

Электротехника и электроника

Трёхфазные электрические цепи синусоидального тока

Трёхфазная система электроснабжения

Трёхфазная цепь — это совокупность трёхфазной системы ЭДС, трёхфазной нагрузки (нагрузок) и соединительных проводов.

Трёхфазной системой ЭДС (напряжений) наз. систему из трёх однофазных электрических цепей, в которых действуют три синусоидальные ЭДС одной и той же частоты, равные по амплитуде и сдвинутые по фазе относительно друг друга на угол $2\pi/3$ (120°).

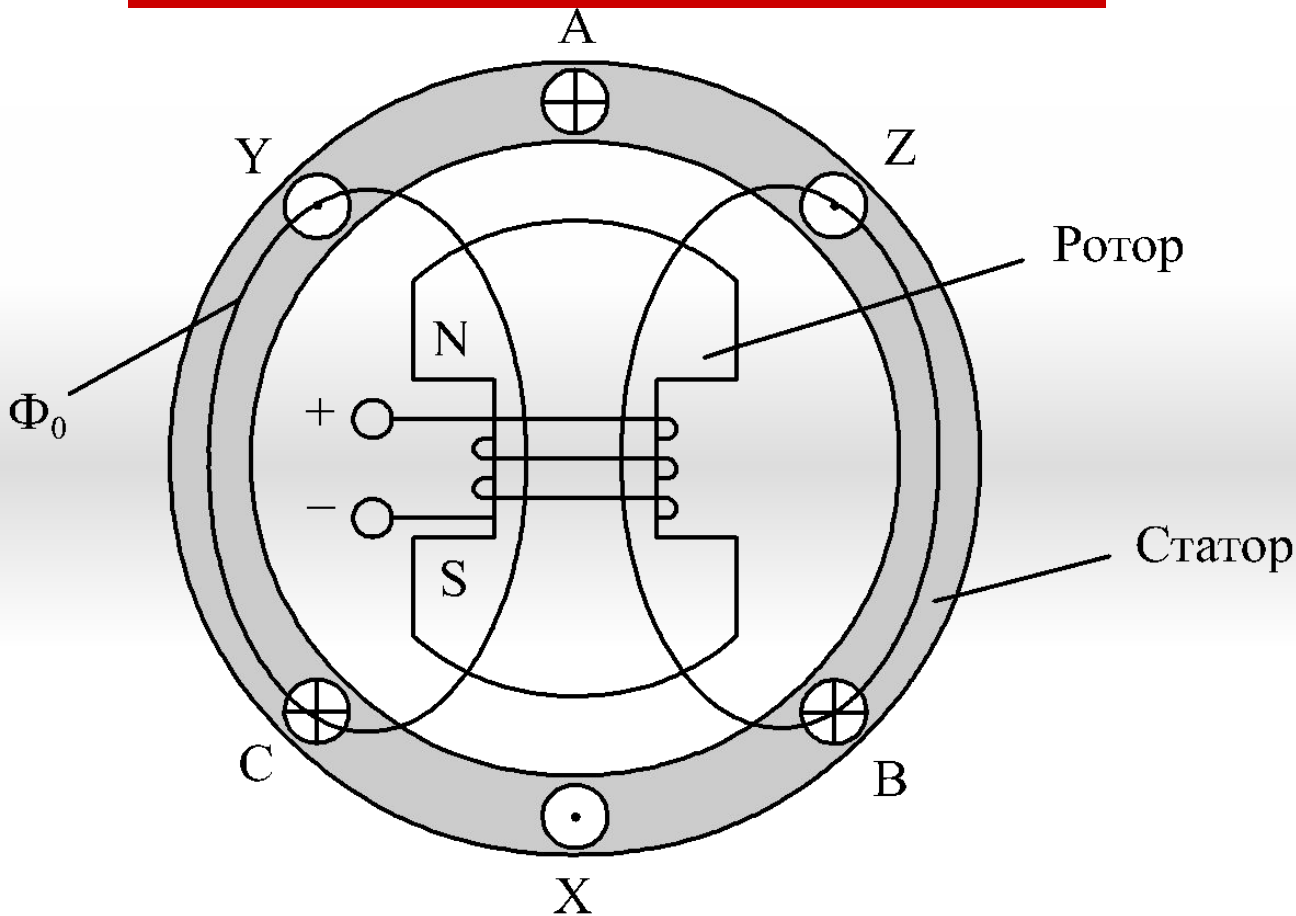
Преимущества генерирования, передачи и преобразования электрической энергии в трёхфазных цепях по сравнению с однофазными цепями заключаются в следующем:

1. меньший расход меди в проводах и стали в одном трёхфазном трансформаторе по сравнению с расходом материалов в трёх однофазных трансформаторах;
2. простота получения вращающегося магнитного поля в электродвигателях переменного тока и меньшие пульсации момента на валу трёхфазных генераторов и двигателей;
3. элементы системы — трёхфазный синхронный генератор, трёхфазный асинхронный двигатель и трёхфазный трансформатор — просты в производстве, экономичны и надёжны в работе.
4. Напряжение двум номиналов.

Под **фазой трёхфазной цепи** понимают участок цепи, по которой протекает одинаковый ток. Под фазой будем также понимать аргумент ($\omega t - Y$) синусоидальной функции. Т.е., в зависимости от рассматриваемого вопроса фаза — это либо участок трёхфазной цепи, либо аргумент синусоидальной функции.

В трёхфазной цепи различают фазы A , B и C генератора — источника напряжения (ИН) и фазы a , b и c приёмника. Обозначают (окрашивают) их соответственно в жёлтый (фаза A), зелёный (фаза B) и красный (фаза C) цвета. Концы обмоток фаз ИН X , Y и Z соединяют в общую точку N (реже обозначают эту точку символом 0 (ноль)) и называют ее **нейтралью** трёхфазного генератора.

Получение трехфазной системы ЭДС



- Основные элементы трехфазной цепи:**
1. Трёхфазный генератор
 2. Линии передачи
 3. Приёмники

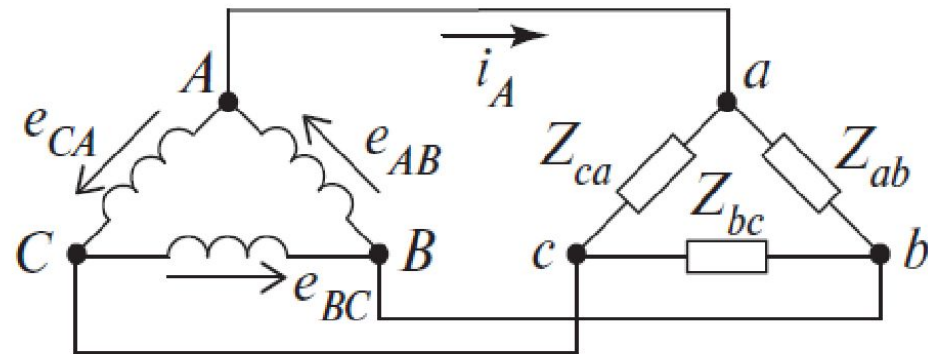
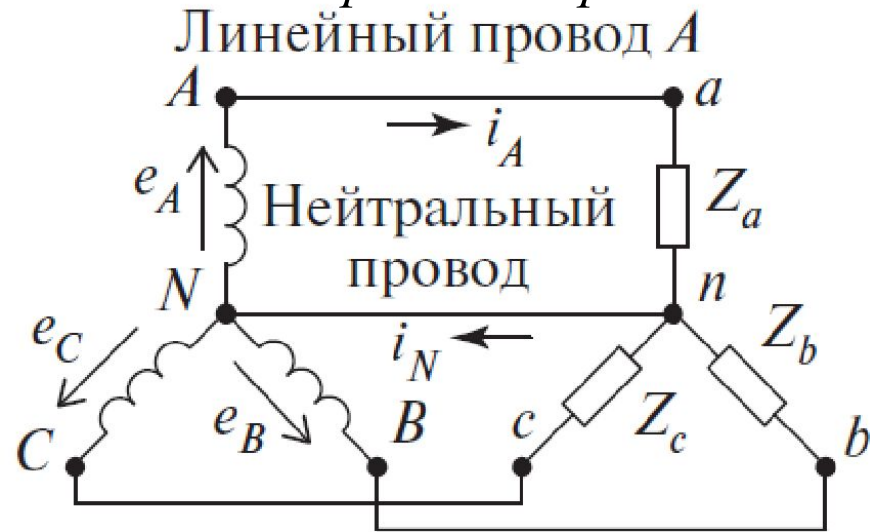
- Основные элементы генератора:**
1. неподвижный статор (состоит из трёх обмоток).
 2. Вращающийся ротор (электромагнит)

A, B, C – начала фаз

X, Y, Z – концы фаз

Схемы соединения фаз генератора и трёхфазной нагрузки. Обмотки статора трёхфазного генератора соединяют по схеме звезда (Y) (рис. слева) или треугольник (Δ) (рис. справа). Трёхфазная нагрузка (приёмник) также может быть соединена по схеме звезда или треугольник. Электрические величины, относящиеся к генератору, будем снабжать индексами из прописных букв A, B и C , а величины, относящиеся к трёхфазному приёмнику, - индексами из строчных букв a, b и c .

