

Электротехника и электроника

Трёхфазные электрические цепи синусоидального тока

Трёхфазная система электроснабжения

Трёхфазная цепь — это совокупность трёхфазной системы ЭДС, трёхфазной нагрузки (нагрузок) и соединительных проводов.

Трёхфазной системой ЭДС (напряжений) наз. систему из трёх однофазных электрических цепей, в которых действуют три синусоидальные ЭДС одной и той же частоты, равные по амплитуде и сдвинутые по фазе относительно друг друга на угол $2\pi/3$ (120°).

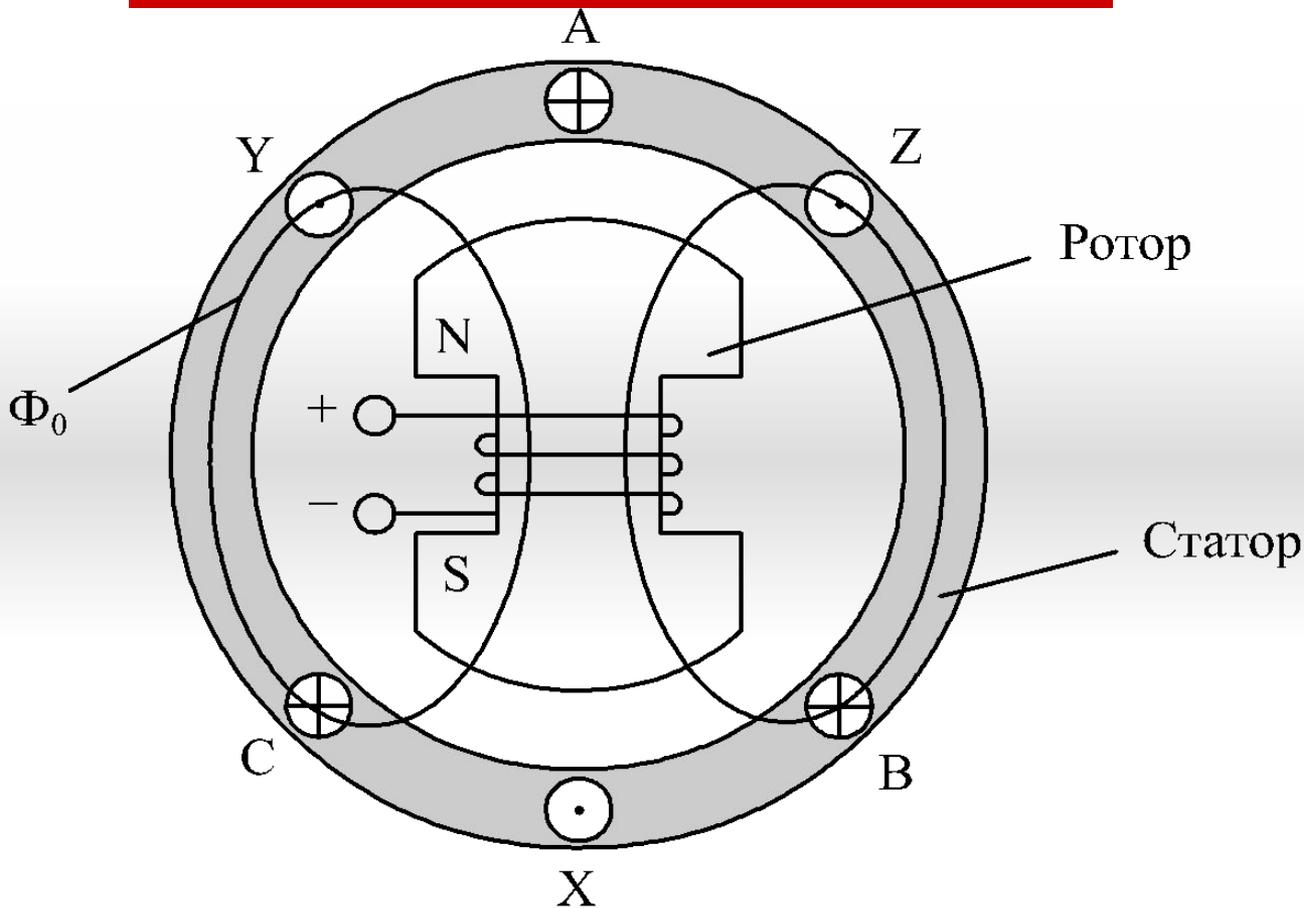
Преимущества генерирования, передачи и преобразования электрической энергии в трёхфазных цепях по сравнению с однофазными цепями заключаются в следующем:

1. меньший расход меди в проводах и стали в одном трёхфазном трансформаторе по сравнению с расходом материалов в трёх однофазных трансформаторах;
2. простота получения вращающегося магнитного поля в электродвигателях переменного тока и меньшие пульсации момента на валу трёхфазных генераторов и двигателей;
3. элементы системы — трёхфазный синхронный генератор, трёхфазный асинхронный двигатель и трёхфазный трансформатор — просты в производстве, экономичны и надёжны в работе.
4. Напряжение двум номиналов.

Под фазой трёхфазной цепи понимают участок цепи, по которой протекает одинаковый ток. Под фазой будем также понимать аргумент ($\omega t - Y$) синусоидальной функции. Т.е., в зависимости от рассматриваемого вопроса фаза — это либо участок трёхфазной цепи, либо аргумент синусоидальной функции.

В трёхфазной цепи различают фазы A , B и C генератора — источника напряжения (ИН) и фазы a , b и c приёмника. Обозначают (окрашивают) их соответственно в жёлтый (фаза A), зелёный (фаза B) и красный (фаза C) цвета. Концы обмоток фаз ИН X , Y и Z соединяют в общую точку N (реже обозначают эту точку символом 0 (ноль)) и называют ее *нейтралью* трёхфазного генератора.

Получение трехфазной системы ЭДС



- Основные элементы трехфазной цепи:**
1. Трёхфазный генератор
 2. Линии передачи
 3. Приёмники

- Основные элементы генератора:**
1. Неподвижный статор (состоит из трёх обмоток).
 2. Вращающийся ротор (электромагнит)

A, B, C – начала фаз

X, Y, Z – концы фаз

Трёхфазная цепь, связанная звездой.

1. Токи линейных проводов, не разветвляясь, попадают в фазы приёмников, поэтому фазные токи равны токам в линейных проводах:

$$\dot{I}_\phi = \dot{I}_л.$$

2. Ток в нейтральном проводе равен алгебраической сумме комплексных токов всех трех фаз. Согласно 1-му закону Кирхгофа для нейтральной точки приёмника (n) имеем

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_N.$$

При отсутствии или обрыве нейтрального провода

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

Зная два линейных тока, можно легко найти третий.

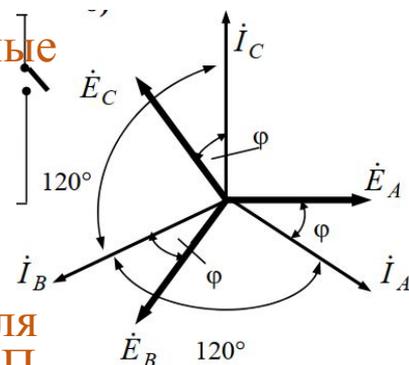
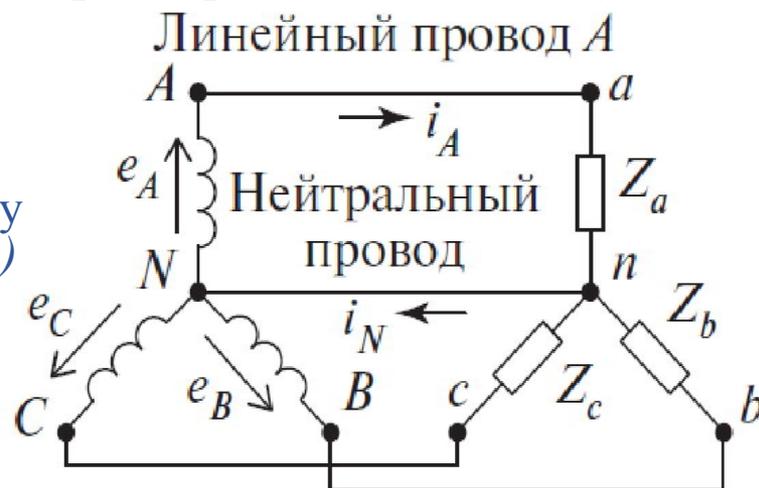
3. Если генератор вырабатывает симметричную систему фазных ЭДС и комплексные сопротивления всех трех фаз цепи равны ($Z_A = Z_B = Z_C = Z_\phi = R \pm jX$), комплексные токи, определяемые по закону Ома, имеют одинаковые действующие значения, сдвинуты друг относительно друга по фазе на 120° и образуют симметричную систему фазных токов:

