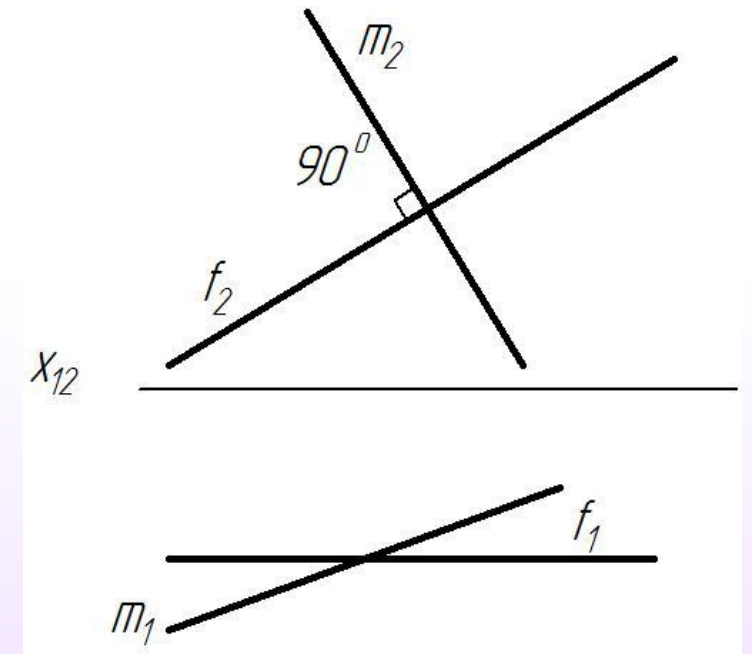
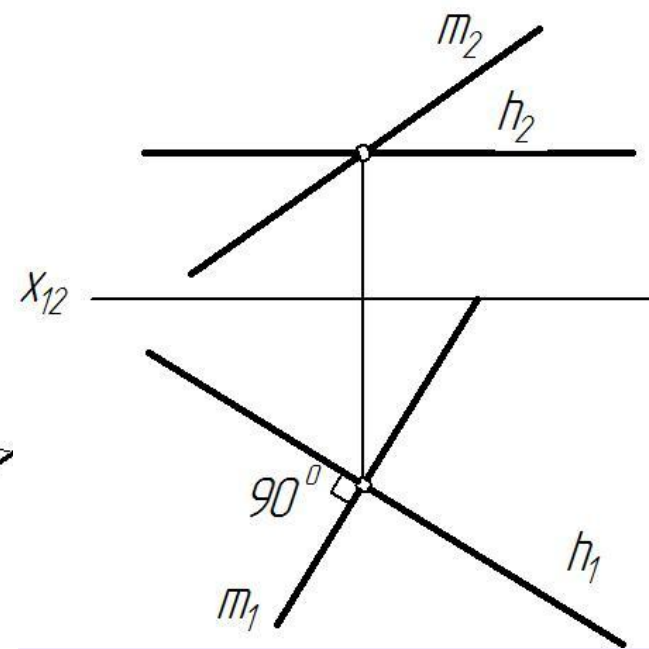
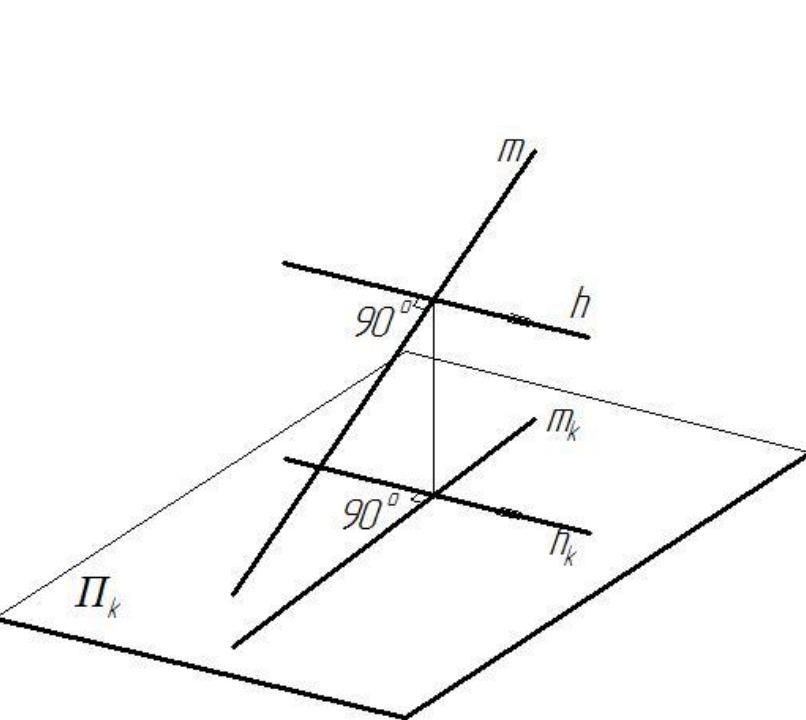


# Начертательная геометрия

Метрические задачи  
Автор: Леонова О.Н.

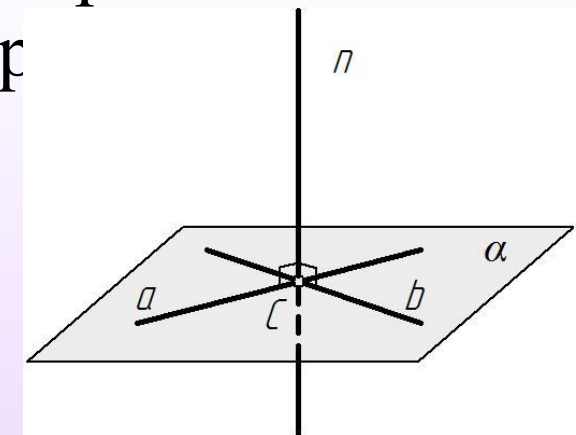
**Метрические задачи-это  
задачи на определение  
расстояний ,углов и  
истинных величин  
плоских фигур**

**Теорема о проекциях прямого угла: Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, то на эту плоскость проекций прямой угол проецируется без искажения**



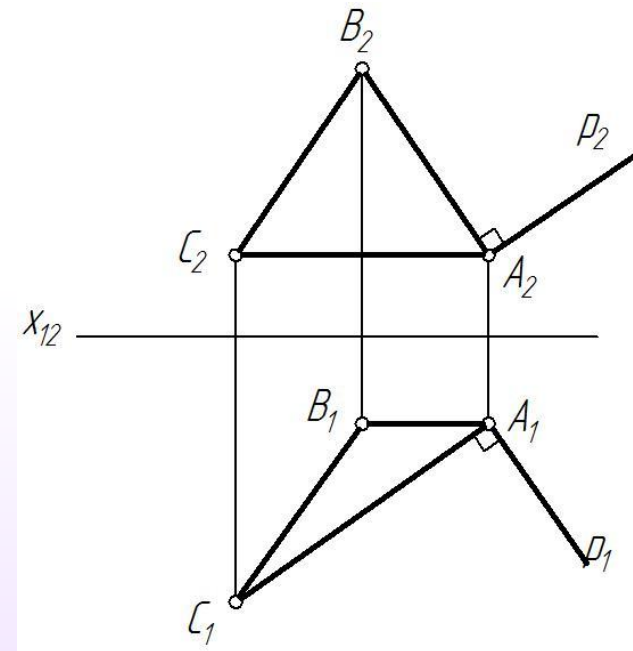
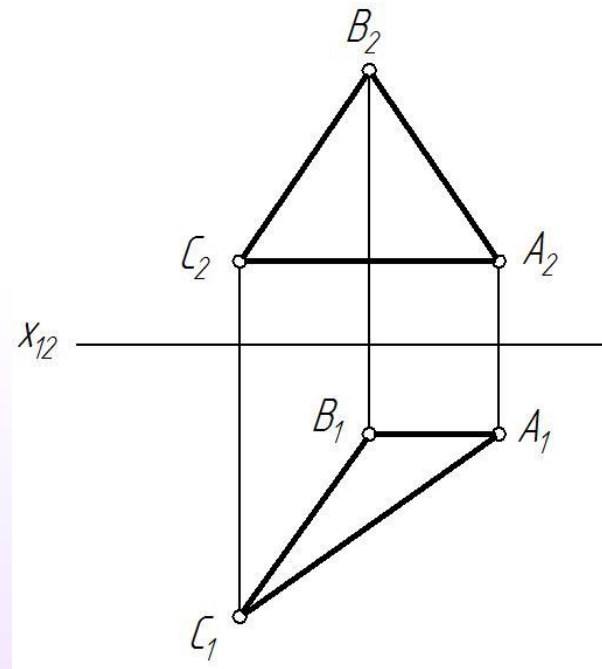
# Перпендикулярность прямой и плоскости

