2	4			83		
12			6	2	1	-3			21		
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											

Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

Вид

Разработ

Надстрої

Foxit PDF

ABBYY PD



Вставить



Буфер обмена

Calibri 11

Ж К Ч А А



Шрифт



Выравнивание

Общий

%

0 000

Число



Стили

Вставить

Удалить

Формат

Ячейки



Σ

Сортир  
и филь  
РедактСортир  
и филь  
РедактСортир  
и филь  
РедактСортир  
и филь  
Редакт

E15

2

fx

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

A

B

14

2

0

8

218

7

-3

5

12

213

5

1

-2

4

83

6

2

1

-3

21

218

2

0

8

14

218

0

8

213

-3

5

12

7

213

5

12

83

1

-2

4

5

83

-2

4

21

2

1

-3

6

21

1

-3

14

2

218

8

14

2

0

218

7

-3

213

12

7

-3

5

213

5

1

83

4

5

1

-2

83

6

2

21

-3

6

2

1

21

Мастер функций - шаг 1 из 2

Поиск функции:

Введите краткое описание действия, которое нужно выполнить, и нажмите кнопку "Найти"

Найти

Категория: Математические

Выберите функцию:

ЗНАК  
КОРЕНЬ  
КОРЕНЬПИ  
МОБР  
**МОПРЕД**  
МУЛЬТИНОМ  
МУМНОЖ

**МОПРЕД(массив)**

Возвращает определитель матрицы (матрица хранится в массиве).

[Справка по этой функции](#)

OK

Отмена



Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

Вид

Разработ

Надстрої

Foxit PDF

ABBYY PD


 11
   
 Ж К Ч А А

 Общий
   
 % 000

 Вставить
   
 Удалить

 А Я
   
 Сортир
   
 и филь
   
 Редакт

## Аргументы функции

МОПРЕД

Массив

A15:D18



= {218;2;0;8;213;-3;5;12;83;1;-2;4;2...

= -740

Возвращает определитель матрицы (матрица хранится в массиве).

**Массив** числовой массив с равным количеством строк и столбцов, диапазон ячеек или массив.

Значение: -740

[Справка по этой функции](#)

OK

Отмена

218	2	0	8
213	-3	5	12
83	1	-2	4
21	2	1	-3

218	0	8
213	5	12
83	-2	4
21	1	-3

14	2	218	8	14	2	0	218
7	-3	213	12	7	-3	5	213
5	1	83	4	5	1	-2	83
6	2	21	-3	6	2	1	21

Файл Главная Вставка Разметка Формулы Данные Рецензир Вид Разработ Надстрой Foxit PDF ABBYY PD

Вставить Буфер обмена Шрифт Выравнивание Число Ячейки

Calibri 11 Ж К Ч А А Общий % 000 Стили Вставить Удалить Формат

E15

fx =МОПРЕД(A15:D18)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
7										
8										
9			14	2	0	8			218	
10	A		7	-3	5	12		B	213	
11			5	1	-2	4			83	
12			6	2	1	-3			21	
13										
14										
15	218	2	0	8	-740	14	218	0	8	
16	213	-3	5	12		7	213	5	12	
17	83	1	-2	4		5	83	-2	4	
18	21	2	1	-3		6	21	1	-3	
19										
20	14	2	218	8		14	2	0	218	
21	7	-3	213	12		7	-3	5	213	
22	5	1	83	4		5	1	-2	83	
23	6	2	21	-3		6	2	1	21	
24										

Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

Вид

Разработ

Надстрой

Foxit PDF

ABBYY PD



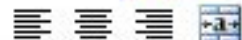
Calibri

11

Ж К Ч А Л



Шрифт



Выравнивание

Общий

%

000

Число



Стили

Вставить

Σ



Ячейки



Сортировка

и фильтр

Редактирование



Най

и выде

Ред

J20

=МОПРЕД(F20:I23)

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

14

2

0

8

218

A

7

-3

5

12

B

213

5

1

-2

4

83

6

2

1

-3

21

218

2

0

8

-740

14

218

0

8

-2072

213

-3

5

12

1

7

213

5

12

2

83

1

-2

4

5

83

-2

4

21

2

1

-3

6

21

1

-3

14

2

218

8

-1184

14

2

0

218

-2220

7

-3

213

12

3

7

-3

5

213

4

5

1

83

4

5

1

-2

83

6

2

21

-3

6

2

1

21

Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

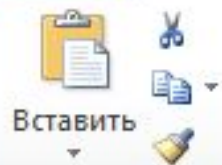
Вид

Разработ

Надстрої

Foxit PDF

ABBYY PD



Буфер обмена

Calibri 11

Ж К Ч А А

Шрифт



Выравнивание

Общий

% 000

0,00 0,00

Число



Стили

Вставить

Удалить

Формат

Ячейки

Σ

Сортировка

и фильтр

Редактирование



Сортировка

и фильтр

Редактирование



Нав

выде

Редактирование

B9

fx

=МОПРЕД(C9:F12)