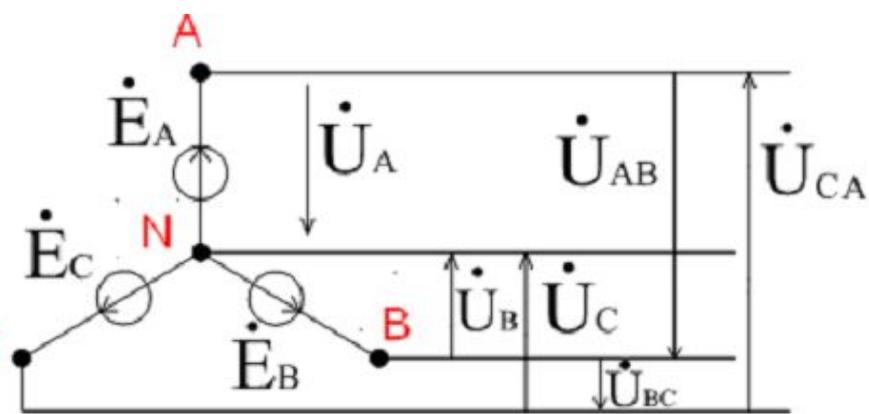
$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$. Т.е. ток в нейтральном проводе отсутствует и он не нужен.

Этот режим работы приёмники (трёхфазные двигатели, нагревательные печи и др.), имеющие три одинаковые обмотки и не нуждаются в нейтральном проводе. В этом режиме работают *симметричные* трехфазные (борьбы) при соединении их звездой используют нейтральный провод для поддержания одинакового напряжения на всех трех фазах цепи.

Однофазные приемники (лампы освещения, бытовые приборы и др.) при соединении их звездой требуют наличия нейтрального провода для поддержания одинакового напряжения на всех трех фазах цепи.

Трёхфазные цепи, связанные звездой, используют в электроэнергетике для передачи энергии на большие расстояния. Возможная несимметрия в ЛЭП компенсируется нейтральным проводом, в качестве которого используется земля (система TN с заземлённой нейтралью)





$$e_A = E_m \sin \omega t$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

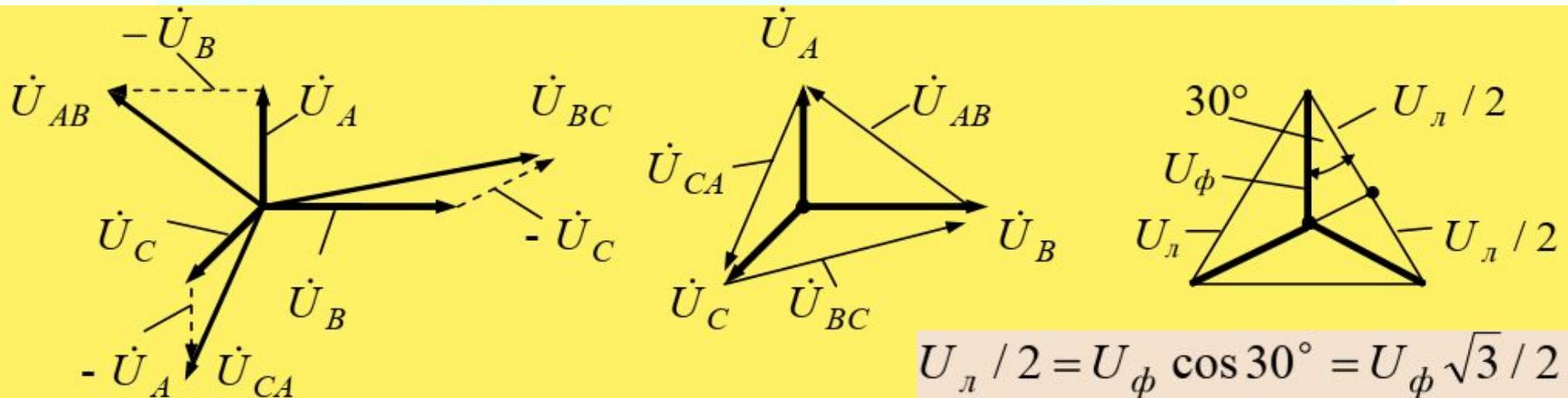
$$I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}$$

Различают фазные и линейные напряжения. Фазные напряжения (U_A, U_B, U_C) действуют между началом и концом каждой фазы. Их направление соотв. направлению фазных токов цепи - от начала фазы к ее концу (к нейтральной точке n).

Линейные напряжения (U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}) действуют между линейными проводами.

Согласно второму закону Кирхгофа для каждого из трех контуров, образованных одним линейным и двумя фазными напряжениями, имеем

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A .$$



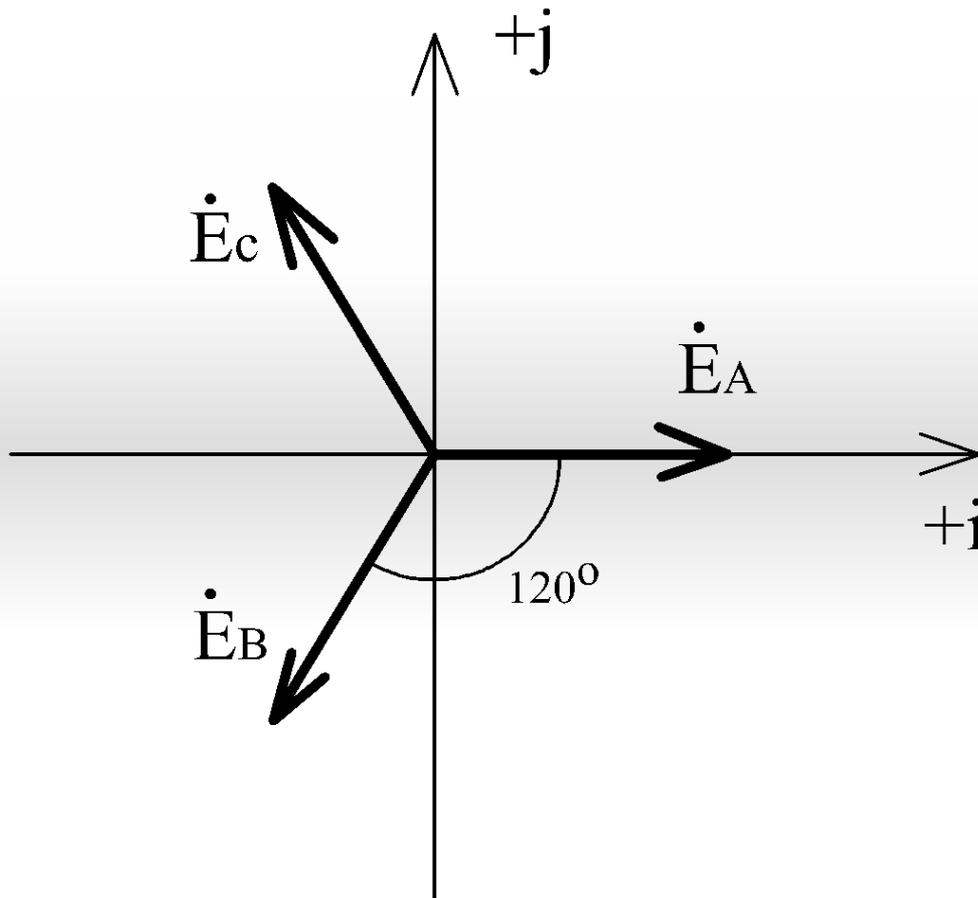
$$U_{\text{л}} / 2 = U_{\text{ф}} \cos 30^\circ = U_{\text{ф}} \sqrt{3} / 2 .$$