Из геометрии известно, что прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости. В начертательной геометрии для того чтобы прямой угол проецировался в истинную величину надо фронтальную проекцию перпендикуляра провести перпендикулярно фронтальной проекции фронтали  $n_2 \perp f_2$ , а горизонтальную проекцию перпендикуляра перпендикулярно горизонтальной проекции гор



# Пример 1. В точке $A$ провести перпендикуляр к плоскости $\alpha(\triangle ABC)$

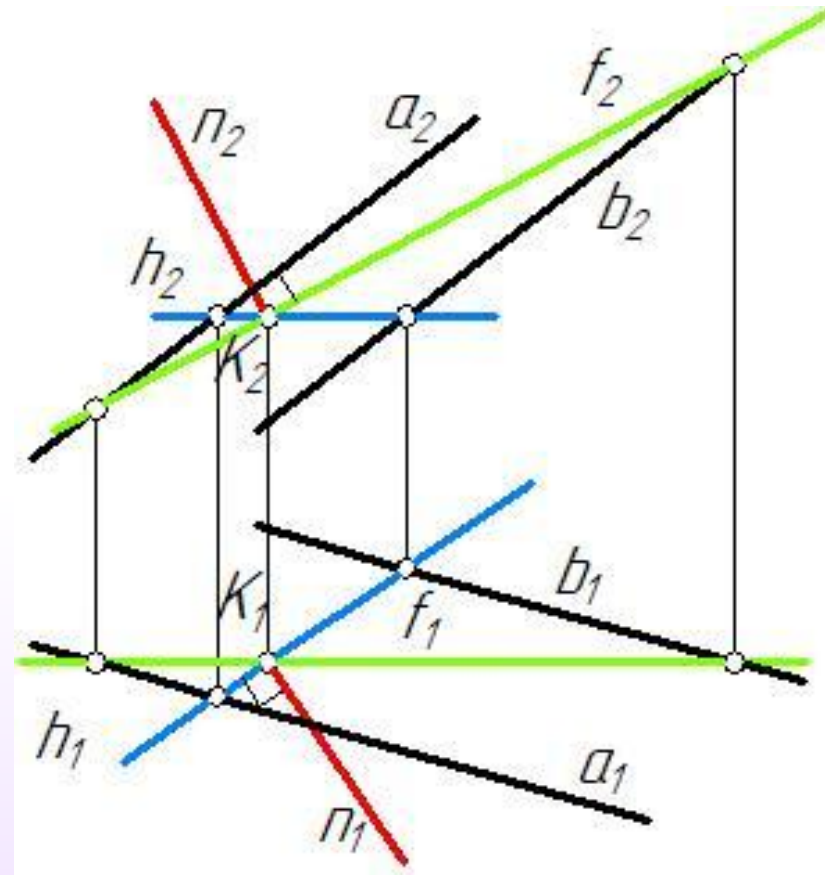
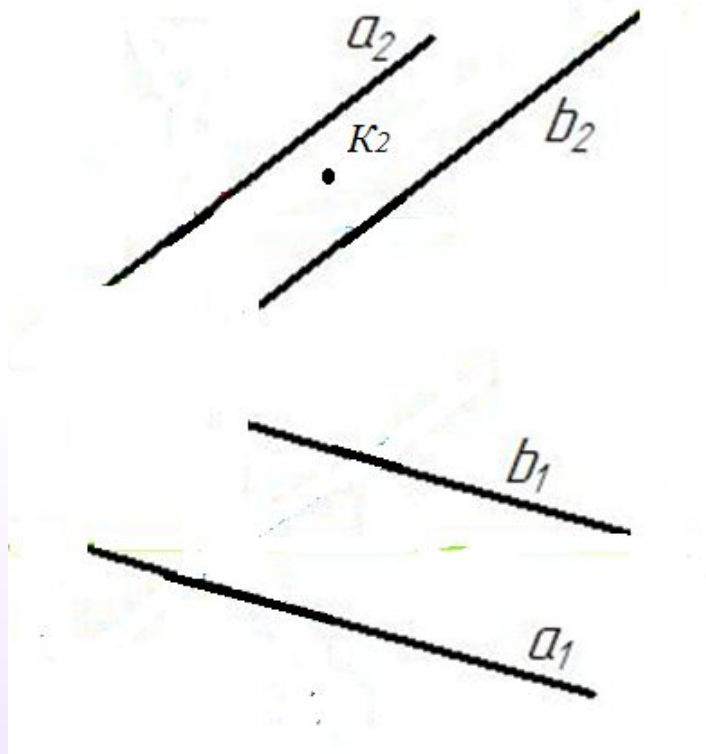
- Прямая  $AB$  является фронталью, а прямая  $AC$  - горизонталью. Строим  $p_2 \perp A_2B_2$  и  $p_1 \perp A_1C_1$ .



# Пример 2. Провести перпендикуляр к плоскости $\alpha$ ( $a \parallel b$ )

1. Строим горизонталь и фронталь через точку  $K$ .

2. Строим  $n_2 \perp f_2$ ;  $n_1 \perp h_1$



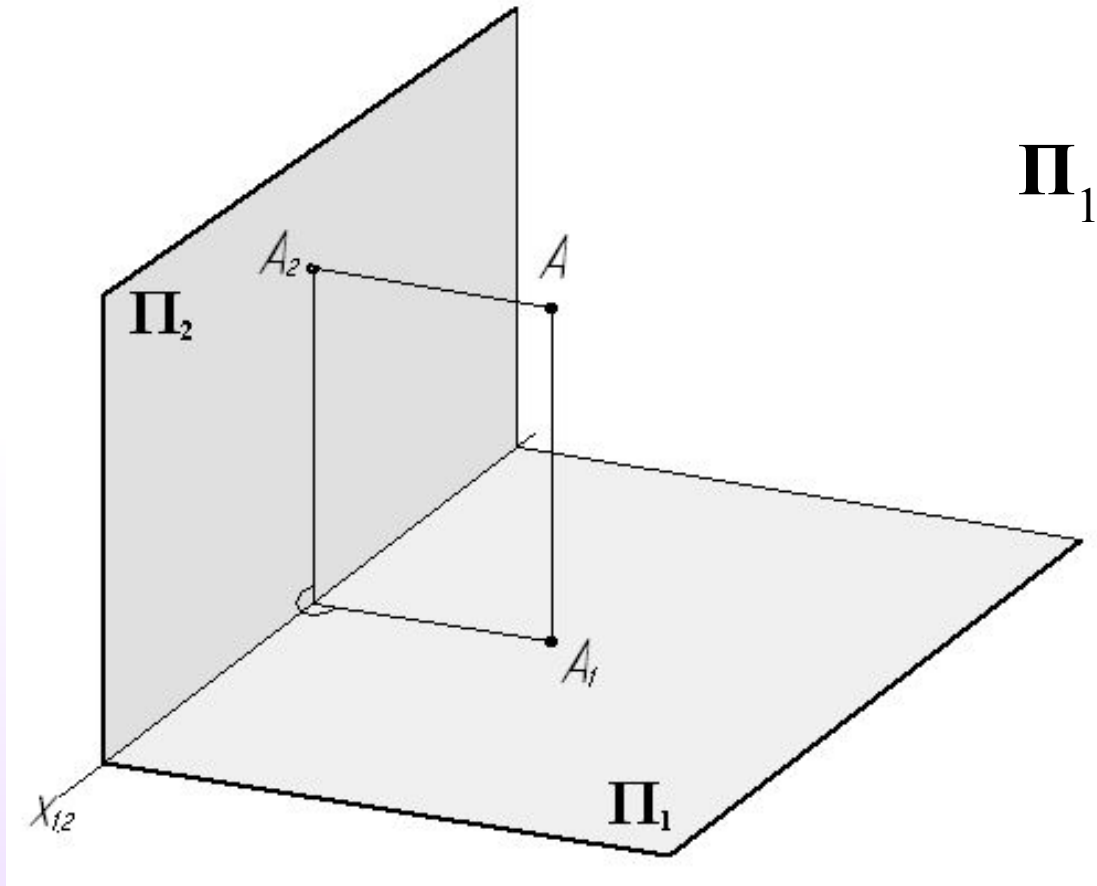
Способы преобразования проекций применяют для получения нового изображения объекта или группы объектов, которое позволяет упростить решение поставленной задачи.