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

7

8

9

-148

14

2

0

8

218

10

A

7

-3

5

12

B

213

11

5

1

-2

4

83

12

6

2

1

-3

21

13

14

15

218

2

0

8

-740

14

218

0

8

-2072

16

213

-3

5

12

7

213

5

12

17

83

1

-2

4

5

83

-2

4

18

21

2

1

-3

6

21

1

-3

19

20

14

2

218

8

-1184

14

2

0

218

-2220

21

7

-3

213

12

7

-3

5

213

22

5

1

83

4

5

1

-2

83

23

6

2

21

-3

6

2

1

21

24

Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

Вид

Разработ

Надстрої

Foxit PDF

ABBYY PD



Calibri 11

Ж К Ч А Л



Шрифт



Выравнивание

Общий

%

0 000

Число



Стили

Вставить

Удалить

Формат

Ячейки

Σ

↓

↓

↓

Сортировка  
и фильтр

Редактирование

Нав  
выде

Редактирование

J21

fx =J20/B9

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
7											
8											
9		-148	14	2	0	8			218		
10	A		7	-3	5	12		B	213		
11			5	1	-2	4			83		
12			6	2	1	-3			21		
13											
14											
15	218	2	0	8	-740	14	218	0	8	-2072	
16	213	-3	5	12	5	7	213	5	12	14	
17	83	1	-2	4	1	5	83	-2	4	2	
18	21	2	1	-3	1	6	21	1	-3	1	
19											
20	14	2	218	8	-1184	14	2	0	218	-2220	
21	7	-3	213	12	8	7	-3	5	213	15	
22	5	1	83	4	3	5	1	-2	83	4	
23	6	2	21	-3	1	6	2	1	21	4	
24											

# Метод Гаусса

The image shows a Microsoft Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4								
5								
6			A		B			
7		14	2	8	110			
8		7	-3	5	32			
9		5	1	-2	17			
10								
11								
12								

Файл Главная Вставка Разметка Формулы Данные Рецензир Вид Разработ Надстр

Вставить Буфер обмена

Calibri 11

Ж К Ч А А

Шрифт

Выравнивание

Общий % 000

Число

Стили

Вста Уда Фор Яче

B12

fx {=B8:E8-\$B\$7:\$E\$7\*(B8/\$B\$7)}

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4								
5								
6			A		B			
7		14	2	8	110			
8		7	-3	5	32			
9		5	1	-2	17			
10								
11		14	2	8	110			
12		0	-4	1	-23			
13								
14								

Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

Вид

Разработ

Надст



Calibri

11

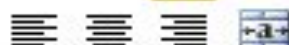


Общий



Вс

Вставить

**Ж** **К** **Ч** | **A** **Λ**

%

Стили

Уд



000

Фо

Буфер обмена

Шрифт

Выравнивание

Число

Яч

B13

fx {=B9:E9-\$B\$7:\$E\$7\*(B9/\$B\$7)}

A

B

C

D

E

F

G

H

1

2  $14x_1+2x_2+8x_3=110$ 3  $7x_1-3x_2+5x_3=32$ 4  $5x_1+x_2-2x_3=17$ 

5

6

A

B

7 14 2 8 110

8 7 -3 5 32

9 5 1 -2 17

10

11 14 2 8 110

12 0 -4 1 -23

13 0 0,285714 -4,85714 -22,2857

14

15

(Ctrl)



Книга1 - Microsoft Excel

Файл Главная Вставка Разметка Формулы Данные Рецензир Вид Разработ Надстр

Calibri 11

Общий % 000

Число

Буфер обмена Шрифт Выравнивание

B11 fx 14

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		$14x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 110$						
3		$7x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 32$						
4		$5x_1 + x_2 - 2x_3 = 17$						
5								
6			A		B			
7		14	2	8	110			
8		7	-3	5	32			
9		5	1	-2	17			
10								
11		14	2	8	110			
12		0	-4	1	-23			
13		0	0,285714	-4,85714	-22,2857			
14								
15								

Red box highlighting the range B11:E12. A red circle with the number 1 is positioned to the right of the box.