Провода, соединяющие точки A и a, B и b, C и c , наз. линейными (провод A , провод B и провод C), соответственно, и токи в них I_A, I_B, I_C наз. линейными. Провод, соединяющий точку N (нейтраль генератора) с точкой n (нейтралью приёмника), называют нейтральным (иногда, нулевым), а ток I_N в нем — током в нейтральном проводе.



Трёхфазная цепь, связанная звездой.

1. Токи линейных проводов, не разветвляясь, попадают в фазы приёмников, поэтому фазные токи равны токам в линейных проводах:

$$\dot{I}_\phi = \dot{I}_л.$$

2. Ток в нейтральном проводе равен алгебраической сумме комплексных токов всех трех фаз. Согласно 1-му закону Кирхгофа для нейтральной точки приёмника (n) имеем

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_N.$$

При отсутствии или обрыве нейтрального провода

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

Зная два линейных тока, можно легко найти третий.

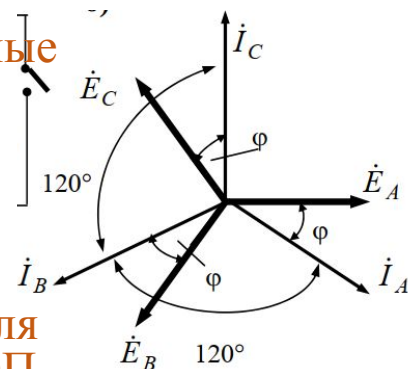
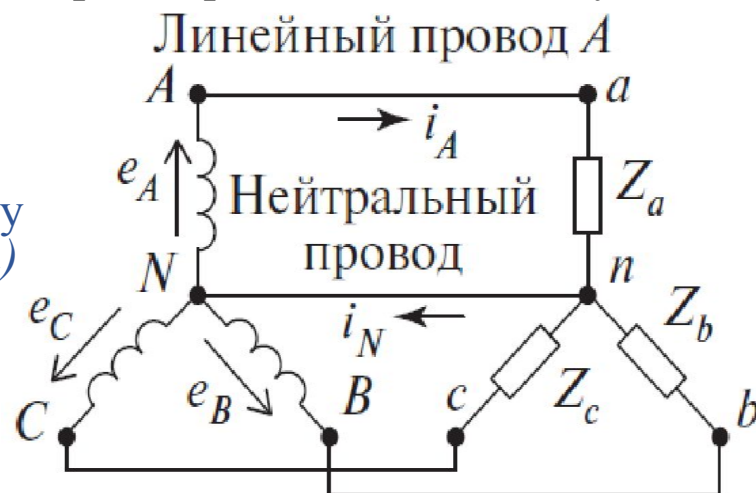
3. Если генератор вырабатывает симметричную систему фазных ЭДС и комплексные сопротивления всех трех фаз цепи равны ($Z_A = Z_B = Z_C = Z_\phi = R \pm jX$), комплексные токи, определяемые по закону Ома, имеют одинаковые действующие значения, сдвинуты друг относительно друга по фазе на 120° и образуют симметричную систему фазных токов:

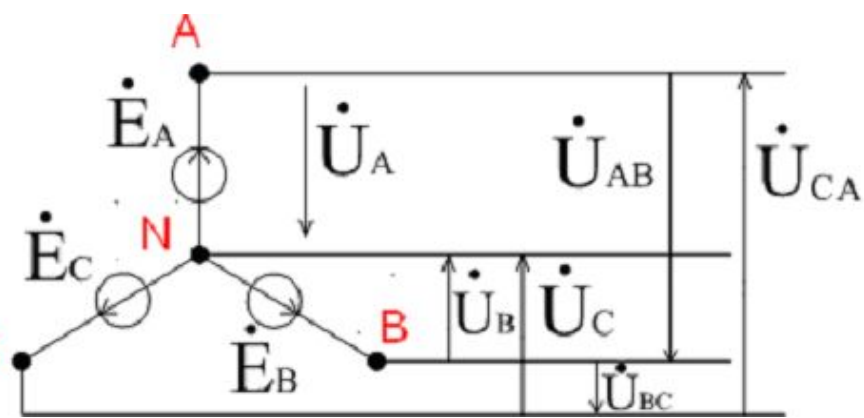
$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$. Т.е. ток в нейтральном проводе отсутствует и он не нужен.

Этот режим работы приёмники (трёхфазные двигатели, нагревательные печи и др.), имеющие три одинаковые обмотки и не нуждаются в нейтральном проводе. В этом режиме работают *симметричные* трехфазные (борьбы) при соединении их звездой используют нейтральный провод для поддержания одинакового напряжения на всех трех фазах цепи.

Однофазные приемники (лампы освещения, бытовые приборы и др.) при соединении их звездой требуют наличия нейтрального провода для поддержания одинакового напряжения на всех трех фазах цепи.

Трёхфазные цепи, связанные звездой, используют в электроэнергетике для передачи энергии на большие расстояния. Возможная несимметрия в ЛЭП компенсируется нейтральным проводом, в качестве которого используется земля (система TN с заземлённой нейтралью)





$$e_A = E_m \sin \omega t$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

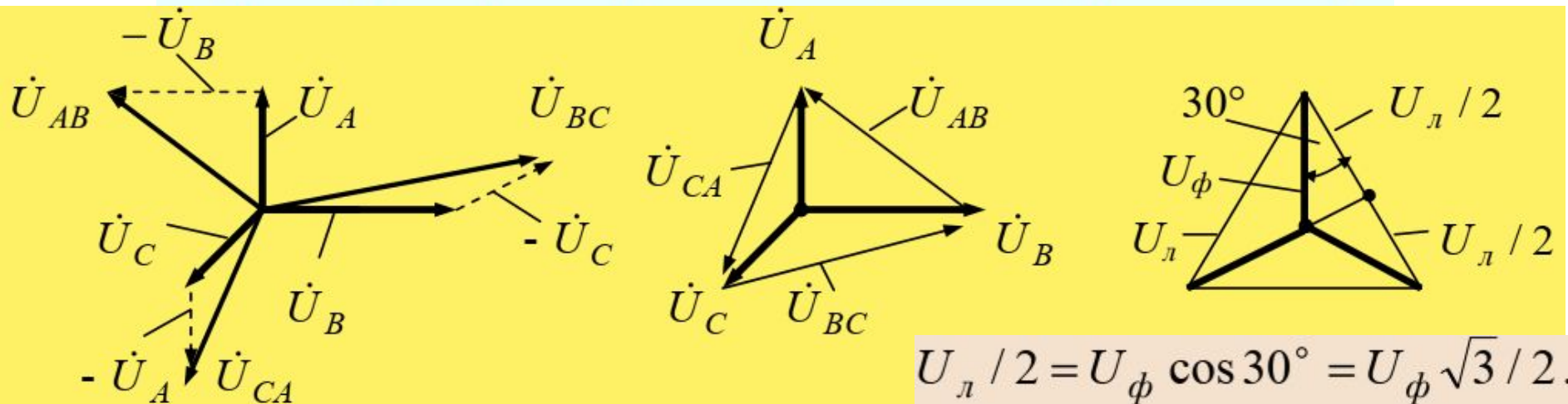
$$I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}$$

Различают фазные и линейные напряжения. Фазные напряжения (U_A, U_B, U_C) действуют между началом и концом каждой фазы. Их направление соотв. направлению фазных токов цепи - от начала фазы к ее концу (к нейтральной точке n).

Линейные напряжения (U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}) действуют между линейными проводами.