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\text{ф}} .$$

При соединении приемников звездой сумма всех трех комплексных линейных напряжений равна (второго закона Кирхгофа):

$$\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0 .$$

Векторная диаграмма симметричной системы ЭДС

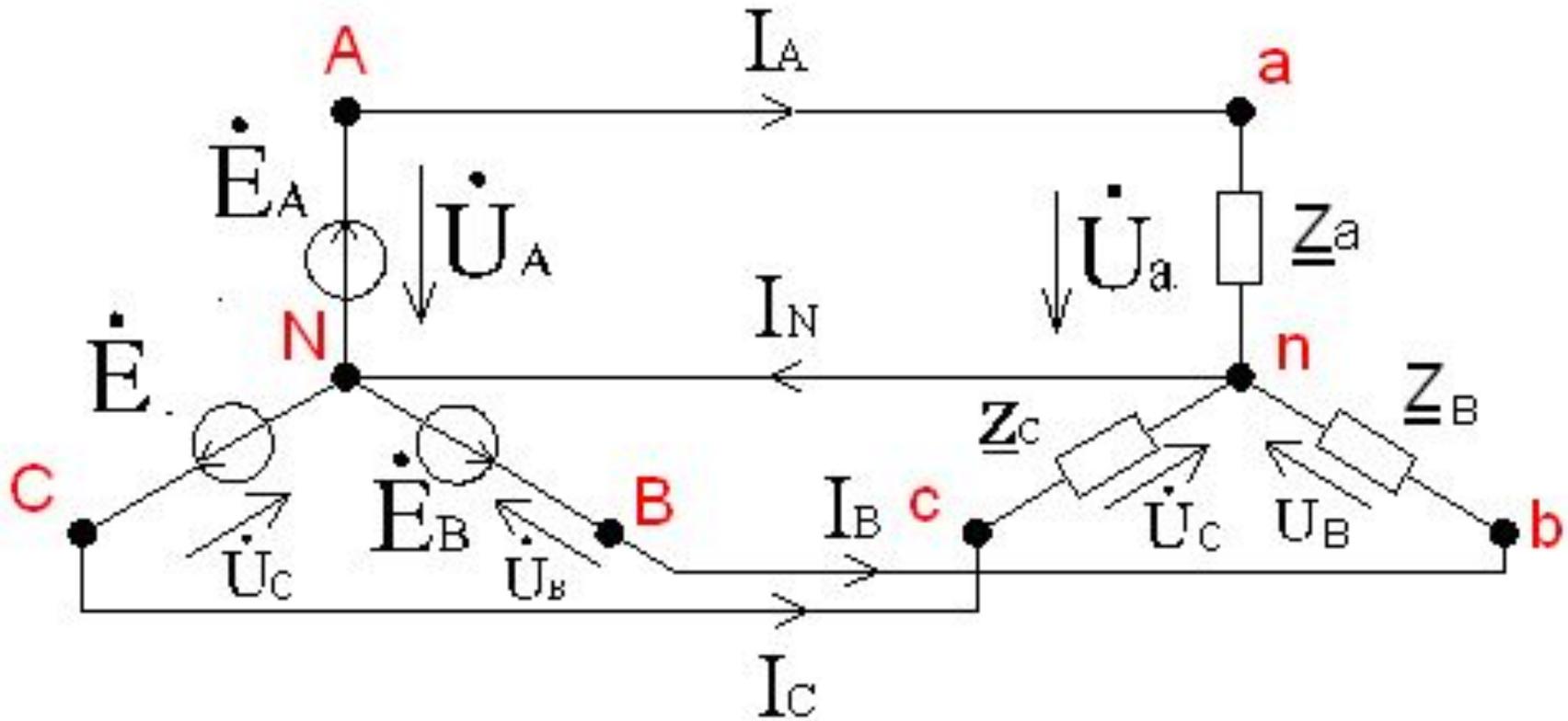


$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$$

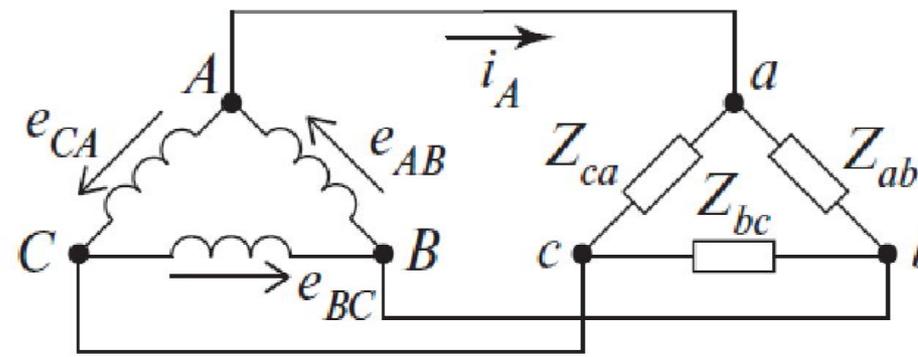
В распределительных устройствах шины различных фаз имеют различную окраску:

- жёлтый – фаза А
- зелёный – фаза В
- красный – фаза С
- синий – нейтральный провод

Соединение обмоток источника и фаз приёмника звездой



При связывании трёхфазной цепи **треугольником** конец обмотки фазы А генератора соединяется с началом обмотки В, конец обмотки В с началом обмотки С, конец обмотки С с началом обмотки А, образуя замкнутый контур. При этом у исправного генератора, не замкнутого на нагрузку (ХХ), в этом замкнутом контуре нет тока, так как сумма фазных ЭДС в этом контуре равна нулю.



Алгоритм соединения: **A-Y, B-Z, C-X**

Из начала фаз А, В и С генератора отходят три **линейных** провода к приёмникам энергии.

Особенности:

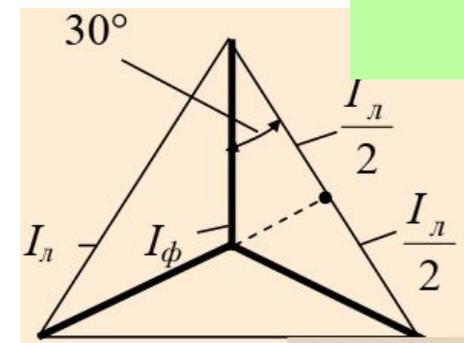
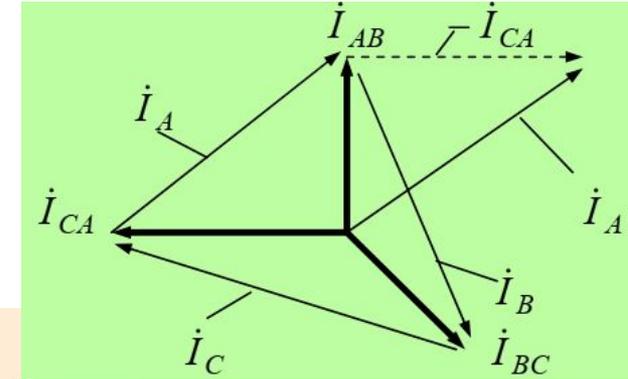
1. Напряжения между линейными проводами одновременно являются и фазными ($U_l = U_\phi$). При этом сумма комплексных линейных напряжений всех трех фаз (второй закон Кирхгофа) равна нулю: $U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} = 0$.

2. Сумма комплексных токов всех трех линейных проводов равна нулю: $I_A + I_B + I_C = 0$. Это легко доказать с помощью 1 закона Кирхгофа, преобразовав треугольник сопротивлений в эквивалентную звезду.