Как правило, это переход от общего положения к частному.

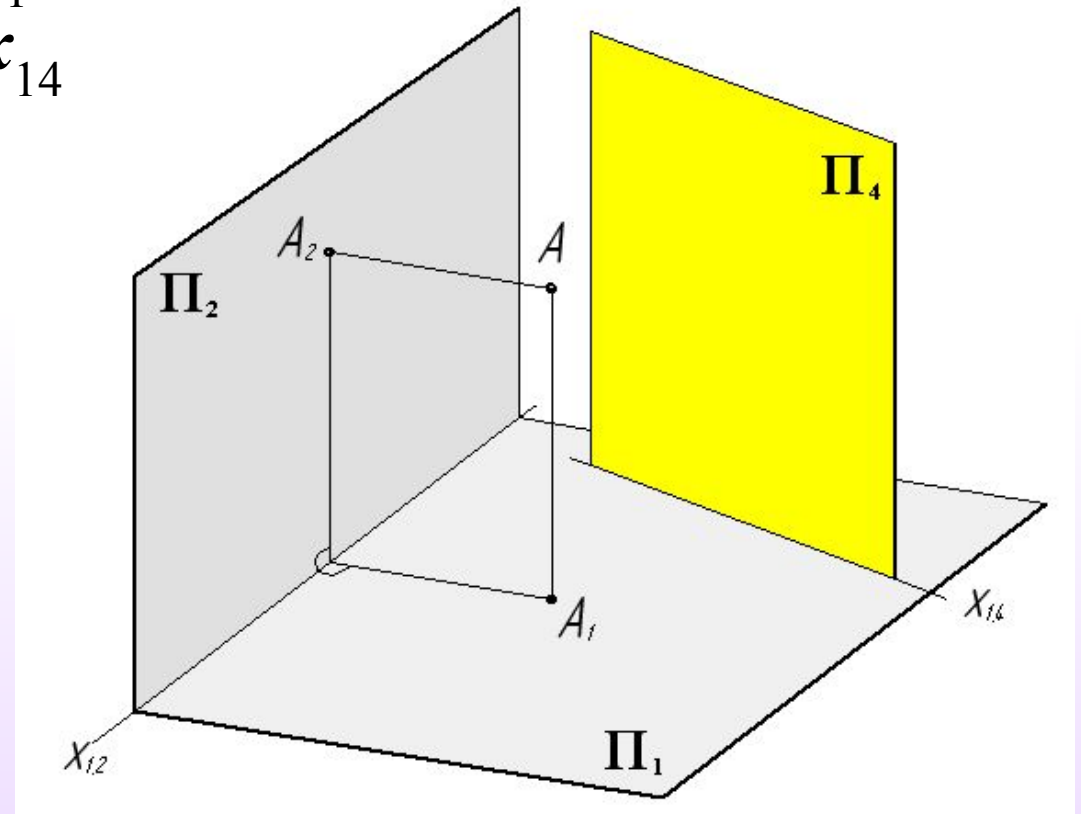
# Дополнительное прямоугольное проецирование