Согласно второму закону Кирхгофа для каждого из трех контуров, образованных одним линейным и двумя фазными напряжениями, имеем

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A .$$



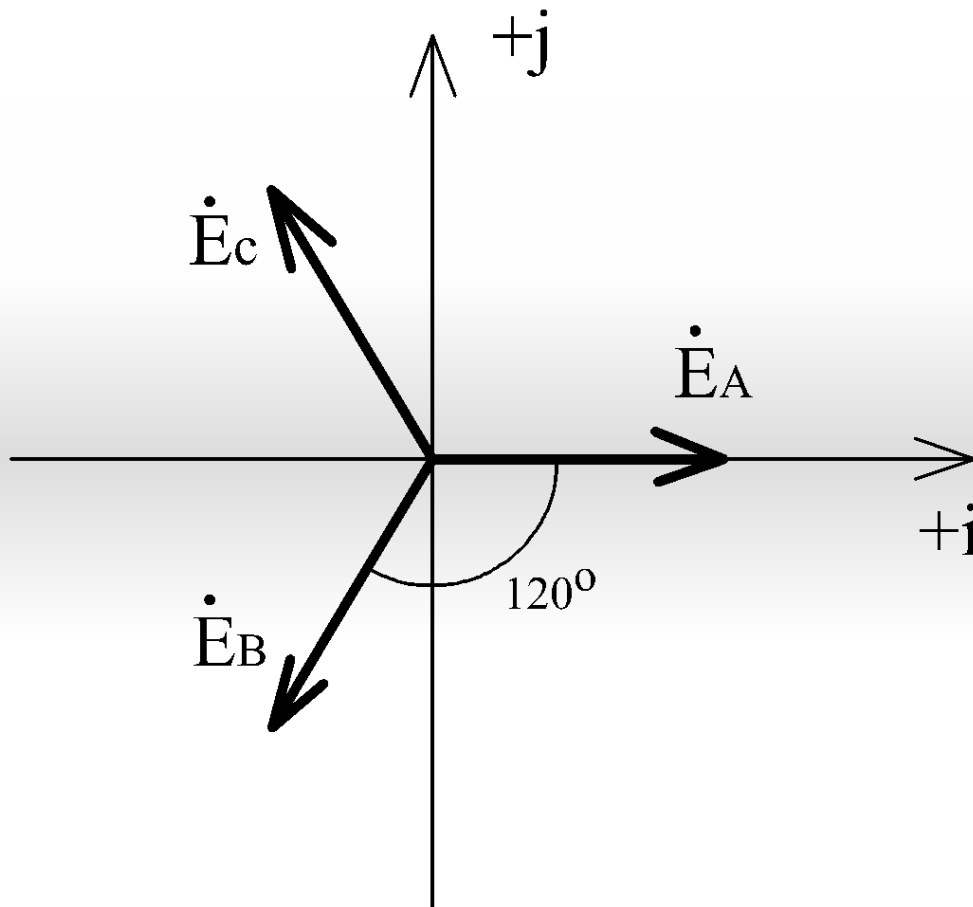
$$U_{\text{л}} / 2 = U_{\text{ф}} \cos 30^\circ = U_{\text{ф}} \sqrt{3} / 2 .$$

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\text{ф}} .$$

При соединении приемников звездой сумма всех трех комплексных линейных напряжений равна (второго закона Кирхгофа):

$$\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0 .$$

Векторная диаграмма симметричной системы ЭДС

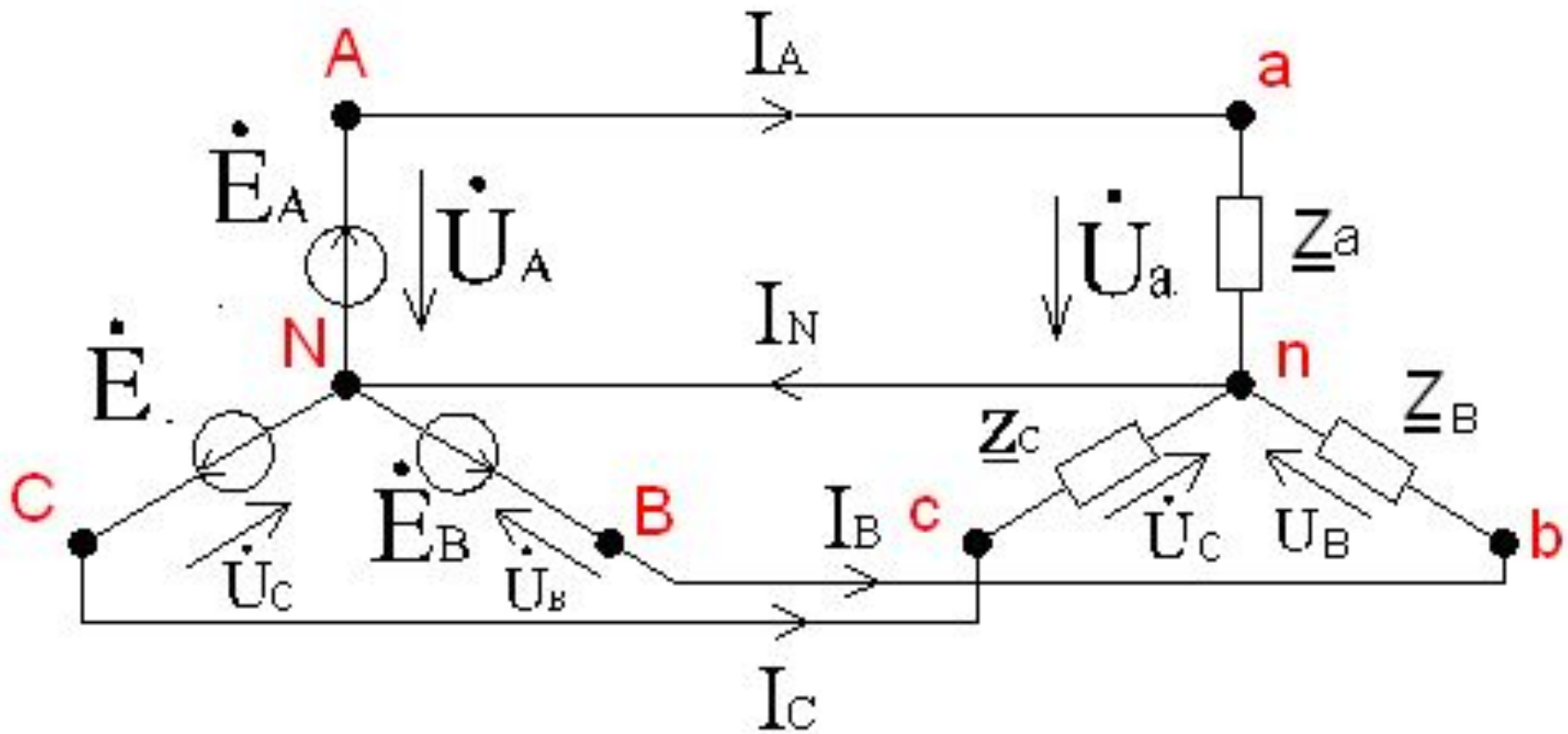


$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$$

В распределительных устройствах шины различных фаз имеют различную окраску:

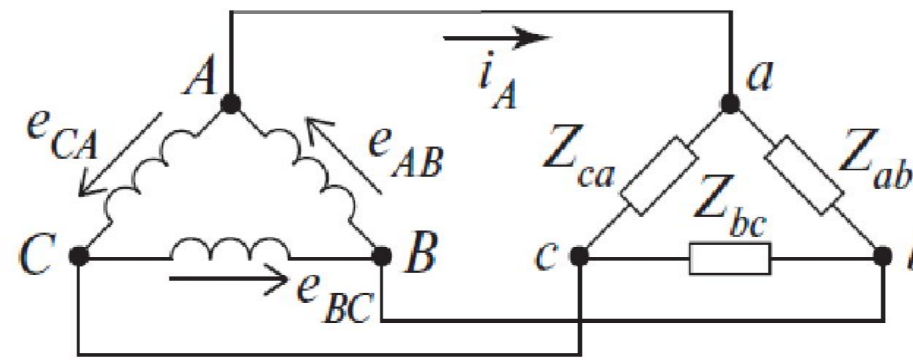
- жёлтый – фаза А
- зелёный – фаза В
- красный – фаза С
- синий – нейтральный провод

Соединение обмоток источника и фаз приёмника звездой



При связывании трёхфазной цепи **треугольником** конец обмотки фазы А генератора соединяется с началом обмотки В, конец обмотки В с началом обмотки С, конец обмотки С с началом обмотки А, образуя замкнутый контур. При этом у исправного генератора, не замкнутого на нагрузку (ХХ), в этом замкнутом контуре нет тока, так как сумма фазных ЭДС в этом контуре равна нулю.

Из начала фаз А, В и С генератора отходят три **линейных** провода к приёмникам энергии.