3. При связывании трехфазной цепи треугольником различают фазные (I_{AB}, I_{BC}, I_{CA}) и линейные (I_A, I_B, I_C) токи. Применяя первый закон Кирхгофа к узлам А, В и С трехфазного приёмника, получим:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}, I_B = I_{BC} - I_{AB}, I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

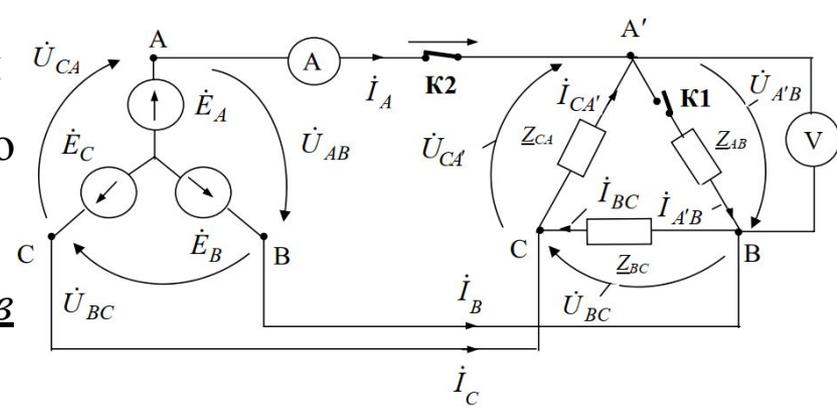
Соединение треугольником не применяется для передачи электромагнитной энергии на большие расстояния ввиду того, что токи в линейных проводах больше токов в фазах приёмников (в $\sqrt{3}$ раз при симметричном режиме работы) и это соединение менее экономично по сравнению с соединением звездой.



При симметрии системы векторов фазных токов

$$I_l = \sqrt{3} I_\phi$$

Пример. Три одинаковых нагрузочных сопротивлений $Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA} = Z_{\Phi} = (30 + j40)$ Ом соединены треугольником и подключены к трехфазному генератору, фазные обмотки которого объединены в звезду. Генератор вырабатывает симметричную систему фазных ЭДС с действующим значением $E_{\Phi} = 380$ В. Определить показания амперметра и вольтметра, включённых в цепь, построить векторную диаграмму токов и напряжений трехфазного приемника.



Решение

1. Цепь работает в симметричном режиме. Для решения задачи нужно рассчитать только одну ее фазу (например, фазу АВ приемника). Примем направления напряжений и токов

2. Действующие значения линейных ЭДС трехфазного генератора в $\sqrt{3}$ больше действующих значений его фазных ЭДС и составляют $E_{л} = \sqrt{3} E_{\Phi} = 660$ В.

Провода линии электропередачи в примере не обладают сопротивлением, поэтому действующие значения фазных напряжений приемника, соединенного треугольником $U_{\Phi} = E_{л} = 660$ В. Т.о., показание вольтметра, включенного в фазу АВ приемника, составляет 660 В.

3. Действующие значения тока в фазе АВ

$$I_{\Phi} = \frac{U_{\Phi}}{z_{\Phi}} = \frac{660}{50} = 13 \text{ А,}$$

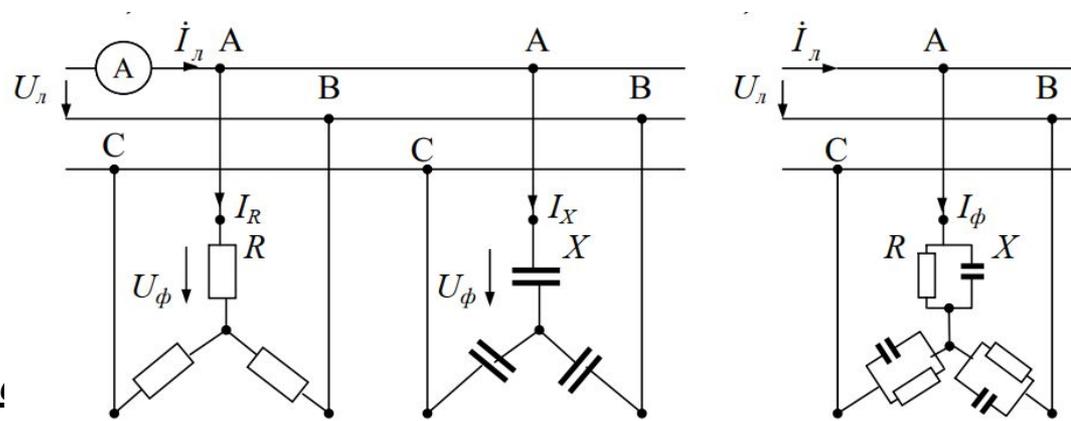
где $z_{\Phi} = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$ Ом.

4. Угол сдвига фаз ϕ между напряжением и током фазы АВ: $\phi = \arctg X/R = \arctg 40/30 = 53^{\circ}$. Т.к. цепь имеет индуктивный характер) ток I_{AB} в фазе АВ отстаёт от приложенного напряжения U_{AB} .

5. Действующие значения напряжений и токов в фазах ВС и СА приемника такие же, как и в фазе АВ, но их векторы сдвинуты относительно векторов фазы АВ на 120° : в фазе ВС на 120° по часовой стрелке, а в фазе СА на 120° против часовой стрелки.

6. При симметричном режиме работы трехфазной цепи действующие значения линейных токов в $\sqrt{3}$ раз больше действующих значений фазных токов, поэтому $I_{л} = \sqrt{3} I_{\Phi} = \sqrt{3} \cdot 13 = 25$ А. Следовательно, показание амперметра, включённого в любой линейный провод, составляет 25 А.

Пример 7.4. Два симметричных трехфазных приемника, каждый из которых соединён звездой, включены в трехфазную цепь с действующим значением линейного напряжения $U_{л} = 415$ В. Параметры приемников известны: $R = 6$ Ом; $X_c = 8$ Ом.
Определить показание электромагнитного амперметра, включённого в один из линейных проводов цепи



Решение. 1. Между нейтральными точками симметричных приемников нет напряжения, поэтому можно считать, что эти приемники включены между собой параллельно, и объединить их в один эквивалентный приёмник (рис. справа).

2. Фазные напряжения трехфазного приемника

$$U_{\phi} = U_{л} / \sqrt{3} = 415 / \sqrt{3} = 240 \text{ В.}$$

3. Ток в каждой фазе эквивалентного приемника состоит из суммы токов в его активном () и реактивном () сопротивлениях, включенных параллельно между собой. В соответствии с законом Ома для цепи синусоидального тока имеем