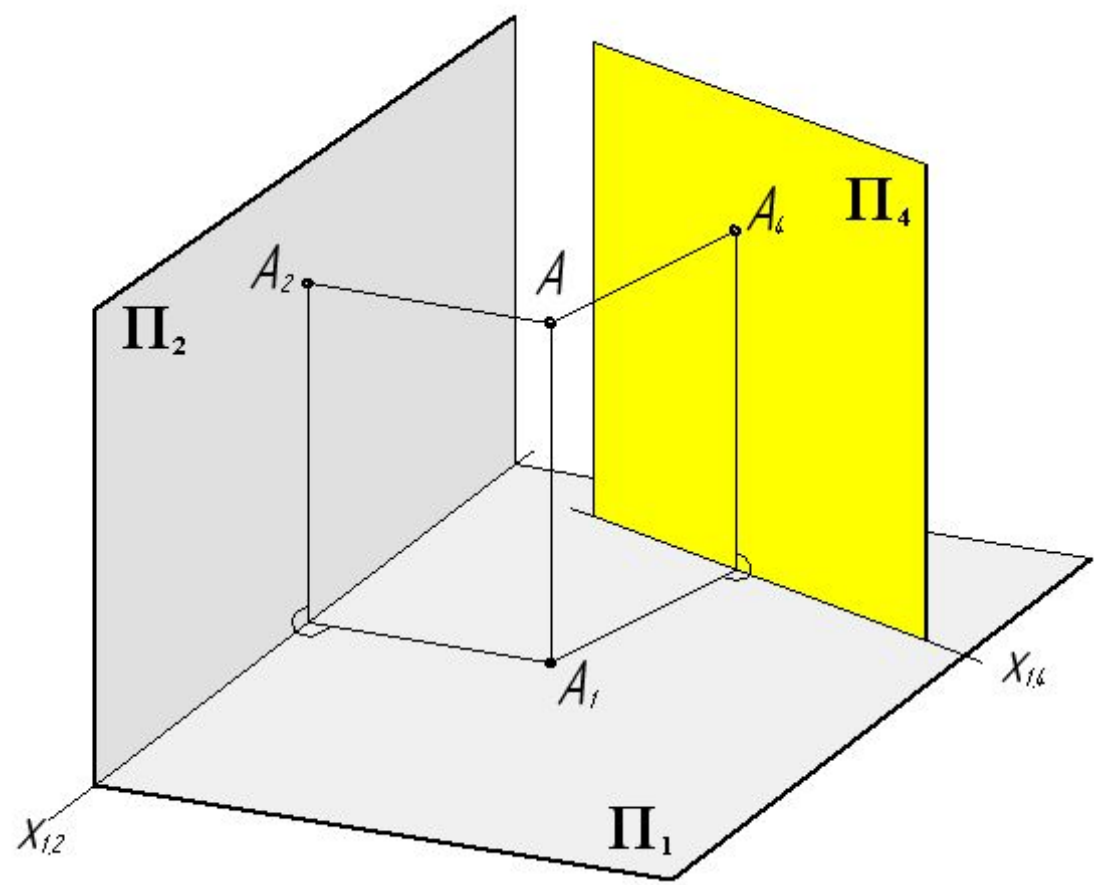


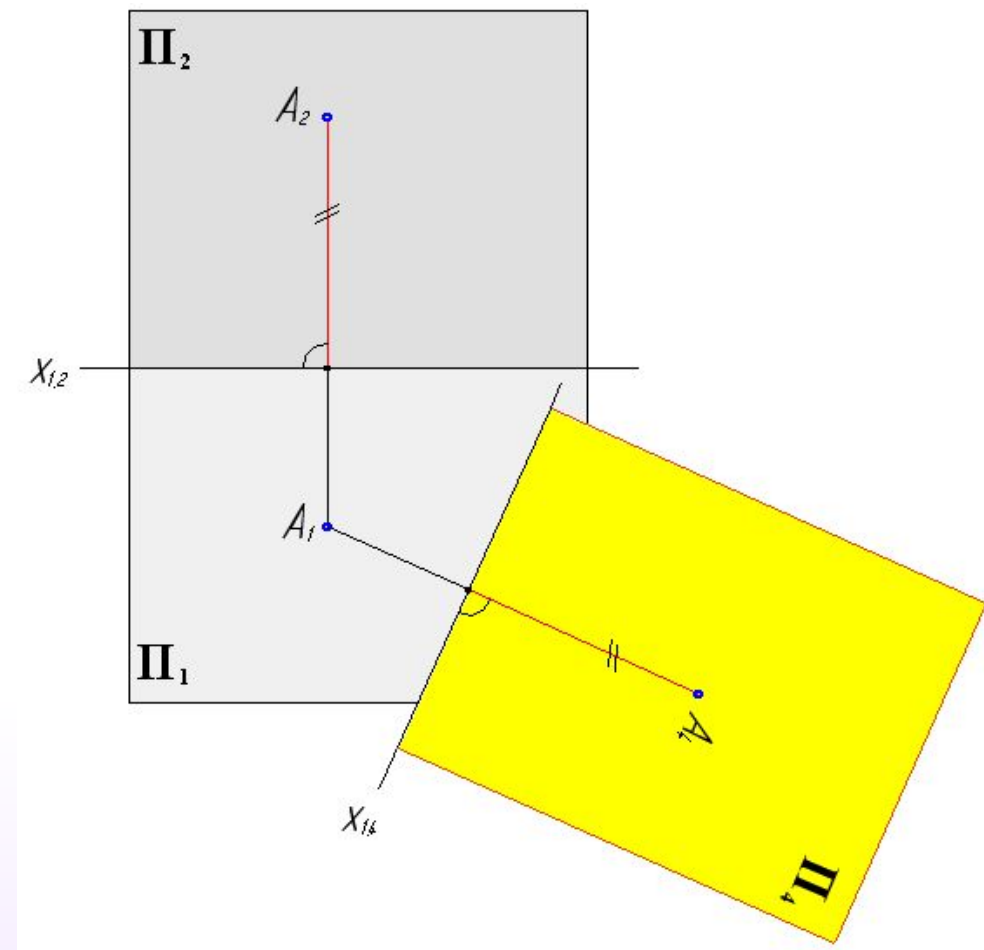
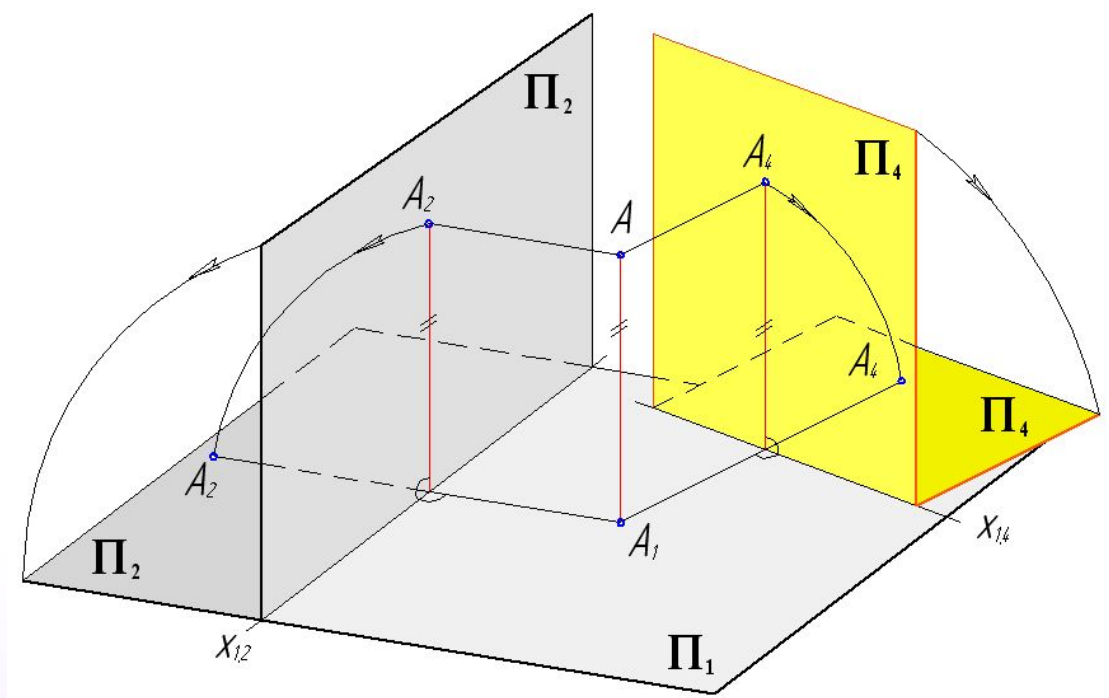
*Вновь вводимая плоскость проекций должна быть перпендикулярна либо плоскости проекций  $\Pi_2$ , либо  $\Pi_1$ .*



$$\begin{aligned} \Pi_4 &\perp \Pi_1 \\ \Pi_1 \cap \Pi_4 &= x_{14} \end{aligned}$$

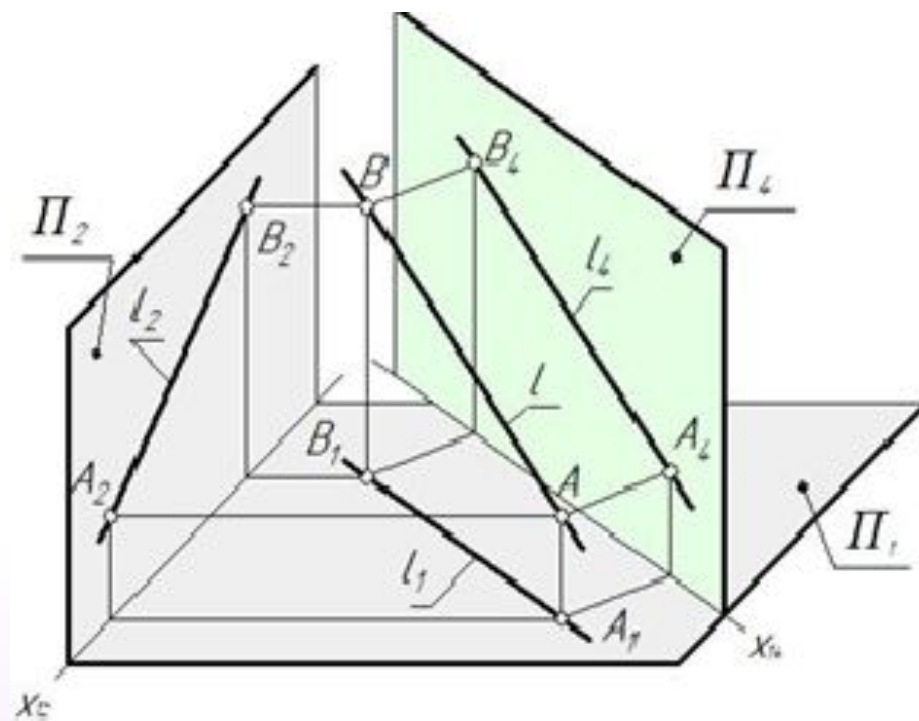
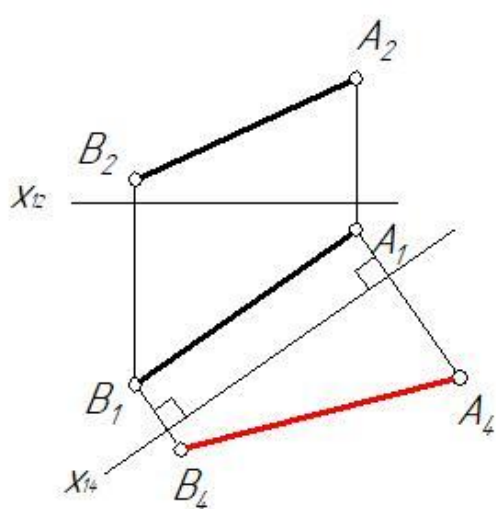
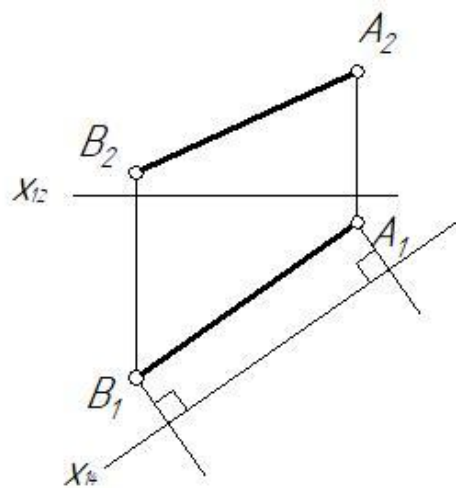
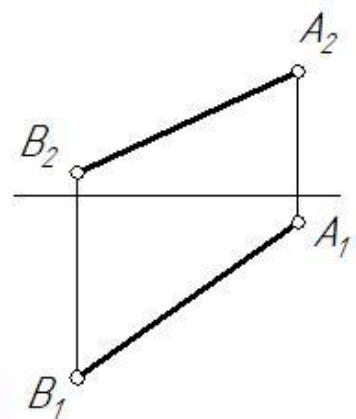