Алгоритм соединения: **А-У, В-З, С-Х**

Особенности:

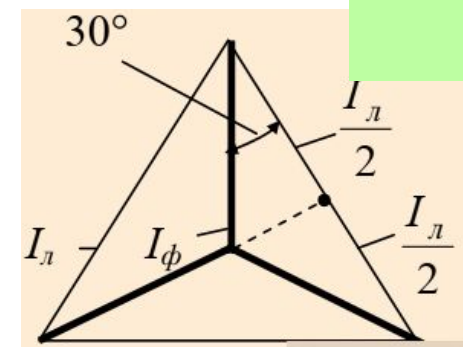
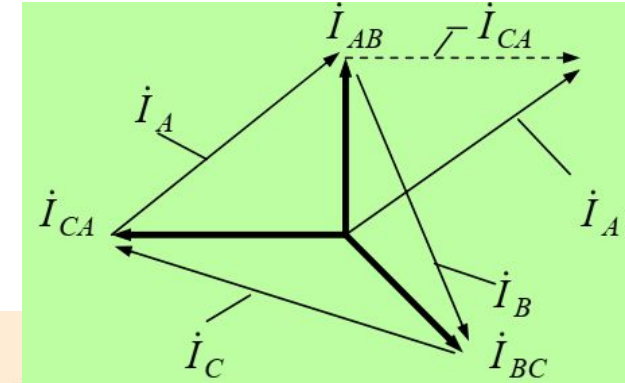
1. Напряжения между линейными проводами одновременно являются и фазными ($U_{л} = U_{ф}$). При этом сумма комплексных линейных напряжений всех трех фаз (второй закон Кирхгофа) равна нулю: $U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} = 0$.

2. Сумма комплексных токов всех трех линейных проводов равна нулю: $I_A + I_B + I_C = 0$. Это легко доказать с помощью 1 закона Кирхгофа, преобразовав треугольник сопротивлений в эквивалентную звезду.

3. При связывании трехфазной цепи треугольником различают фазные (I_{AB}, I_{BC}, I_{CA}) и линейные (I_A, I_B, I_C) токи. Применяя первый закон Кирхгофа к узлам А, В и С трехфазного приёмника, получим:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}, I_B = I_{BC} - I_{AB}, I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

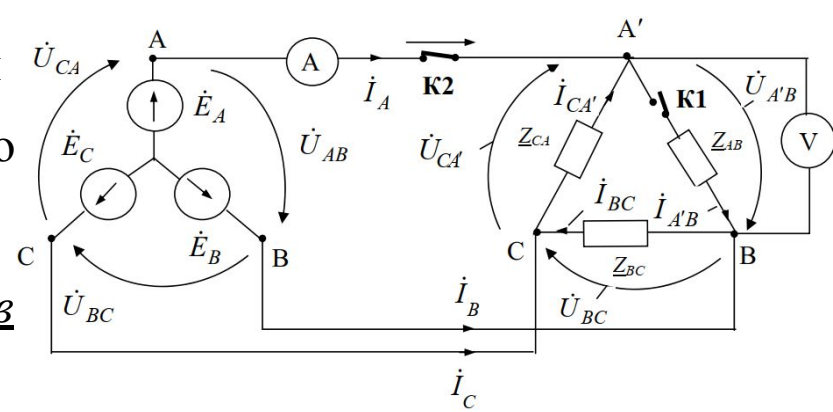
Соединение треугольником не применяется для передачи электромагнитной энергии на большие расстояния ввиду того, что токи в линейных проводах больше токов в фазах приёмников (в $\sqrt{3}$ раз при симметричном режиме работы) и это соединение менее экономично по сравнению с соединением звездой.



При симметрии системы векторов фазных токов

$$I_{л} = \sqrt{3} I_{ф}$$

Пример. Три одинаковых нагрузочных сопротивлений $Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA} = Z_{\Phi} = (30 + j40)$ Ом соединены треугольником и подключены к трехфазному генератору, фазные обмотки которого объединены в звезду. Генератор вырабатывает симметричную систему фазных ЭДС с действующим значением $E_{\Phi} = 380$ В. Определить показания амперметра и вольтметра, включённых в цепь, построить векторную диаграмму токов и напряжений трехфазного приемника.



Решение

1. Цепь работает в симметричном режиме. Для решения задачи нужно рассчитать только одну ее фазу (например, фазу АВ приемника). Примем направления напряжений и токов

2. Действующие значения линейных ЭДС трехфазного генератора в $\sqrt{3}$ больше действующих значений его фазных ЭДС и составляют $E_{л} = \sqrt{3} E_{\Phi} = 660$ В.

Провода линии электропередачи в примере не обладают сопротивлением, поэтому действующие значения фазных напряжений приемника, соединенного треугольником $U_{\Phi} = E_{л} = 660$ В. Т.о., показание вольтметра, включенного в фазу АВ приемника, составляет 660 В.

3. Действующие значения тока в фазе АВ

$$I_{\Phi} = \frac{U_{\Phi}}{z_{\Phi}} = \frac{660}{50} = 13 \text{ А,}$$

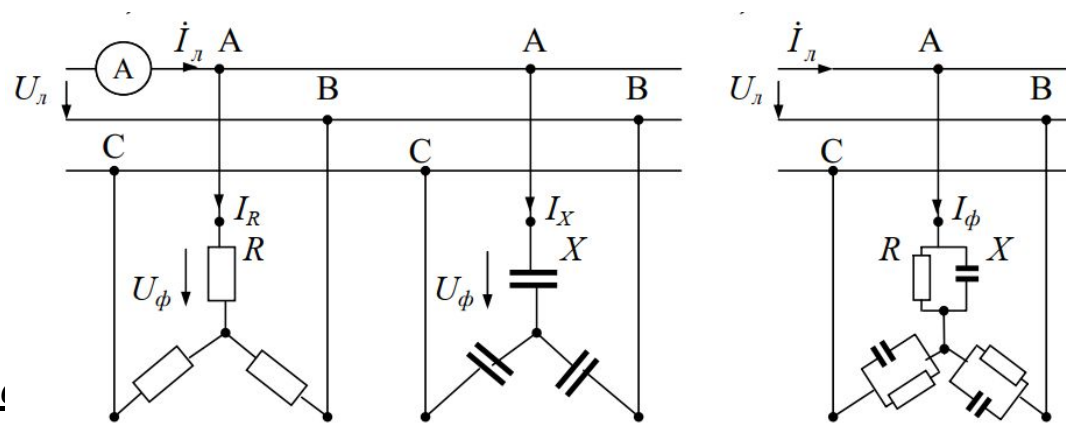
где $z_{\Phi} = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$ Ом.

4. Угол сдвига фаз ϕ между напряжением и током фазы АВ: $\phi = \arctg X/R = \arctg 40/30 = 53^{\circ}$. Т.к. цепь имеет индуктивный характер) ток I_{AB} в фазе АВ отстаёт от приложенного напряжения U_{AB} .

5. Действующие значения напряжений и токов в фазах ВС и СА приемника такие же, как и в фазе АВ, но их векторы сдвинуты относительно векторов фазы АВ на 120° : в фазе ВС на 120° по часовой стрелке, а в фазе СА на 120° против часовой стрелки.

6. При симметричном режиме работы трехфазной цепи действующие значения линейных токов в $\sqrt{3}$ раз больше действующих значений фазных токов, поэтому $I_{л} = \sqrt{3} I_{\Phi} = \sqrt{3} \cdot 13 = 25$ А. Следовательно, показание амперметра, включённого в любой линейный провод, составляет 25 А.

Пример 7.4. Два симметричных трехфазных приемника, каждый из которых соединён звездой, включены в трехфазную цепь с действующим значением линейного напряжения $U_{л} = 415$ В. Параметры приемников известны: $R = 6$ Ом; $X_c = 8$ Ом.
Определить показание электромагнитного амперметра, включённого в один из линейных проводов цепи



Решение. 1. Между нейтральными точками симметричных приемников нет напряжения, поэтому можно считать, что эти приемники включены между собой параллельно, и объединить их в один эквивалентный приёмник (рис. справа).