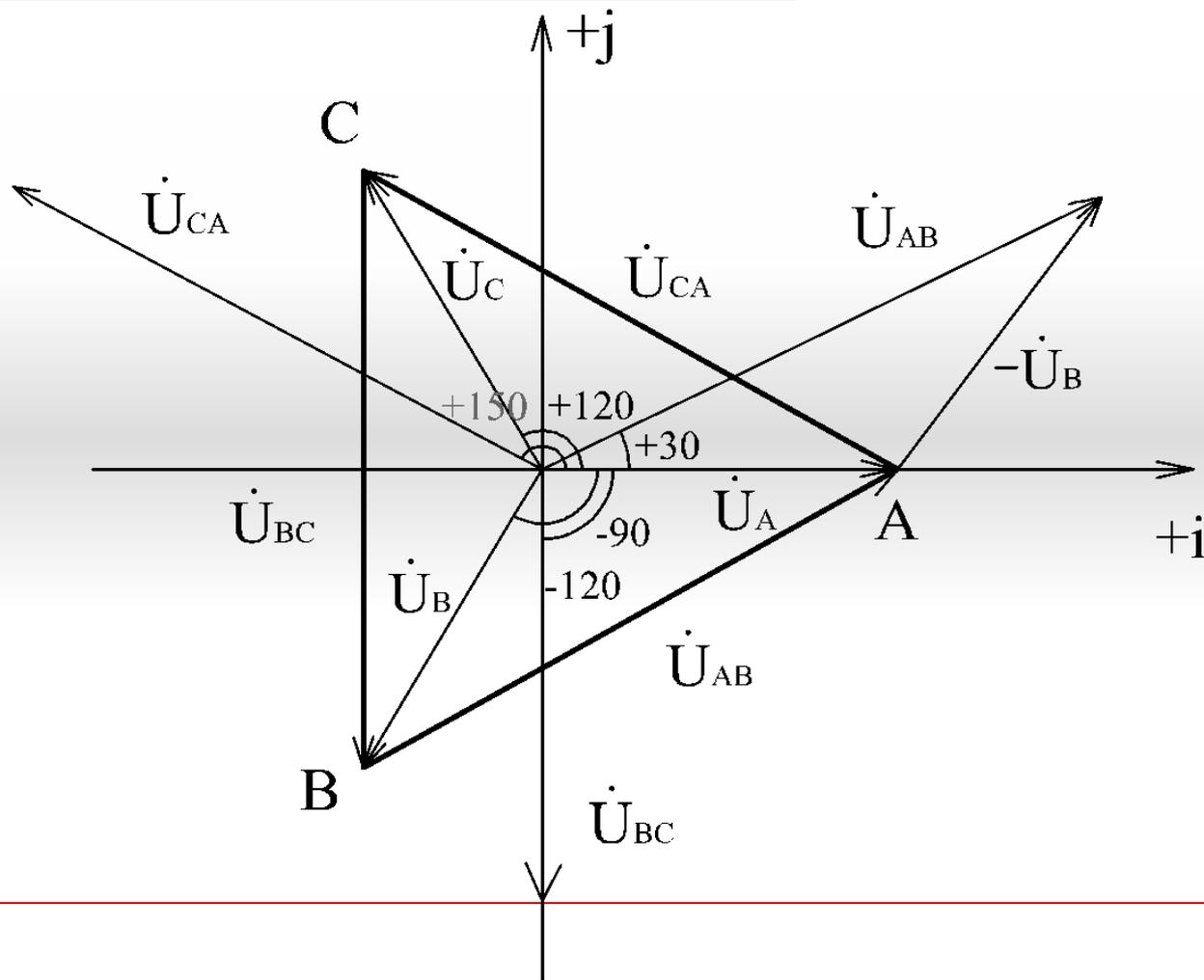
$$I_R = \frac{U_{\phi}}{R} = \frac{240}{6} = 40 \text{ А; } I_X = \frac{240}{8} = 30 \text{ А.}$$

4. Действующее значение общего тока в каждой фазе трехфазного приемника составляет:

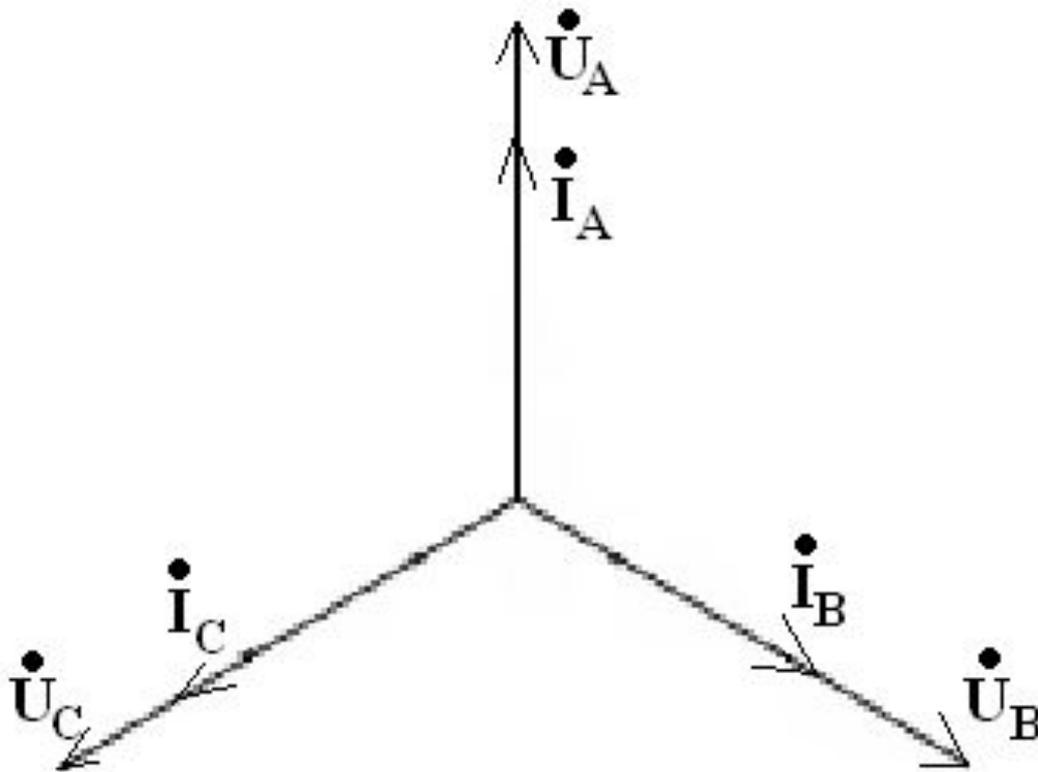
$$I_{\phi} = \sqrt{I_R^2 + I_X^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50$$

Это значение тока и является показанием амперметра, включенного в любой линейный провод, так как при соединении приемника звездой $I_{\phi} = I_{л}$.