# Пример1. Найти длину отрезка $AB$ .

$\Pi_4 \perp \parallel AB$  и  $\Pi_4 \perp \Pi_1$

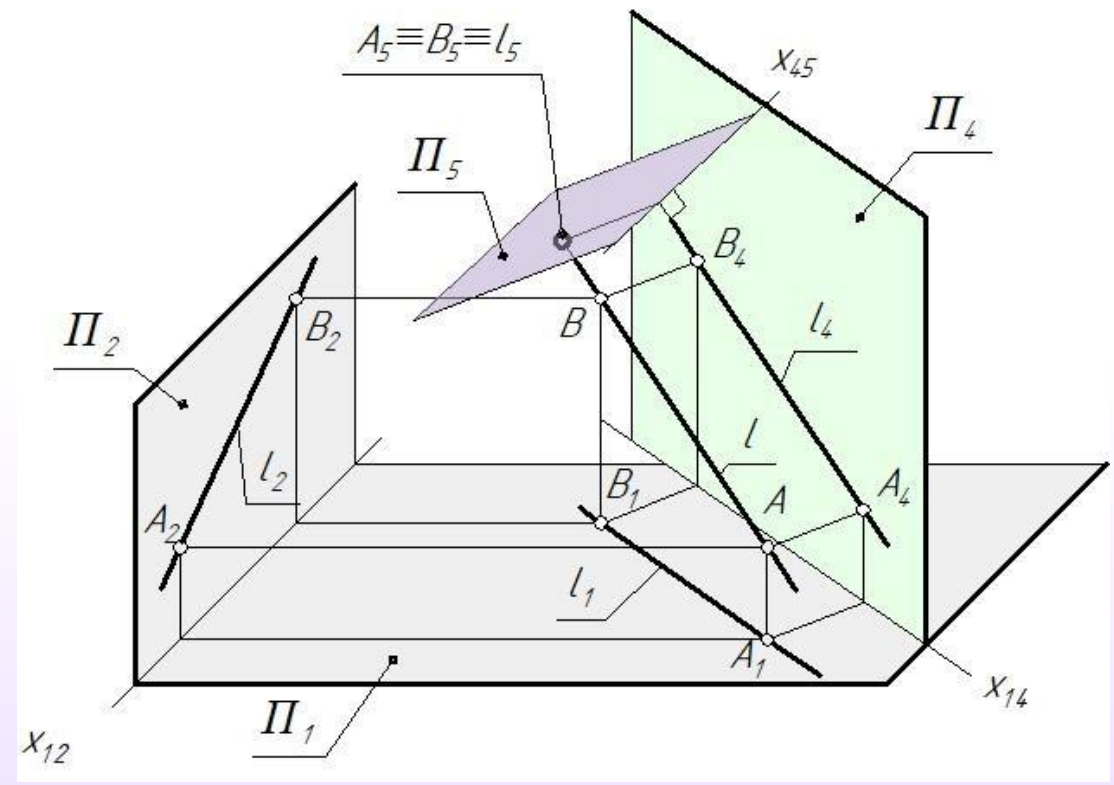
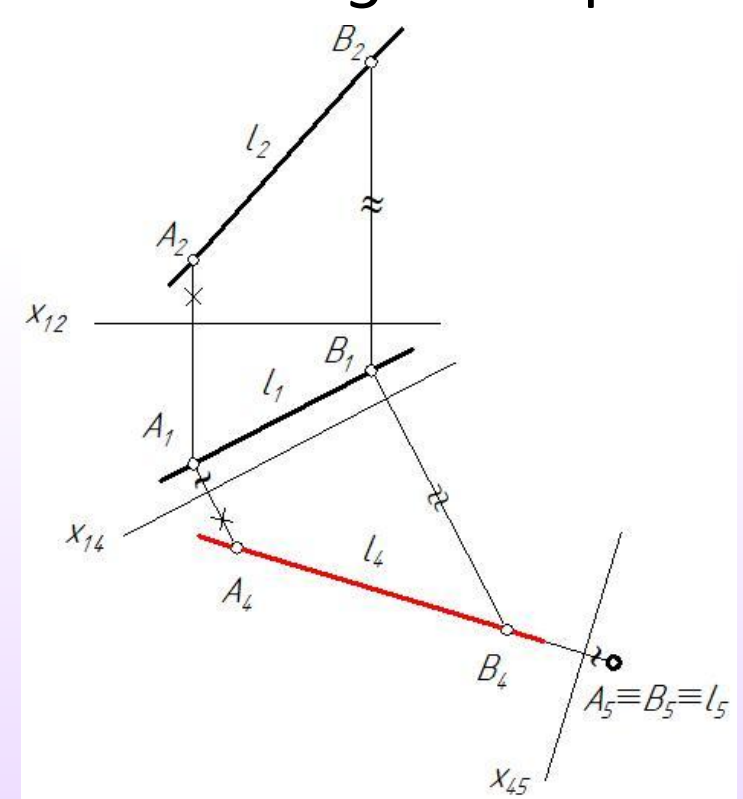
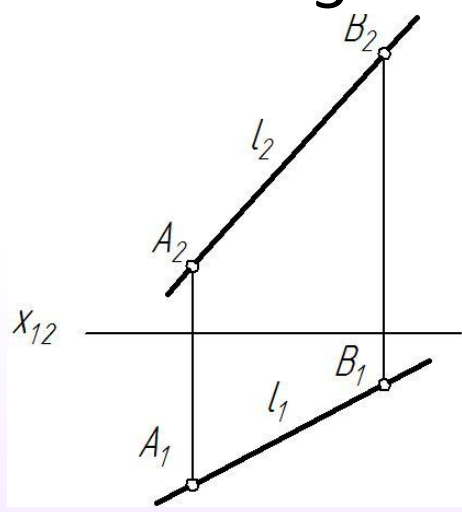


**Пример 2. Построить дополнительную ортогональную проекцию прямой общего положения на плоскость ей перпендикулярную**

перпендикулярную

1.  $\Pi_4 \parallel AB$  и  $\Pi_4 \perp \Pi_1$

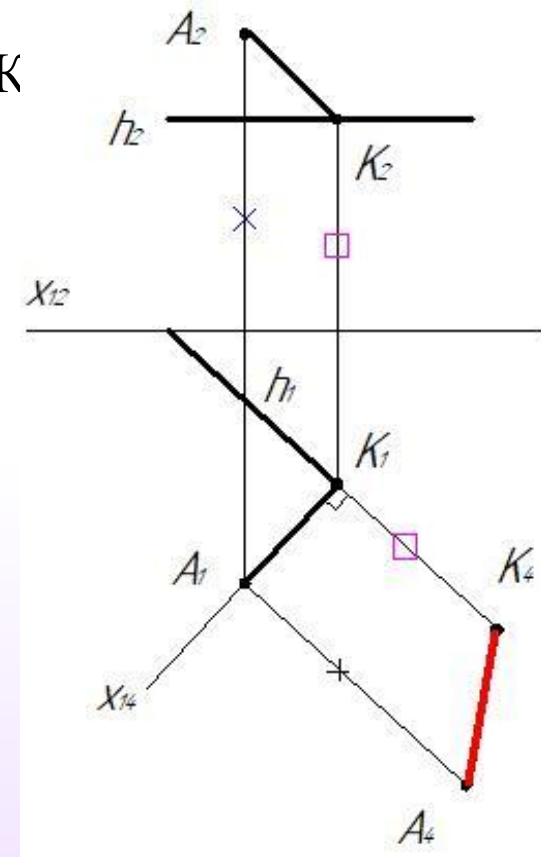
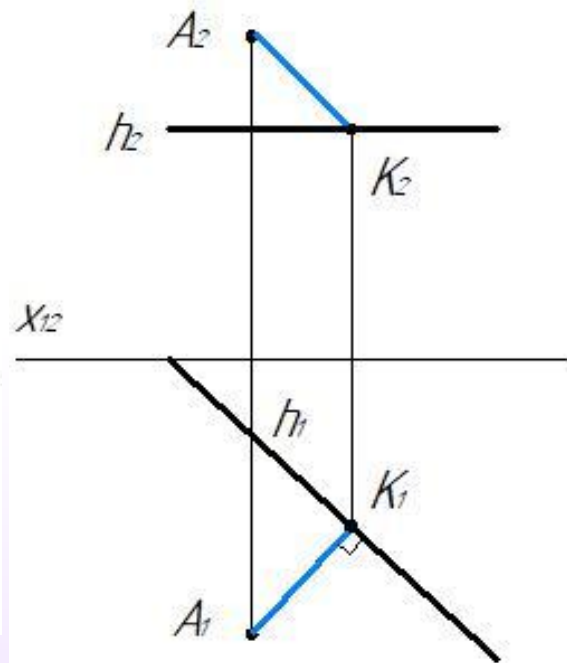
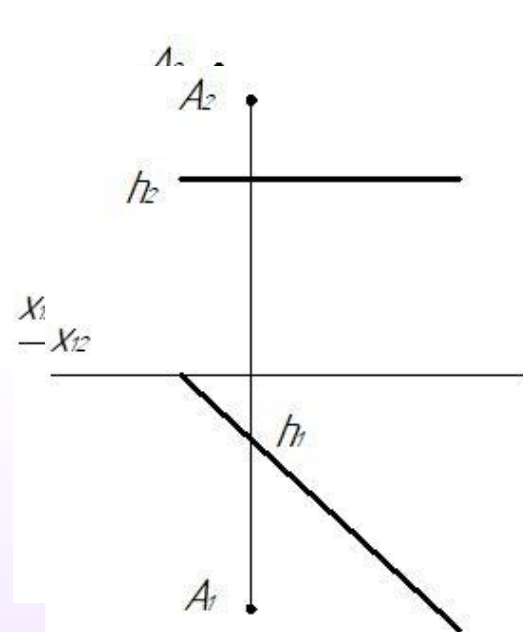
2.  $\Pi_5 \perp AB$  и  $\Pi_5 \perp \Pi_4$