2. Фазные напряжения трехфазного приемника

$$U_{\phi} = U_{л} / \sqrt{3} = 415 / \sqrt{3} = 240 \text{ В.}$$

3. Ток в каждой фазе эквивалентного приемника состоит из суммы токов в его активном () и реактивном () сопротивлениях, включенных параллельно между собой. В соответствии с законом Ома для цепи синусоидального тока имеем

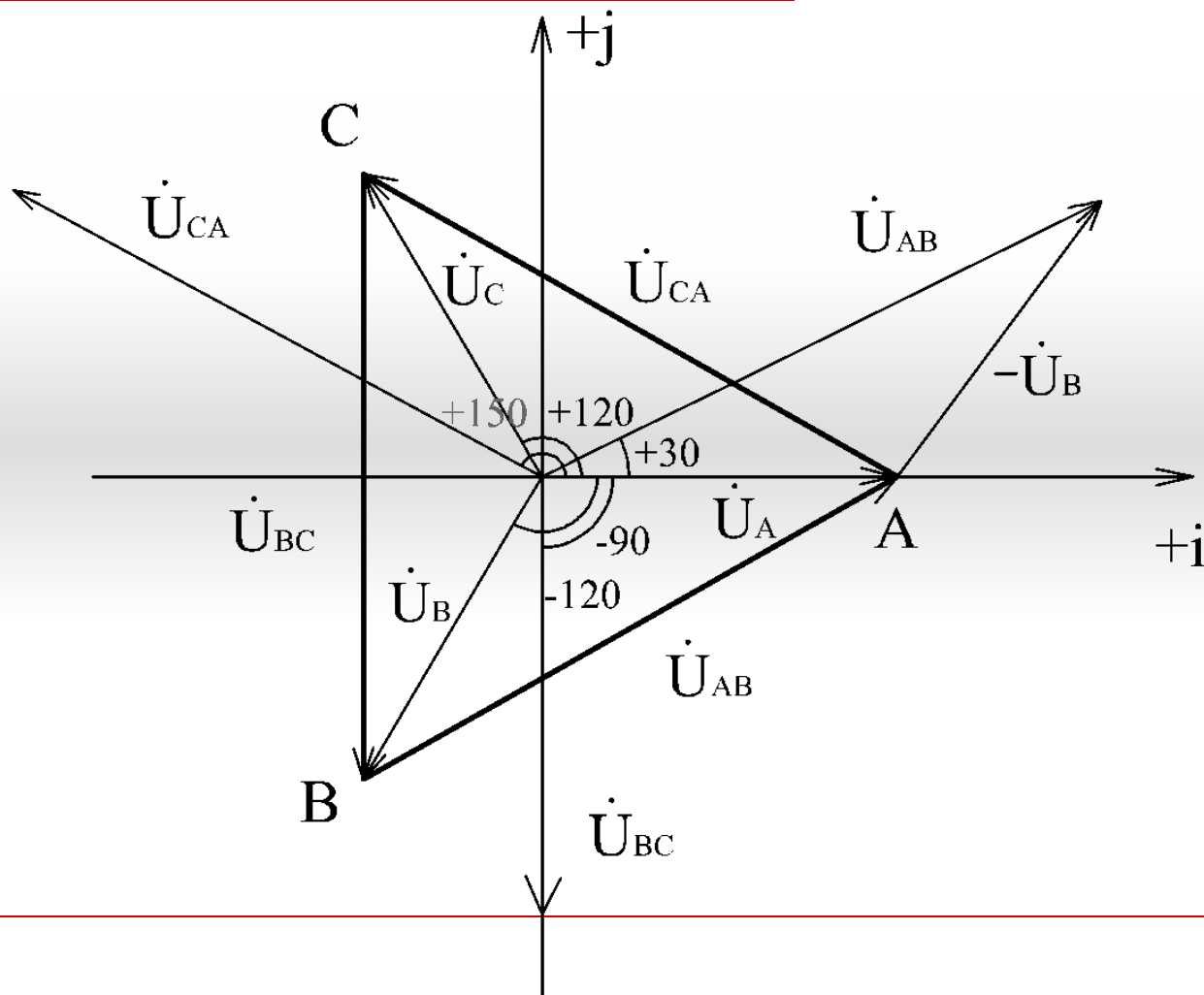
$$I_R = \frac{U_{\phi}}{R} = \frac{240}{6} = 40 \text{ А; } I_X = \frac{240}{8} = 30 \text{ А.}$$

4. Действующее значение общего тока в каждой фазе трехфазного приемника составляет:

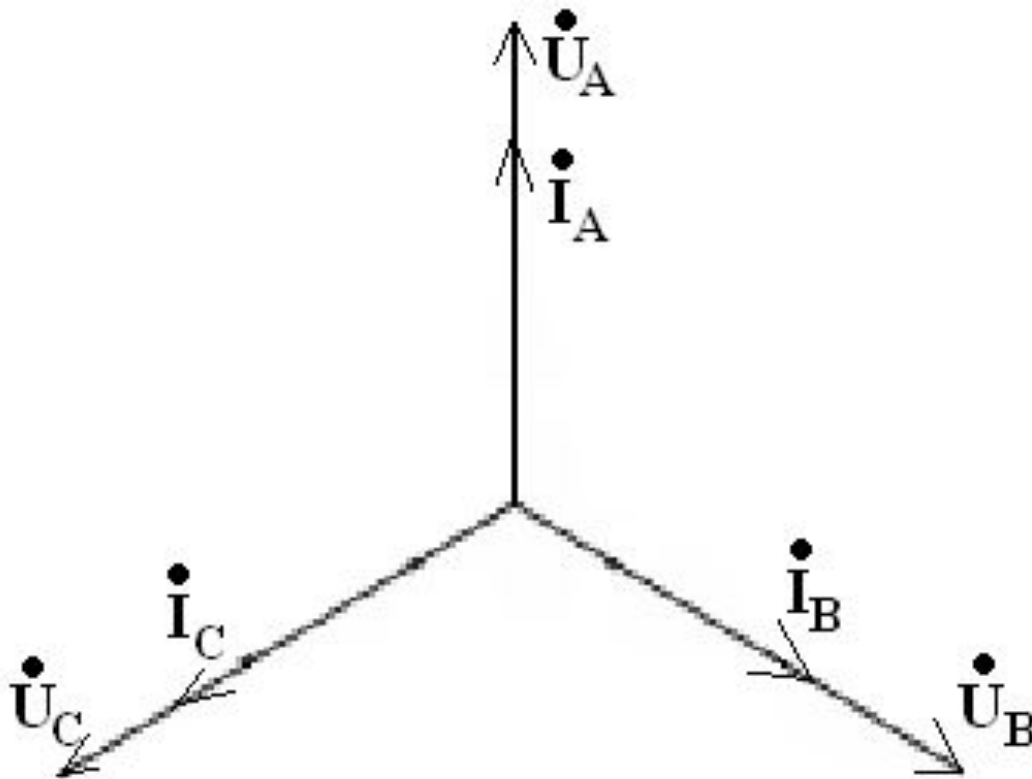
$$I_{\phi} = \sqrt{I_R^2 + I_X^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50$$

Это значение тока и является показанием амперметра, включенного в любой линейный провод, так как при соединении приемника звездой $I_{\phi} = I_{л}$.