Общее правило построения векторных диаграмм



Симметричная нагрузка



Без нейтрального провода

$$\underline{\dot{Z}}_a = \underline{\dot{Z}}_b = \underline{\dot{Z}}_c$$

$$I_a = I_b = I_c$$

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$

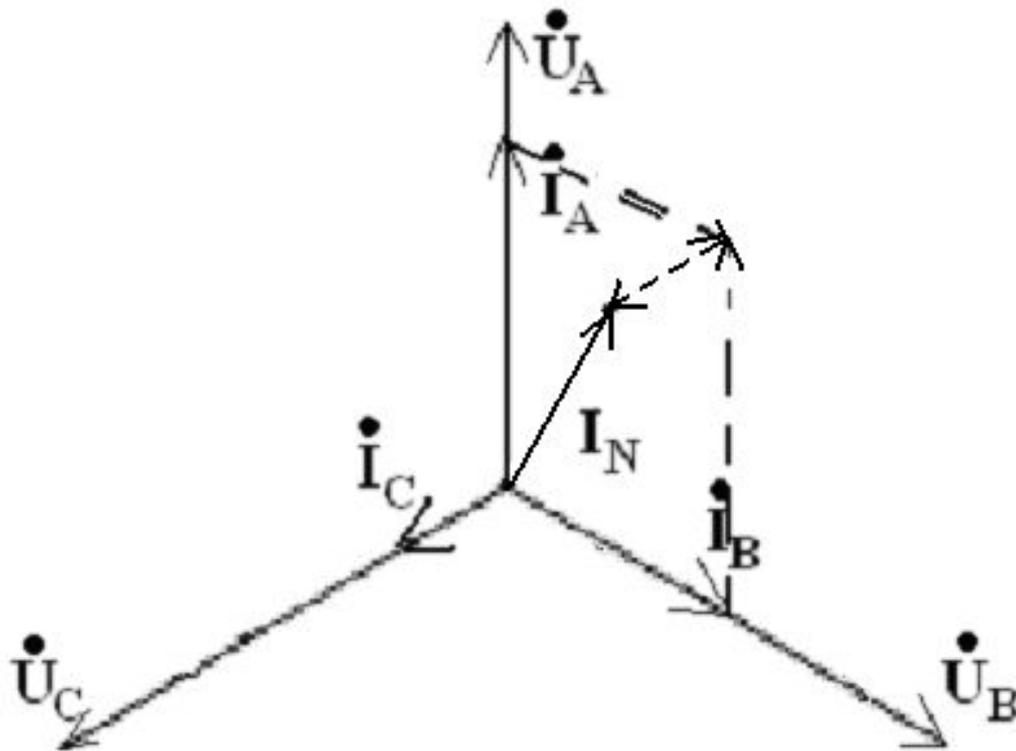
С нейтральным проводом

$$\underline{\dot{Z}}_a = \underline{\dot{Z}}_b = \underline{\dot{Z}}_c$$

$$I_a = I_b = I_c$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$

Несимметричная нагрузка с нейтральным проводом



$$\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$$

$$\dot{I}_a \neq \dot{I}_b \neq \dot{I}_c$$

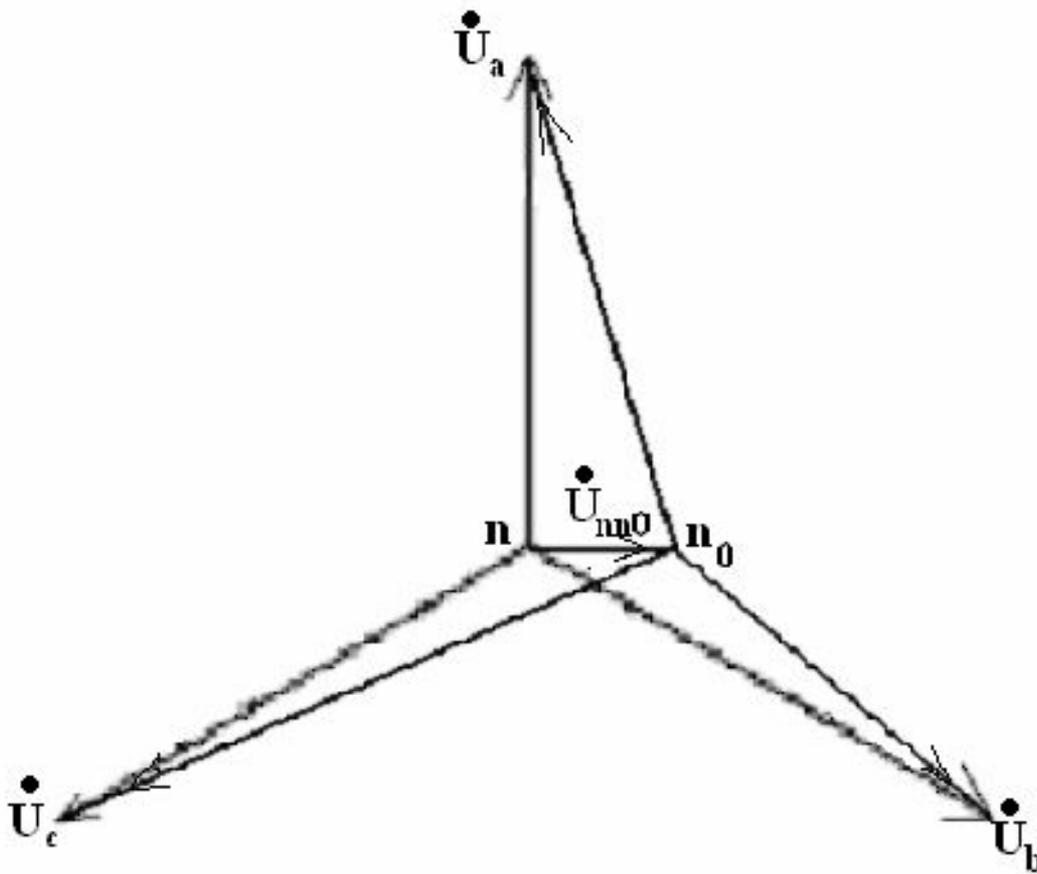
$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c \neq 0$$

Несимметричная нагрузка без нейтрального провода

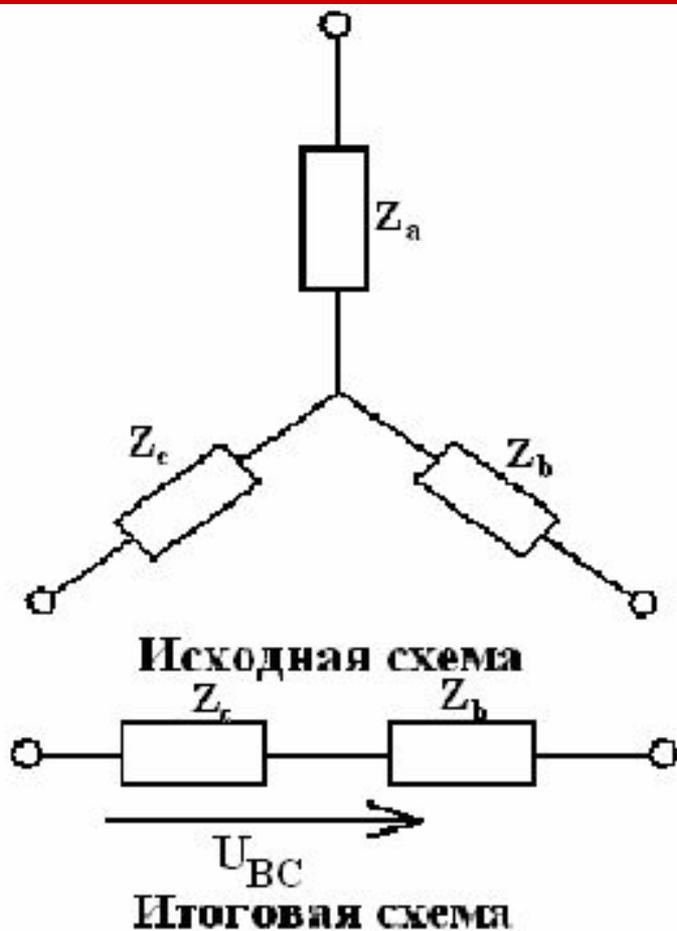
$$\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$$

$$\dot{I}_a \neq \dot{I}_b \neq \dot{I}_c$$

Получаем
несимметричную систему
фазных напряжений.
Определяем напряжение
смещения нейтрали \dot{U}_{nn0} .