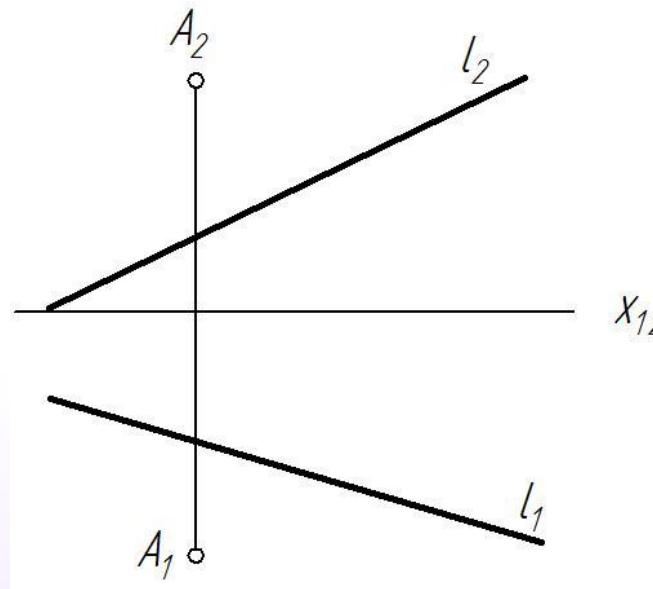
# Пример 3. Определить расстояние от точки $A$ до прямой $h$ .

•

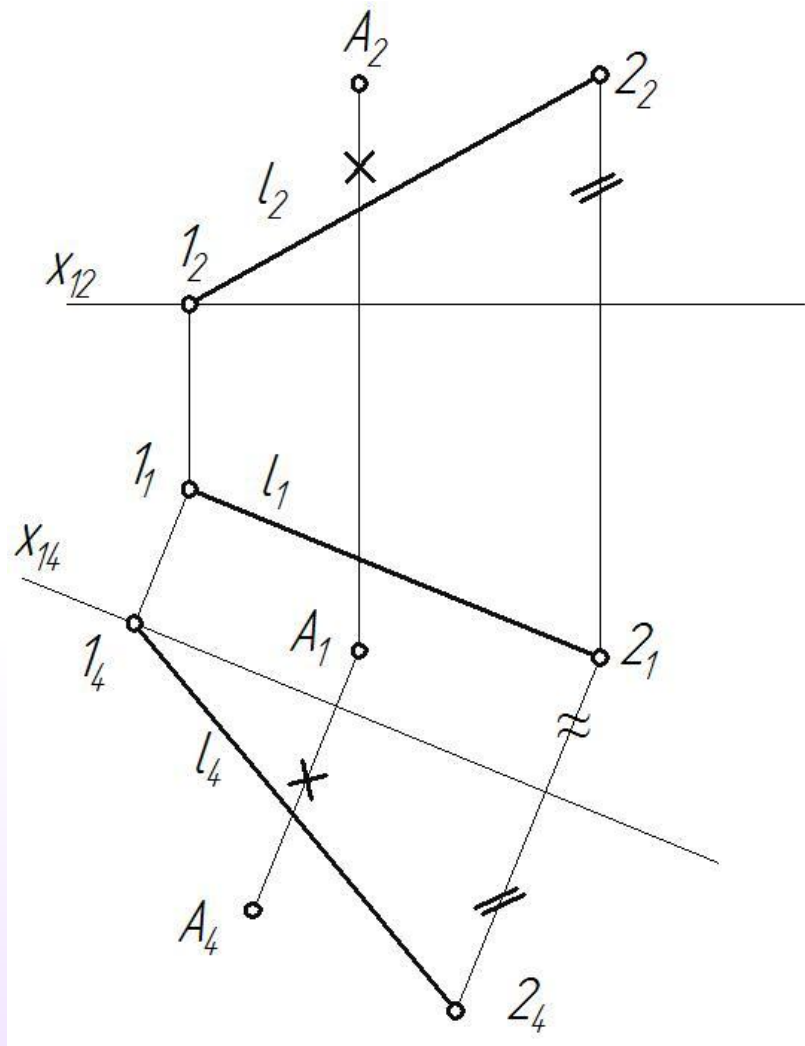
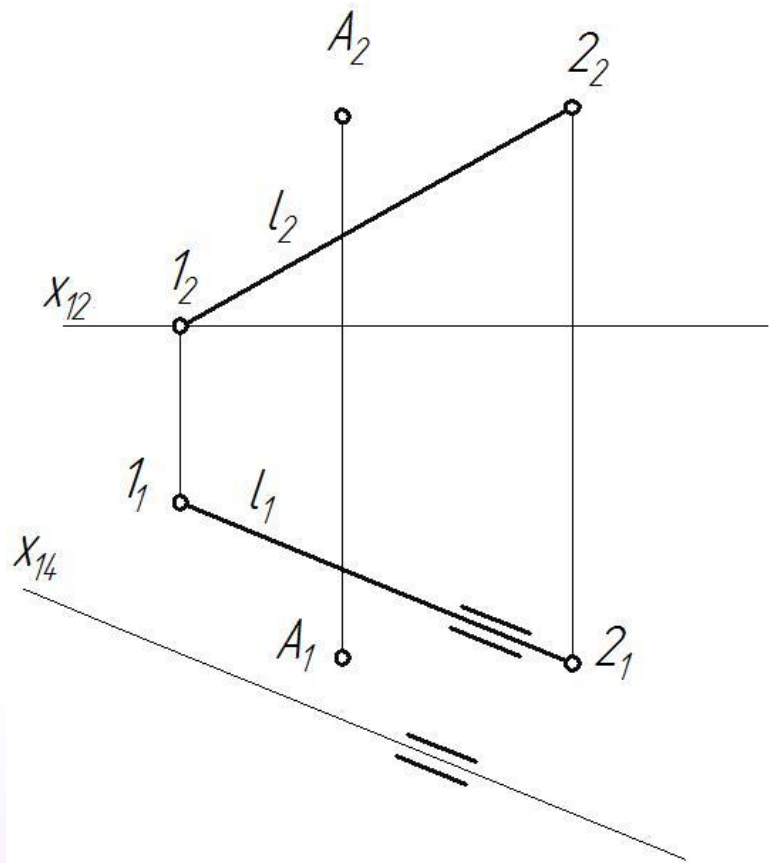
$$\Pi_4 \perp \Pi_1 \text{ и } \Pi_4 \parallel AK$$