Общее правило построения векторных диаграмм



Симметричная нагрузка



Без нейтрального провода

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c$$

$$I_a = I_b = I_c$$

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$

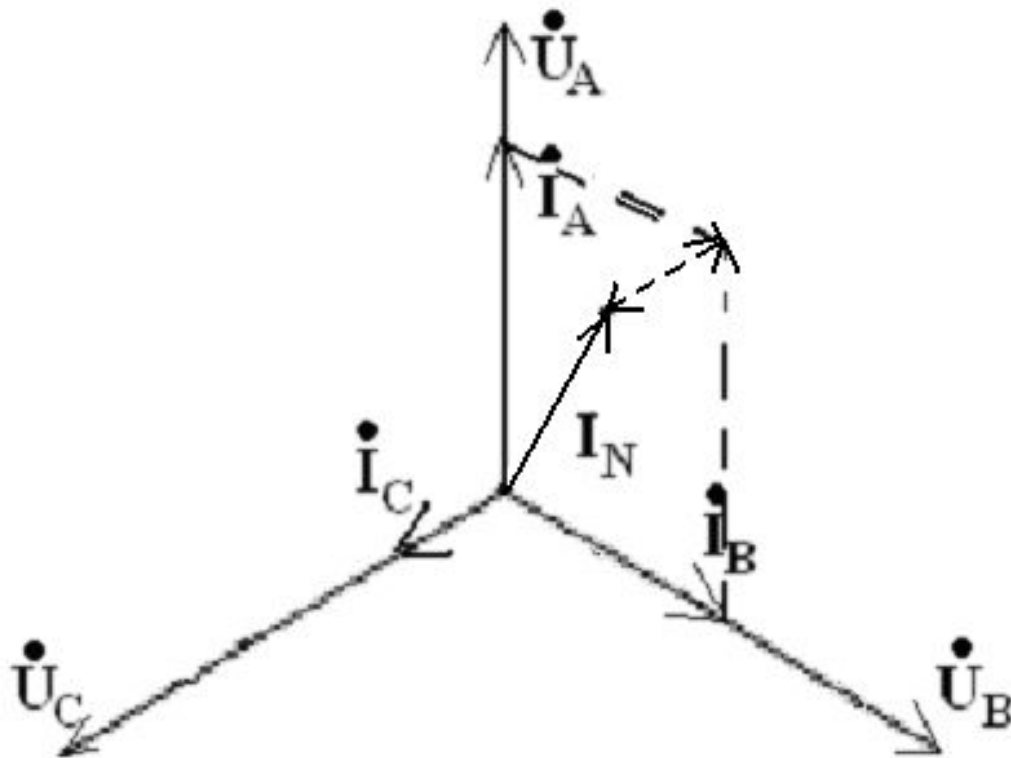
С нейтральным проводом

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c$$

$$I_a = I_b = I_c$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$

Несимметричная нагрузка с нейтральным проводом



$$\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$$

$$\dot{I}_a \neq \dot{I}_b \neq \dot{I}_c$$

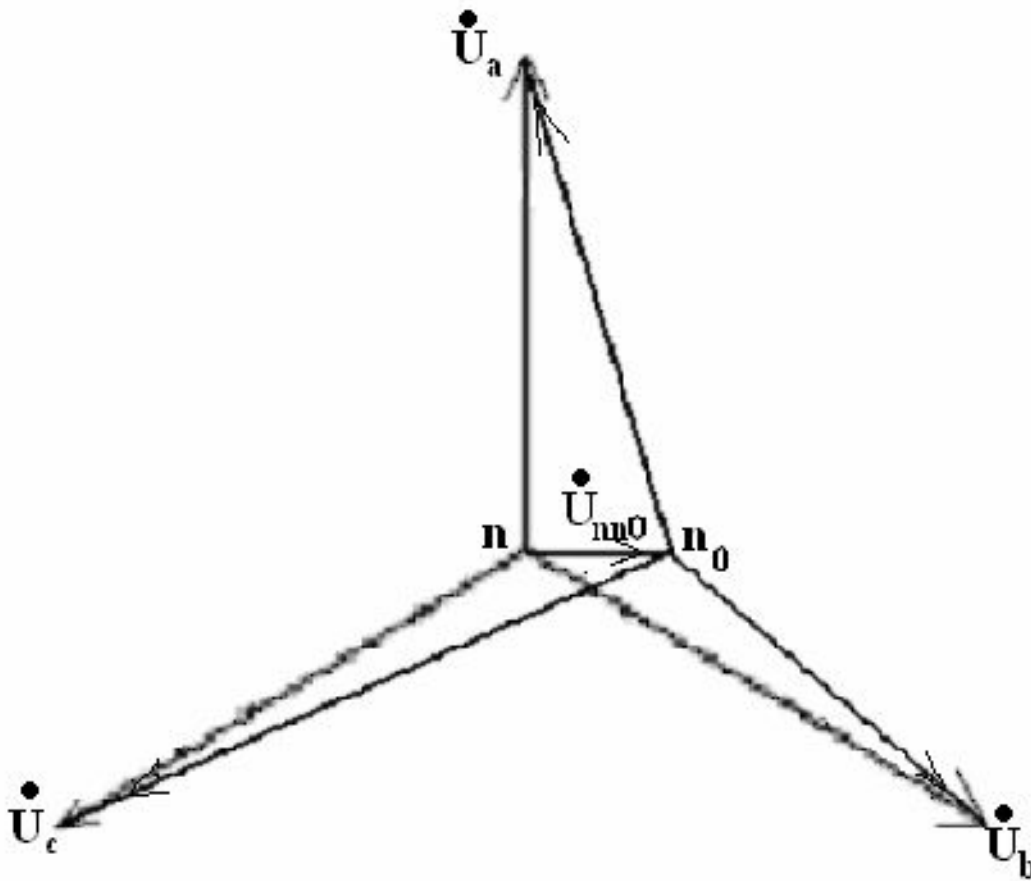
$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c \neq 0$$

Несимметричная нагрузка без нейтрального провода

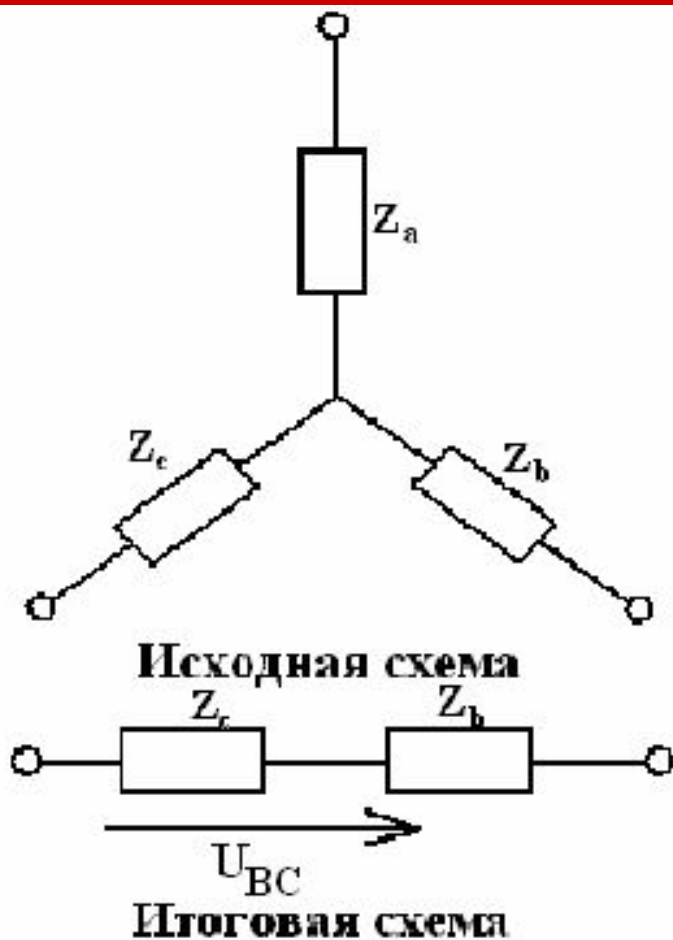
$$\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$$

$$\dot{I}_a \neq \dot{I}_b \neq \dot{I}_c$$

Получаем
несимметричную систему
фазных напряжений.
Определяем напряжение
смещения нейтрали \dot{U}_{nn0} .