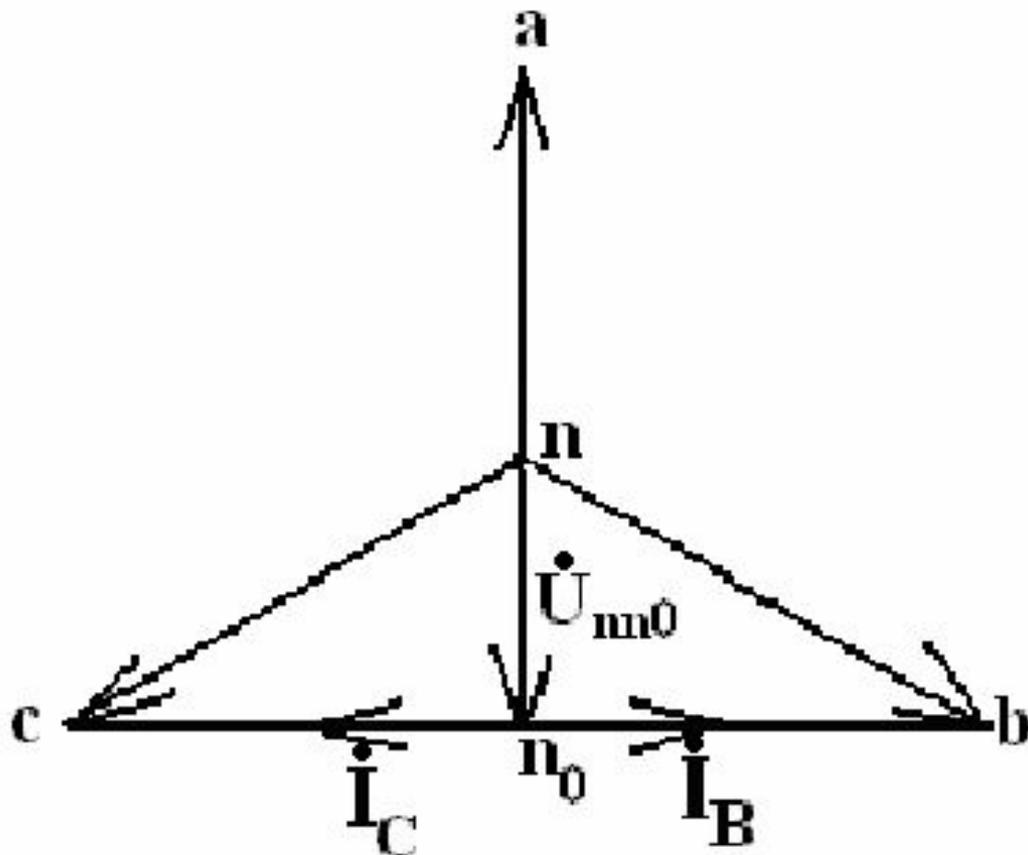


Обрыв фазы в трехфазной системе



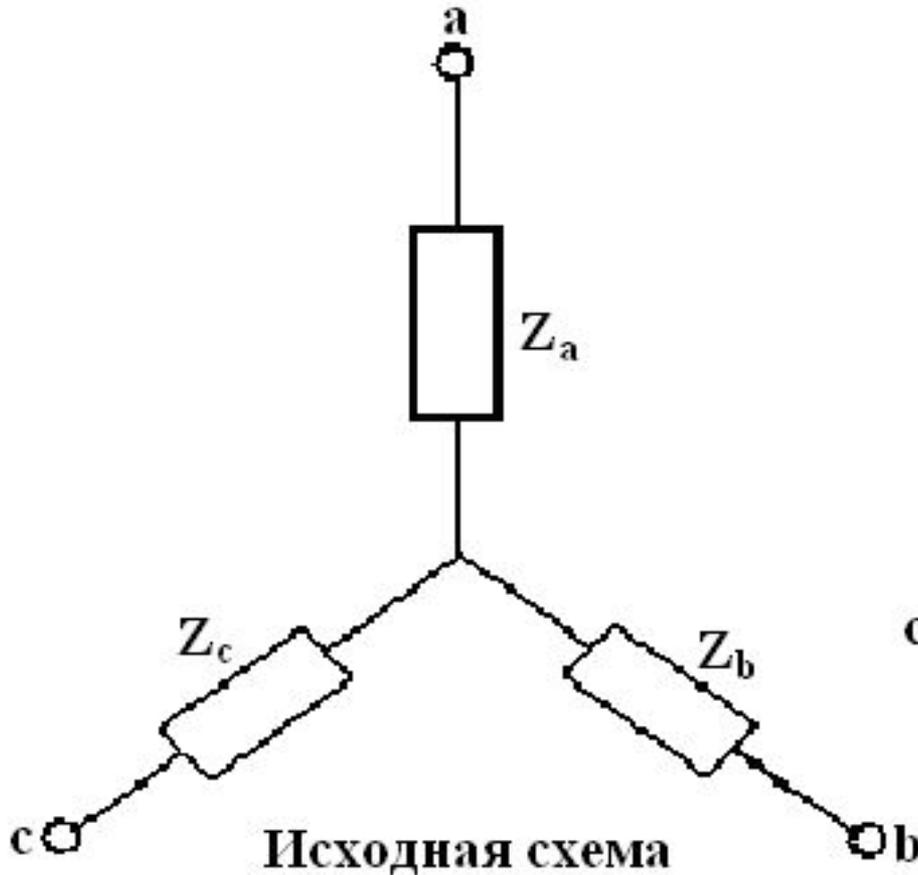
Исходная схема превращается в два последовательно соединенных элемента попадающих под линейное напряжение