Файл

Главная

Вставка

Разметка

Формулы

Данные

Рецензир

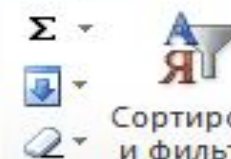
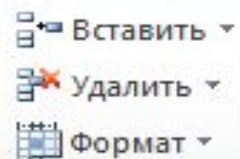
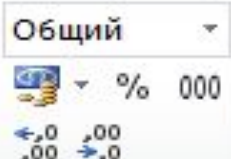
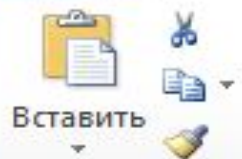
Вид

Разработ

Надстрой

Foxit PDF

ABBYY PD



Буфер обмена

Шрифт

Выравнивание

Число

Стили

Ячейки

Сортир  
и филь  
Редакти

B15

A

B

1

$$14x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 110$$

$$7x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 37$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 = 17$$

2

Вырезать

Копировать

Параметры вставки:



Специальная вставка...

Вставить скопированные ячейки...

Удалить...

Очистить содержимое

Фильтр

Сортировка

Вставить примечание

Формат ячеек...

Выбрать из раскрывающегося списка...

Присвоить имя...

Гиперссылка...

G

H

I

J

Вставка



Вставить значения



Другие параметры вставки



Специальная вставка...

3

1

Calibri 11 A A % 000

Ж К ≡ A % 000

Файл Главная Вставка Разметка Формулы Данные Рецензир Вид Разработ Надстрой Foxit PDF

Вставить Буфер обмена Шрифт Выравнивание Число Стили Ячейки

Calibri 11 Ж К Ч А А Общй % 000 Вставить Удалить Формат

B17

$$\{=B13:E13-\$B\$12:\$E\$12*(C13/\$C\$12)\}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3									
4									
5									
6			A		B				
7		14	2	8	110				
8		7	-3	5	32				
9		5	1	-2	17				
10									
11		14	2	8	110				
12		0	-4	1	-23				
13		0	0,285714	-4,85714	-22,2857				
14									
15		14	2	8	110				
16		0	-4	1	-23				
17		0	0	-4,78571	-23,9286				
18									

Файл Главная Вставка Разметка Формулы Данные Рецензир Вид Разработ Надстр

Вставить Буфер обмена Шрифт Выравнивание Число

Calibri 11 Ж К Ч А А Общй % 000 Стили

B21 {=B17:E17/D17}

	A	B	C	D	E	F	G	H
7		14	2	8	110			
8		7	-3	5	32			
9		5	1	-2	17			
10								
11		14	2	8	110			
12		0	-4	1	-23			
13		0	0,285714	-4,85714	-22,2857			
14								
15		14	2	8	110			
16		0	-4	1	-23			
17		0	0	-4,78571	-23,9286			
18								
19								
20								
21		0	0	1	5			
22								
23								

Файл Главная Вставка Разметка Формулы Данные Рецензир Вид Разработ Надстр

Вставить Буфер обмена Шрифт Выравнивание Число

Calibri 11

Общий

Стили

Вставка Удаление Формулы Ячейка

B20

$$f_x \{=(B16:E16-B21:E21*D16)/C16\}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
10								
11		14	2	8	110			
12		0	-4	1	-23			
13		0	0,285714	-4,85714	-22,2857			
14								
15		14	2	8	110			
16		0	-4	1	-23			
17		0	0	-4,78571	-23,9286			
18								
19								
20		0	1	0	7			
21		0	0	1	5			
22								
23								

Файл Главная Вставка Разметка Формулы Данные Рецензир Вид Разработ Надстрой Foxit PD

Вставить Буфер обмена Шрифт Выравнивание Число Ячейки

Calibri 11

Ж К Ч А А

Общий % 000

Вставить Удалить Формат

B19

fx

$$=(B15:E15-B20:E20*C15-B21:E21*D15)/B15$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
7		14	2	8	110				
8		7	-3	5	32				
9		5	1	-2	17				
10									
11		14	2	8	110				
12		0	-4	1	-23				
13		0	0,285714	-4,85714	-22,2857				
14									
15		14	2	8	110				
16		0	-4	1	-23				
17		0	0	-4,78571	-23,9286				
18									
19		1	0	0	4				
20		0	1	0	7				
21		0	0	1	5				
22									

Файл Главная Вставка Разметка Формулы Данные Рецензир Вид Разработ Надстрой Foxit PD

Вставить Буфер обмена Шрифт Выравнивание Число Стили Ячейки

Calibri 11 Ж К Ч А А Общй % 000

E19

fx {=(B15:E15-B20:E20\*C15-B21:E21\*D15)/B15}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
7		14	2	8	110				
8		7	-3	5	32				
9		5	1	-2	17				
10									
11		14	2	8	110				
12		0	-4	1	-23				
13		0	0,285714	-4,85714	-22,2857				
14									
15		14	2	8	110				
16		0	-4	1	-23				
17		0	0	-4,78571	-23,9286				
18									
19		1	0	0	4				
20		0	1	0	7				
21		0	0	1	5				
22									
23									

<https://lumpics.ru/how-solve-system-equations-excel/#i>