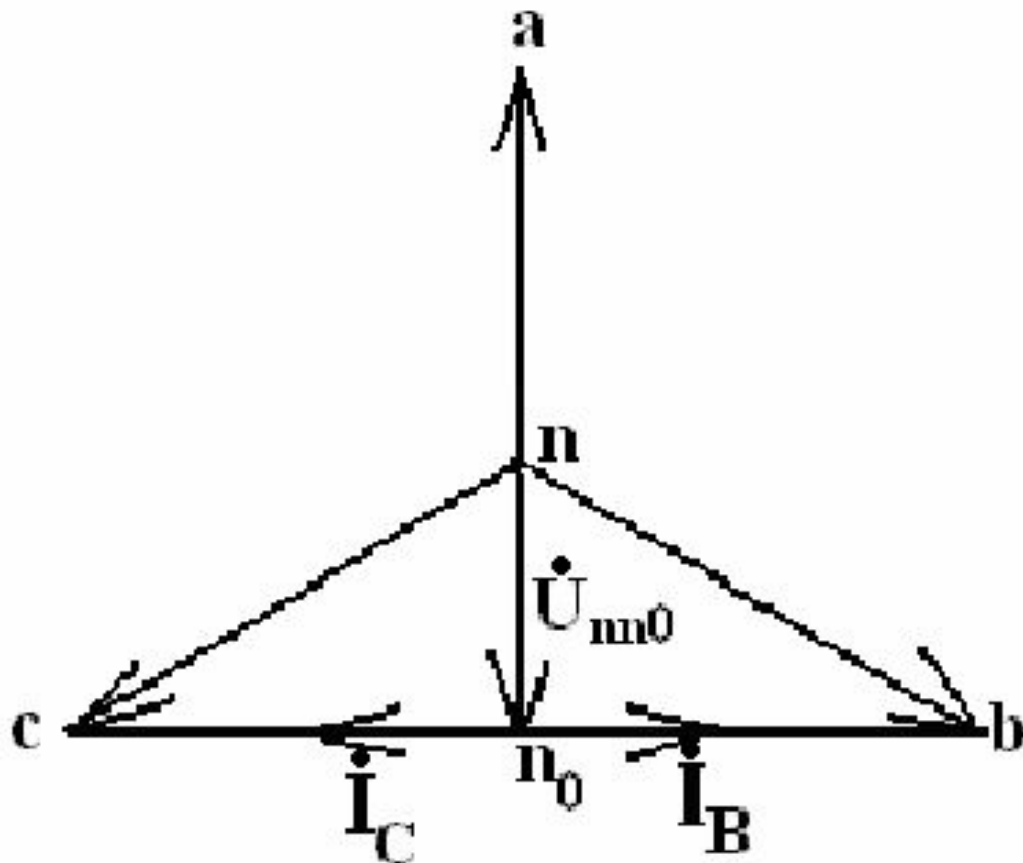


Обрыв фазы в трехфазной системе



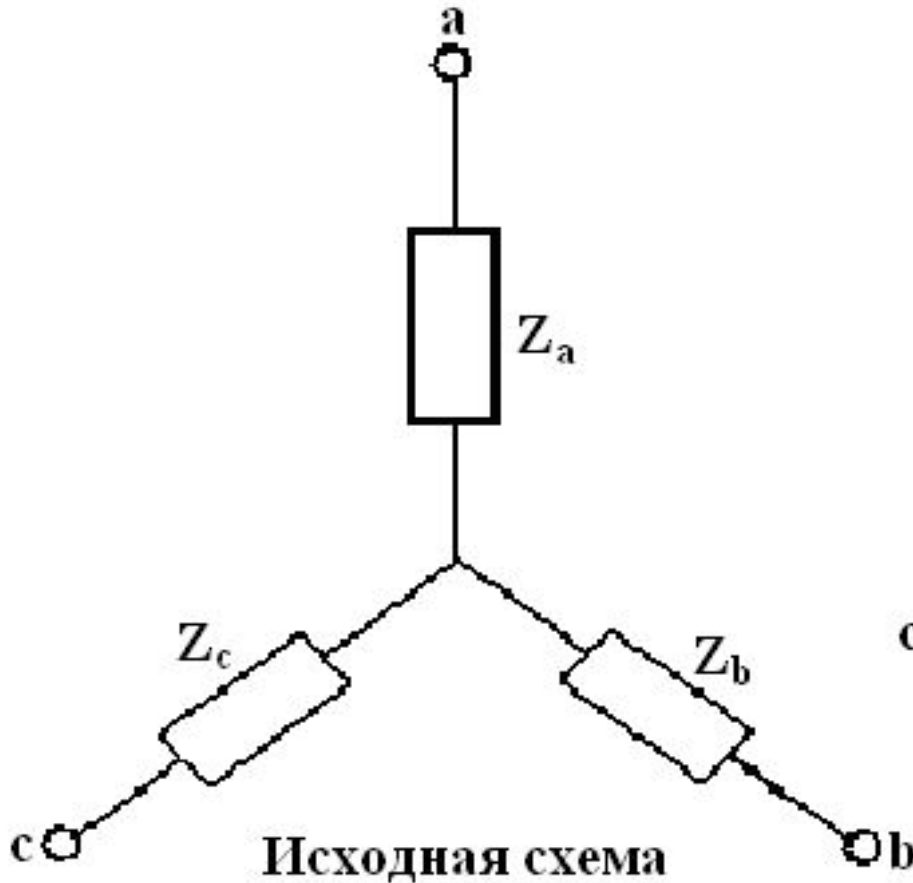
Исходная схема превращается в два последовательно соединенных элемента попадающих под линейное напряжение

Обрыв фазы в трехфазной системе

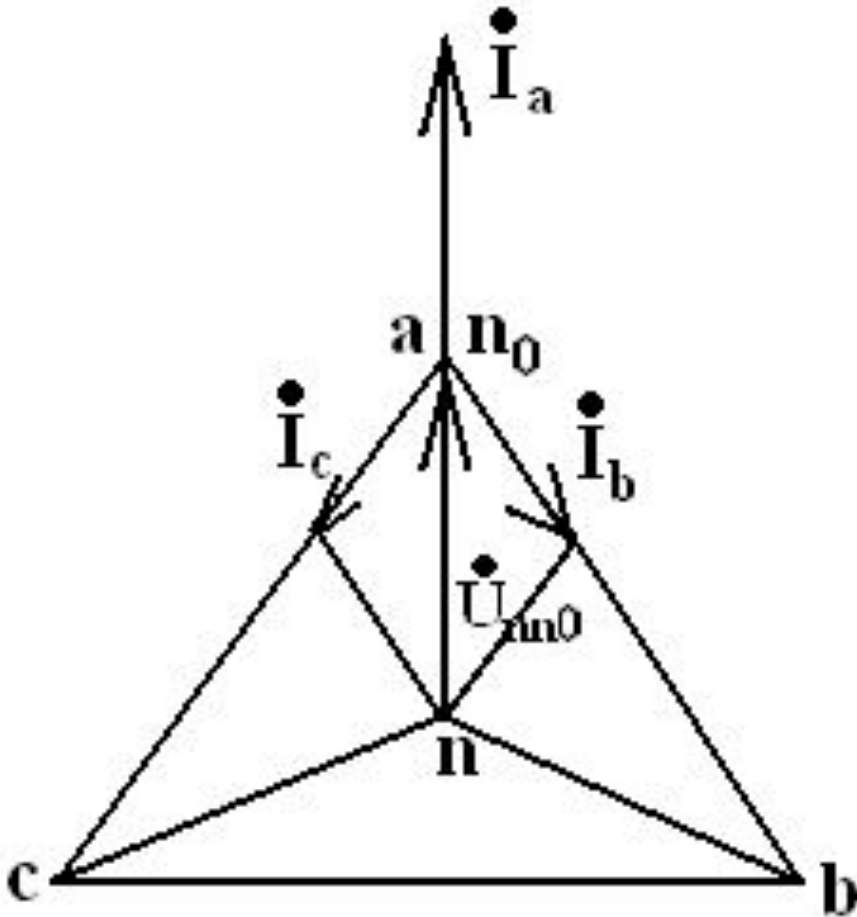


Определяем токи в фазах и напряжение смещения нейтрали

Короткое замыкание в фазе трехфазной системы

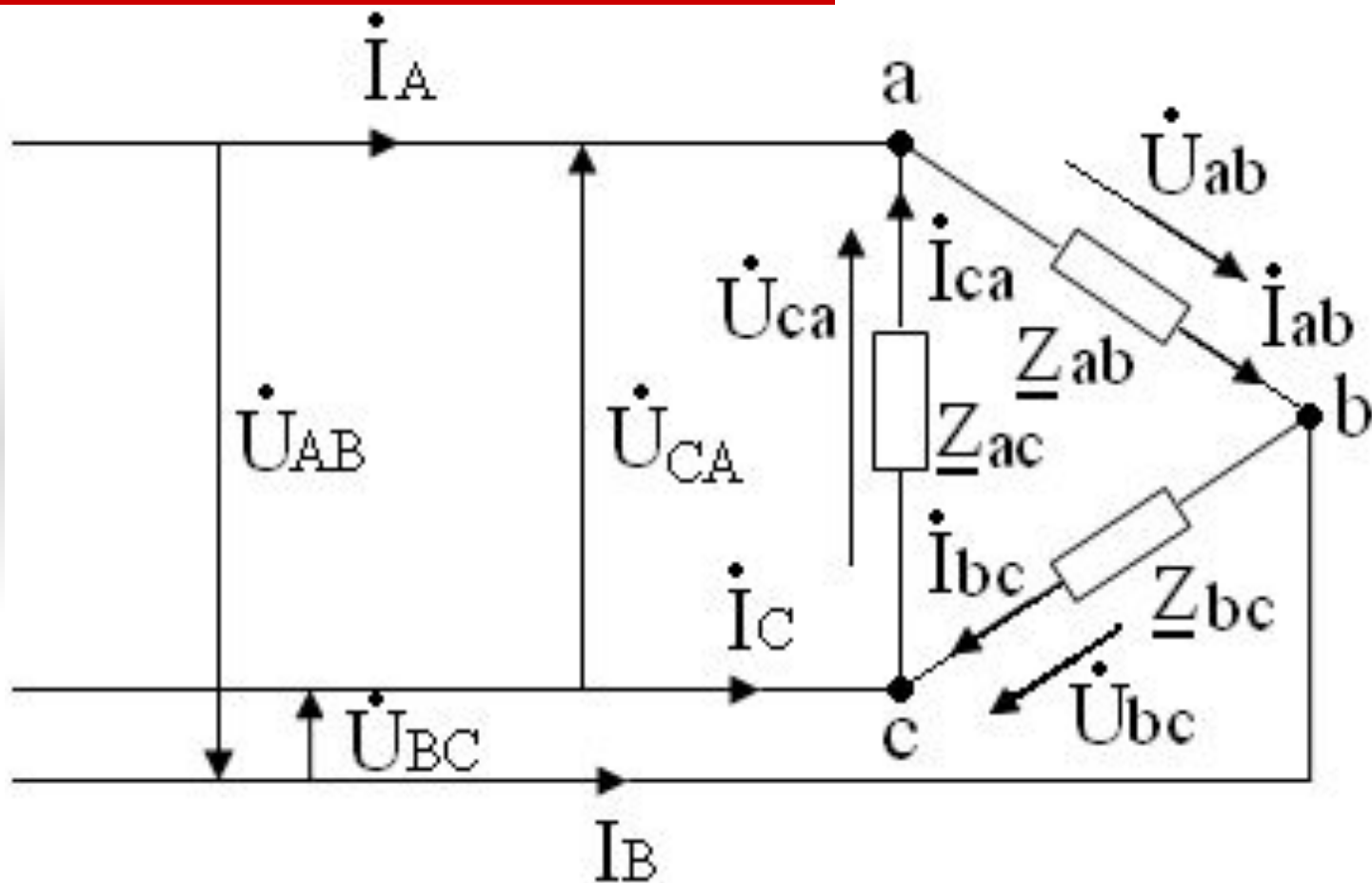


Короткое замыкание в фазе трехфазной системы



Определяем ток в фазе с коротким замыканием и напряжение смещения нейтрали

Соединение фаз приемника треугольником



Соединение фаз приемника треугольником

Фазные напряжения
приемника равны
соответствующим
линейным напряжениям
источника питания