Обрыв фазы в трехфазной системе

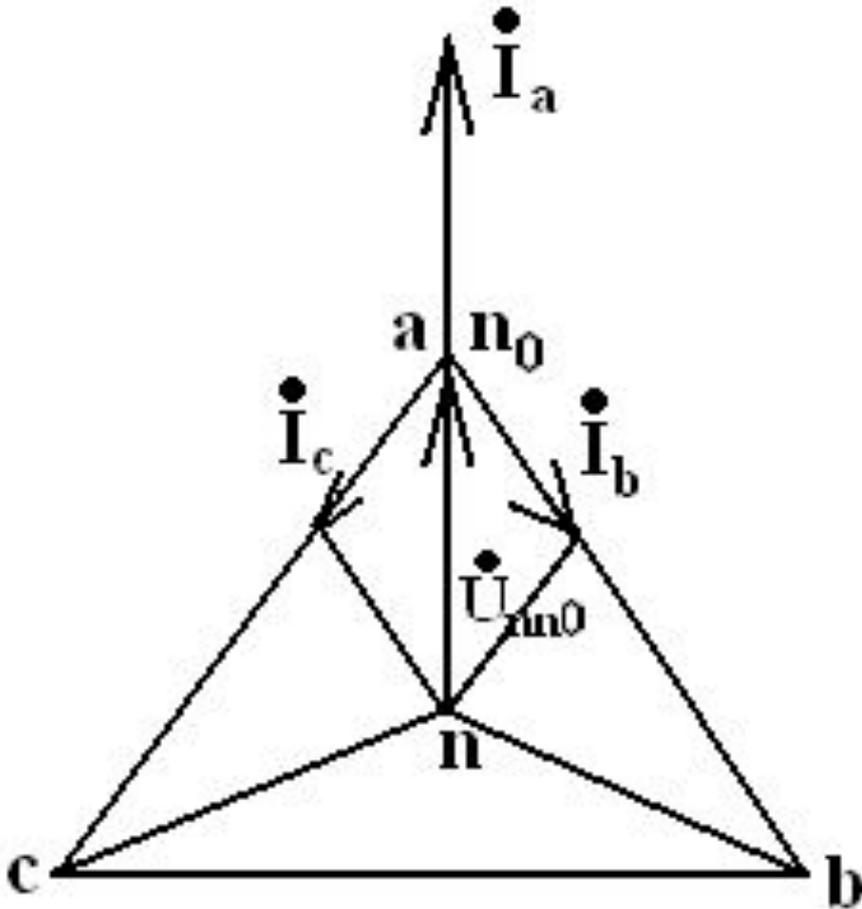


Определяем токи в фазах и напряжение смещения нейтрали

Короткое замыкание в фазе трехфазной системы

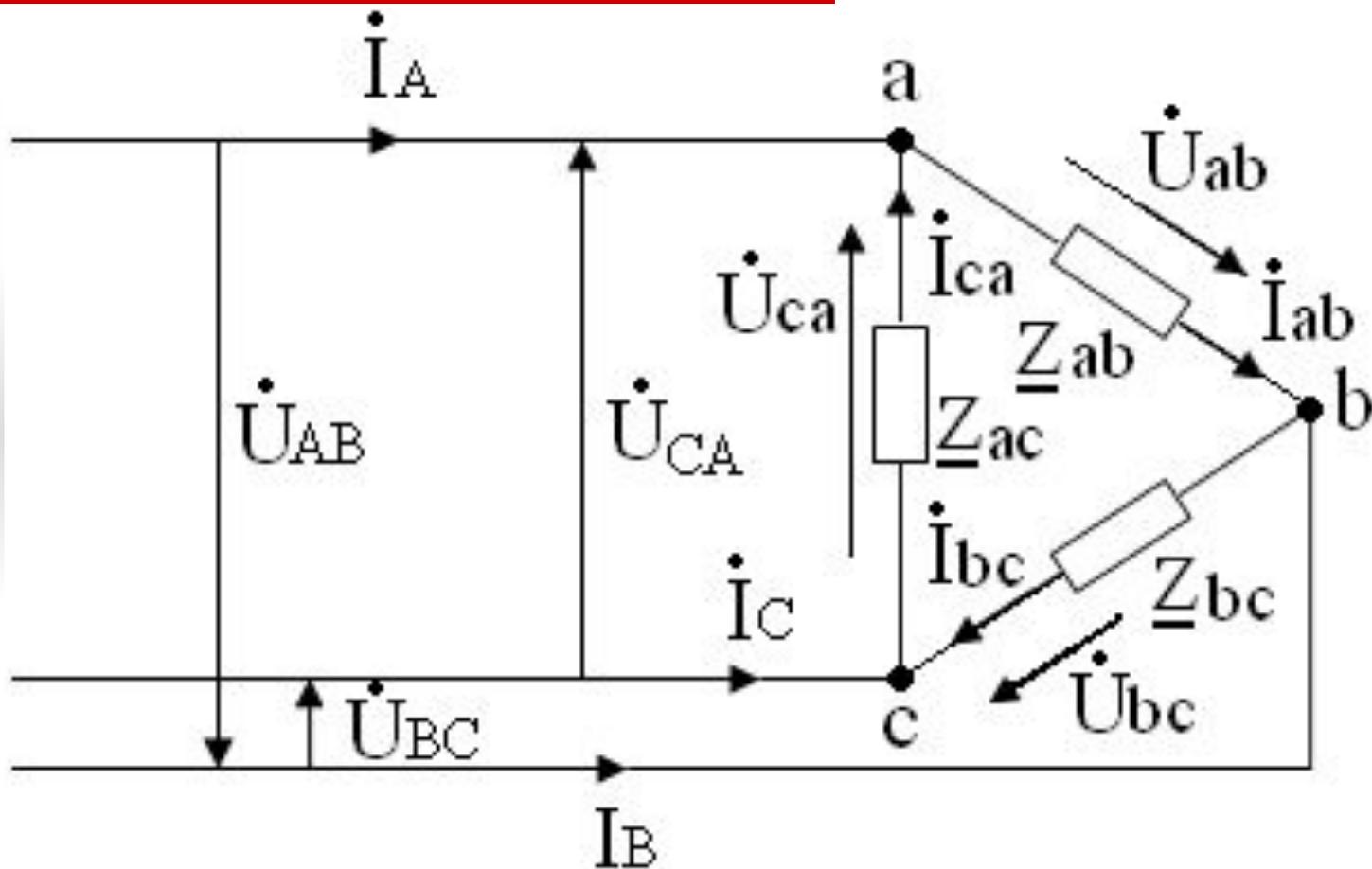


Короткое замыкание в фазе трехфазной системы



Определяем ток в фазе с коротким замыканием и напряжение смещения нейтрали

Соединение фаз приемника треугольником



Мощность трехфазной цепи при несимметричной нагрузке

Активная мощность:

$$\text{Y} \quad P = P_a + P_b + P_c$$

$$\Delta \quad P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}$$

$$P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = R_\phi I_\phi^2$$

Реактивная мощность:

$$\text{Y} \quad Q = Q_a + Q_b + Q_c$$

$$\Delta \quad Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca}$$

$$Q_\phi = U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi = X_\phi I_\phi^2$$

Модуль полной мощности трехфазной цепи:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Мощность трехфазной цепи при симметричной нагрузке

$$P = 3P_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \cos \varphi_{\phi}$$

$$Q = 3Q_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \sin \varphi_{\phi}$$

$$S = 3S_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi}$$

Мощность трехфазной цепи при симметричной нагрузке

Соединение по схеме звезда:

$$U_{\phi} = \frac{U_{Л}}{\sqrt{3}} \quad I_{\phi} = I_{Л}$$

$$P = 3 \left(\frac{U_{Л}}{\sqrt{3}} \right) I_{Л} \cdot \cos \varphi_{\phi} = \\ = \sqrt{3} U_{Л} I_{Л} \cos \varphi_{\phi}$$

Соединение по схеме треугольник:

$$U_{\phi} = U_{Л} \quad I_{л} = I_{\phi} \sqrt{3}$$

$$P = 3 U_{Л} \left(\frac{I_{Л}}{\sqrt{3}} \right) \cdot \cos \varphi_{\phi} = \\ = \sqrt{3} U_{Л} I_{Л} \cos \varphi_{\phi}$$

При симметричной нагрузке формулы мощности независимо от схемы соединения приемников одинаковы.

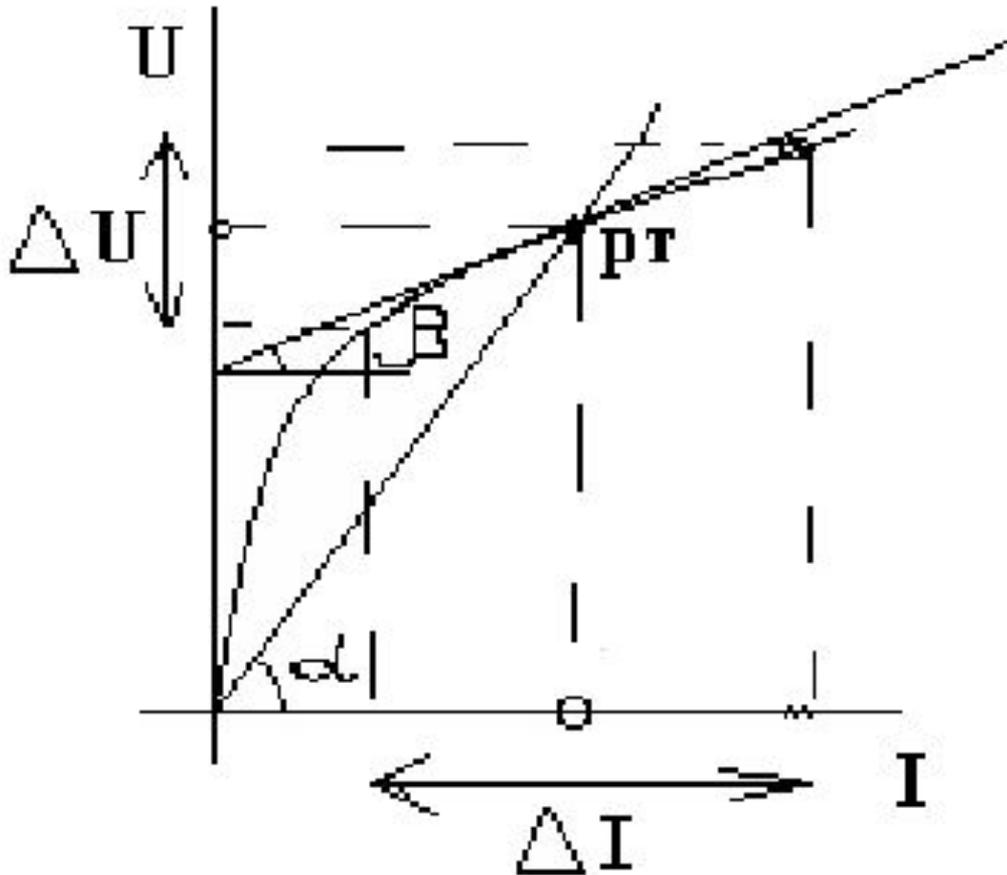
Среднее за период значение мощности:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C$$

Нелинейные элементы

- Полупроводниковые диоды
 - Стабилитроны
 - Термисторы
 - Транзисторы
 - Тиристоры
 - и т.д.
-

Анализ и расчет нелинейных элементов и цепей

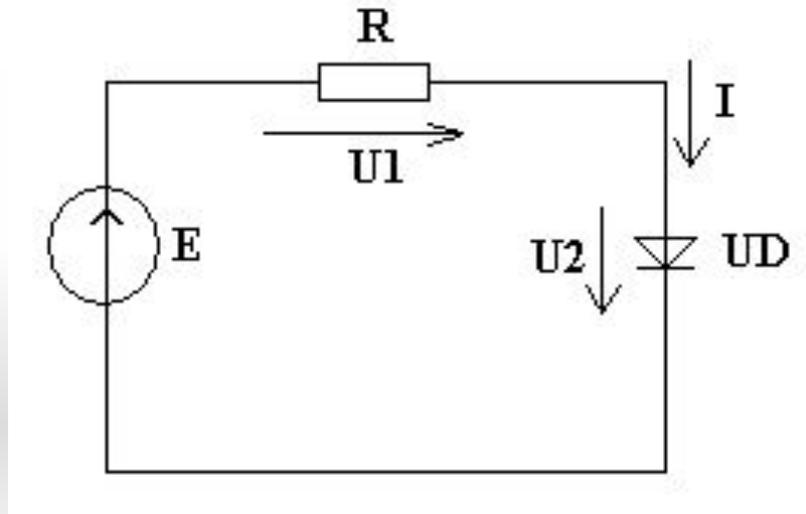


$$R_{cm} = \frac{U}{I} = m_R \operatorname{tg} \alpha$$

$$m_R = \frac{m_U}{m_I}$$

$$R_{диф} = \frac{dU}{dI} = m_R \operatorname{tg} \beta$$

Анализ и расчет нелинейных элементов и цепей



$$U_2 = E - RI$$

Холостой ход:

$$I = 0 \quad U_2 = E$$

Короткое замыкание:

$$U_2 = 0 \quad I_{кз} = \frac{E}{R}$$

Анализ и расчет нелинейных элементов и цепей