**Пример 4.** Определить расстояние от точки  $A$  до прямой  $l$ .

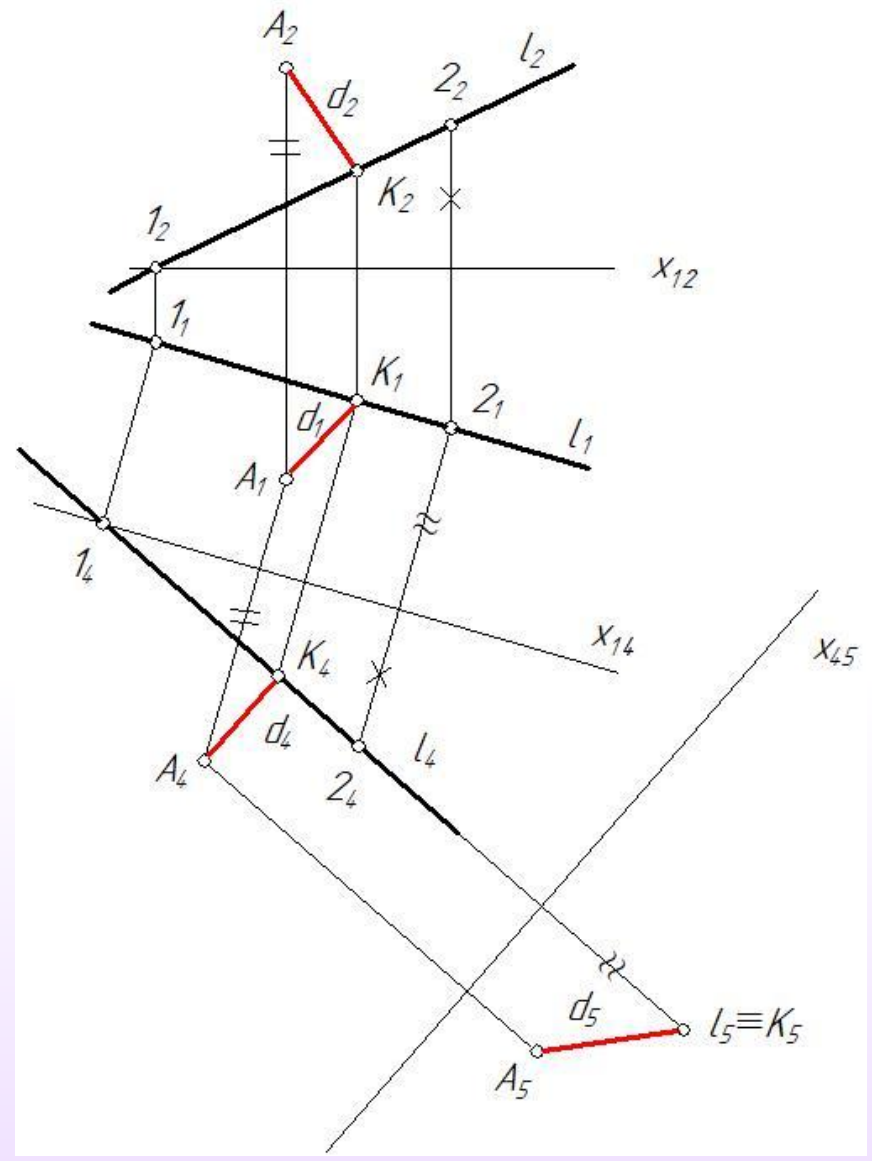
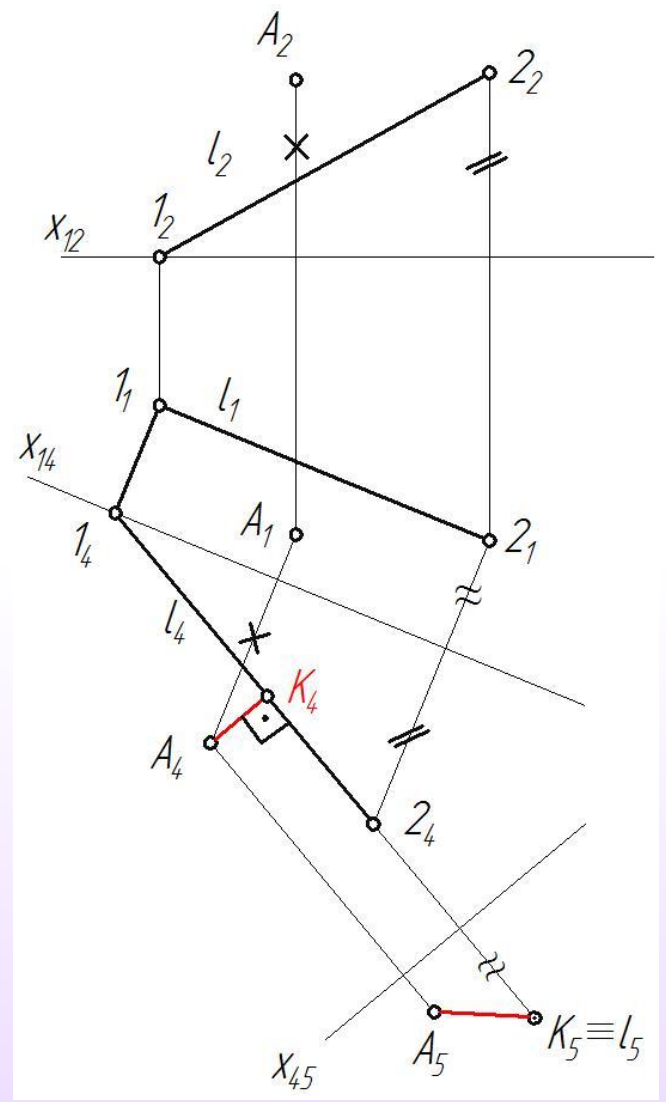


1.  $\Pi_4 \parallel l$  и  $\Pi_4 \perp \Pi_1$

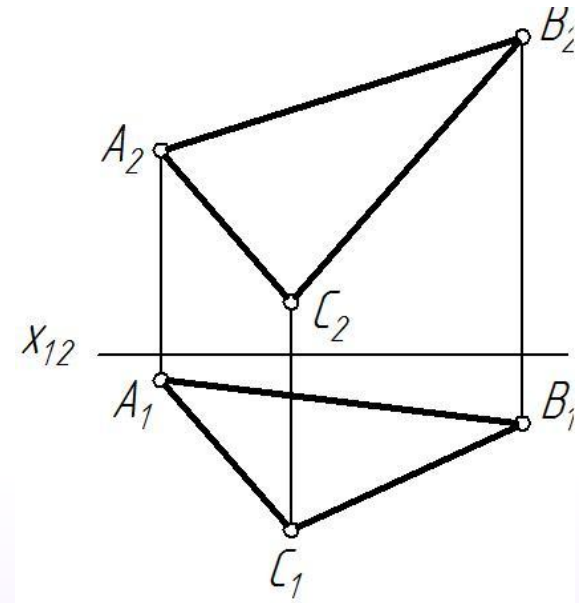
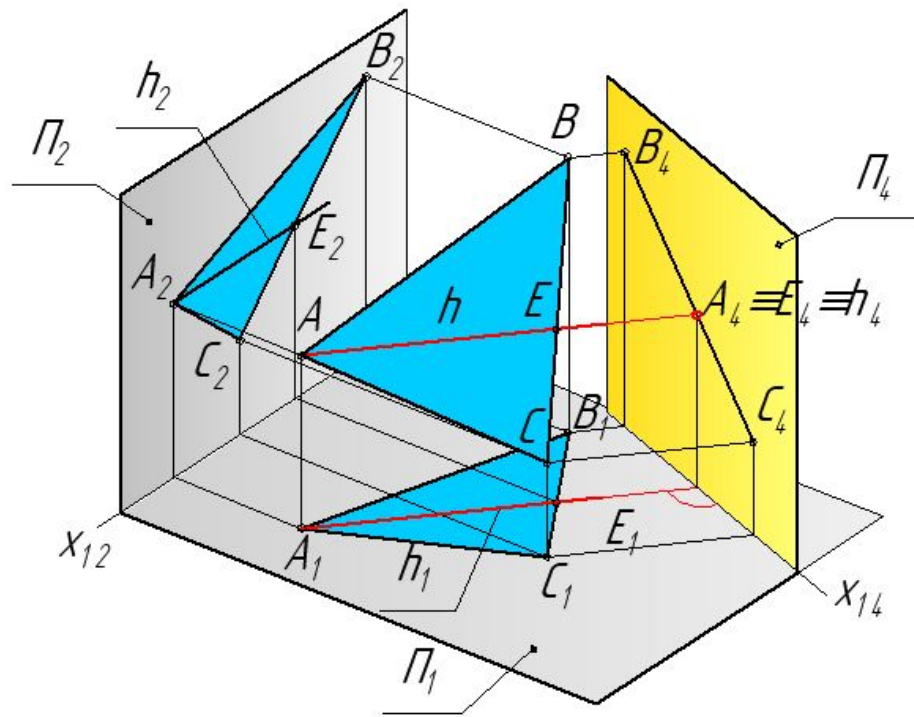




$2.\Pi_5 \parallel AK \text{ и } \Pi_4 \perp \Pi_5$



**Пример 5.** Построить дополнительную ортогональную проекцию плоскости общего положения  $\alpha(\triangle ABC)$  на плоскости  $\Pi_4$ , перпендикулярной к плоскости  $\alpha$  и к плоскости  $\Pi_1$ .