$$\begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \\ U_{ab} = U \\ \quad \quad \quad \bullet \\ \quad \quad \quad AB \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \\ U_{bc} = U \\ \quad \quad \quad \bullet \\ \quad \quad \quad BC \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \\ U_{ca} = U \\ \quad \quad \quad \bullet \\ \quad \quad \quad CA \end{array}$$

$$U_L = U_\Phi$$

Линейные токи определяются
по фазным токам по первому
закону Кирхгофа

$$\begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ I \\ A = I_{ab} - I_{ca} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ I \\ B = I_{bc} - I_{ab} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ I \\ C = I_{ca} - I_{bc} \end{array}$$

$$I_L = \sqrt{3} I_\Phi$$

$$\begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ I_A + I_B + I_C = 0 \end{array}$$

Мощность трехфазной цепи при несимметричной нагрузке

Активная мощность:

$$\text{Y} \quad P = P_a + P_b + P_c$$

$$\Delta \quad P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}$$

$$P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = R_\phi I_\phi^2$$

Реактивная мощность:

$$\text{Y} \quad Q = Q_a + Q_b + Q_c$$

$$\Delta \quad Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca}$$

$$Q_\phi = U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi = X_\phi I_\phi^2$$

Модуль полной мощности трехфазной цепи:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Мощность трехфазной цепи при симметричной нагрузке

$$P = 3P_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \cos \varphi_{\phi}$$

$$Q = 3Q_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \sin \varphi_{\phi}$$

$$S = 3S_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi}$$

Мощность трехфазной цепи при симметричной нагрузке

Соединение по схеме звезда:

$$U_{\phi} = \frac{U_{Л}}{\sqrt{3}} \quad I_{\phi} = I_{Л}$$

$$P = 3 \left(\frac{U_{Л}}{\sqrt{3}} \right) I_{Л} \cdot \cos \varphi_{\phi} = \\ = \sqrt{3} U_{Л} I_{Л} \cos \varphi_{\phi}$$

Соединение по схеме треугольник:

$$U_{\phi} = U_{Л} \quad I_{л} = I_{\phi} \sqrt{3}$$

$$P = 3 U_{Л} \left(\frac{I_{Л}}{\sqrt{3}} \right) \cdot \cos \varphi_{\phi} = \\ = \sqrt{3} U_{Л} I_{Л} \cos \varphi_{\phi}$$

При симметричной нагрузке формулы мощности независимо от схемы соединения приемников одинаковы.

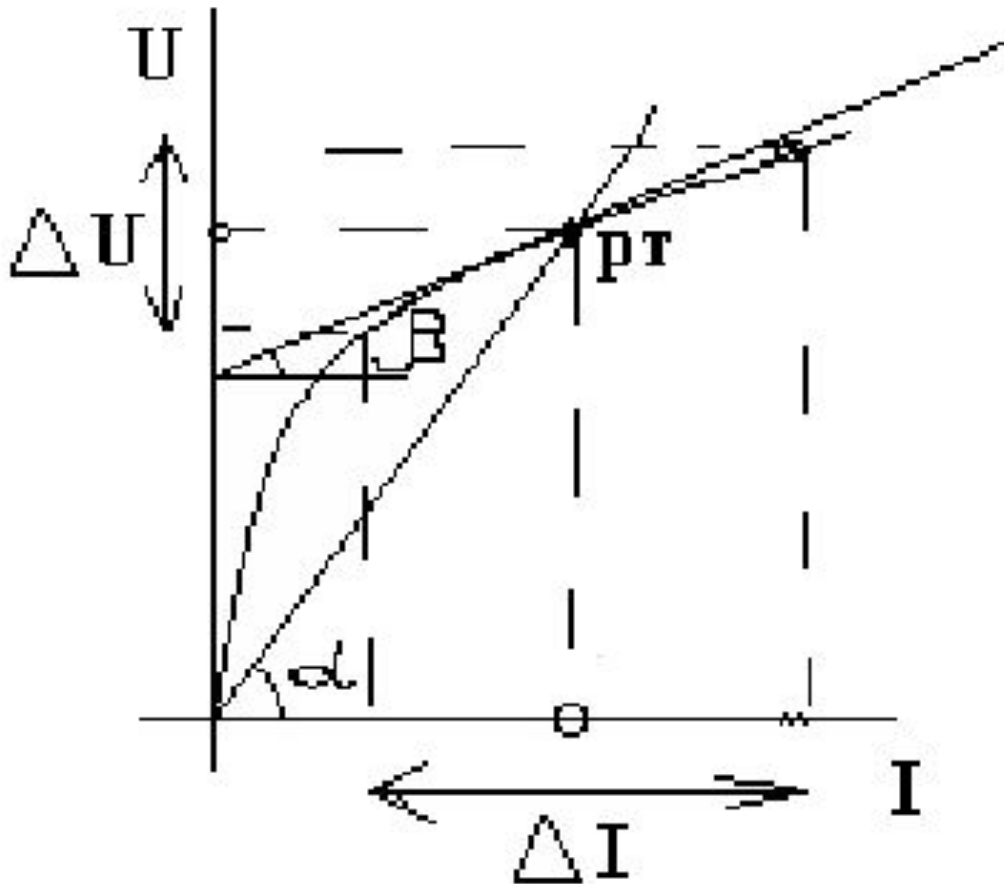
Среднее за период значение мощности:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C$$

Нелинейные элементы

- Полупроводниковые диоды
 - Стабилитроны
 - Термисторы
 - Транзисторы
 - Тиристоры
 - и т.д.
-

Анализ и расчет нелинейных элементов и цепей

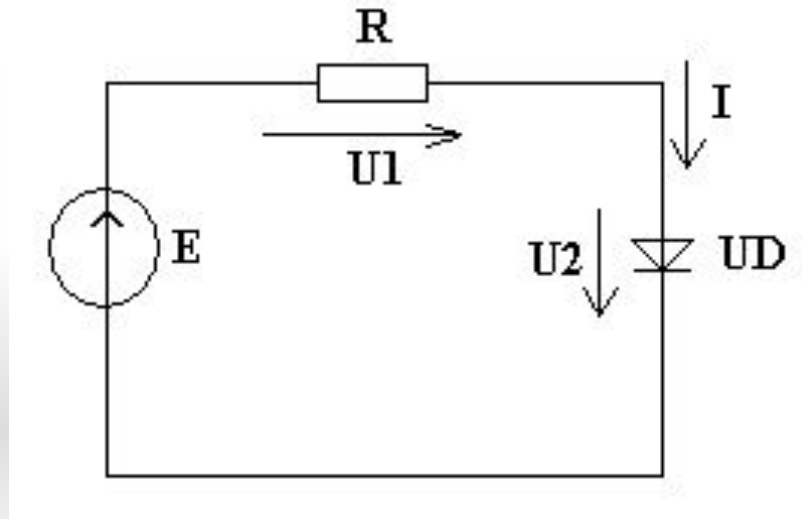


$$R_{cm} = \frac{U}{I} = m_R \operatorname{tg} \alpha$$

$$m_R = \frac{m_U}{m_I}$$

$$R_{диф} = \frac{dU}{dI} = m_R \operatorname{tg} \beta$$

Анализ и расчет нелинейных элементов и цепей



$$U_2 = E - RI$$

Холостой ход:

$$I = 0 \quad U_2 = E$$

Короткое замыкание:

$$U_2 = 0 \quad I_{кз} = \frac{E}{R}$$

Анализ и расчет нелинейных элементов и цепей