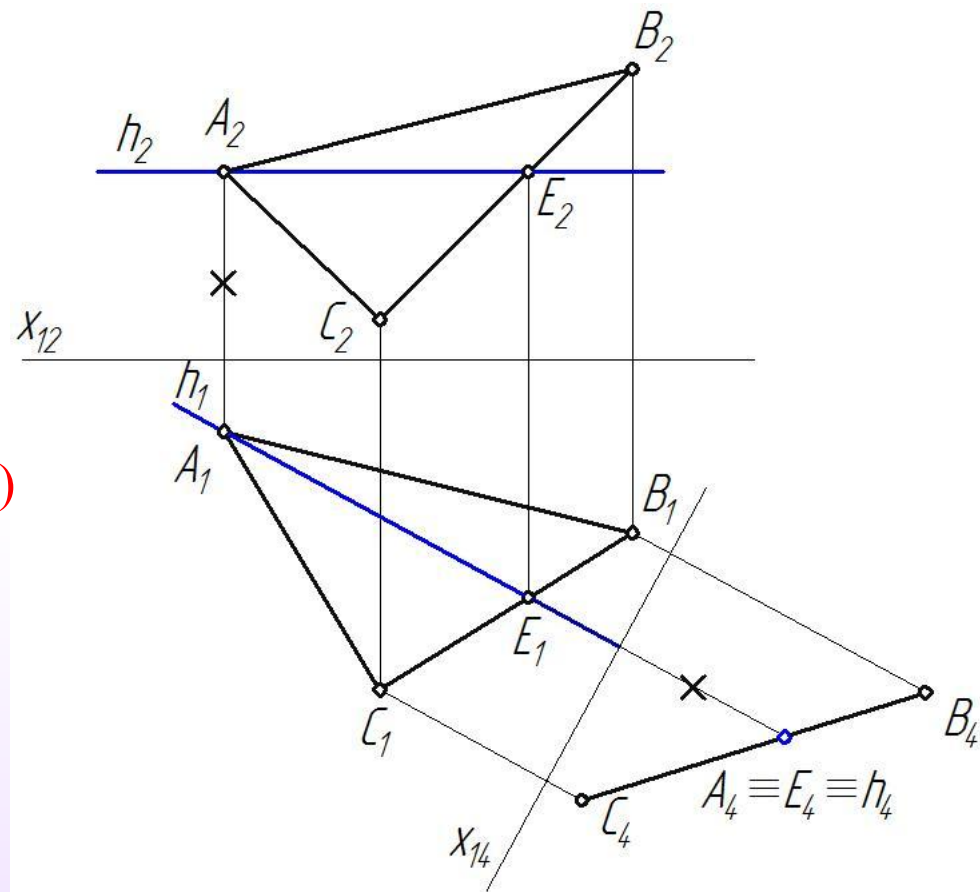


$(\Pi_4 \perp \triangle ABC)$

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них содержит прямую перпендикулярную второй плоскости.

$$\Pi_4 \perp \Pi_1$$

$$\Pi_4 \perp \triangle ABC \Rightarrow (\Pi_4 \perp h \wedge h \subset \triangle ABC)$$



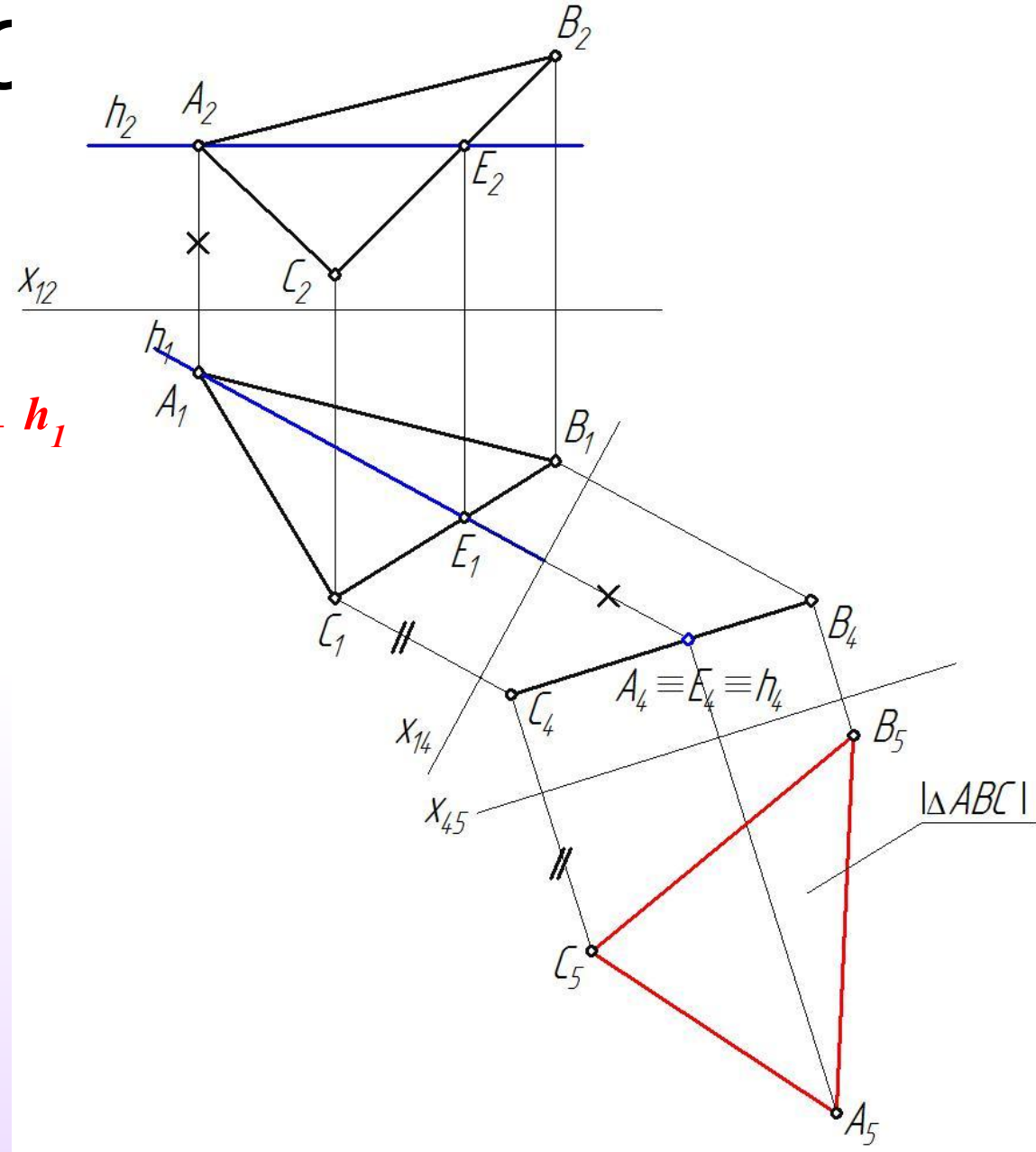
# Пример 6 . Определить истинную величину треугольника $ABC$

1-й этап.  $\Pi_4 \perp \Delta ABC$

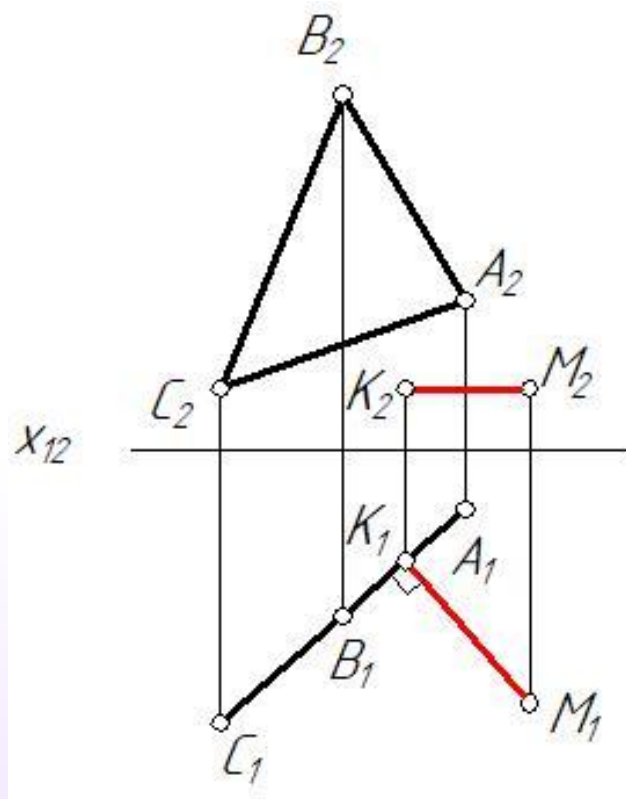
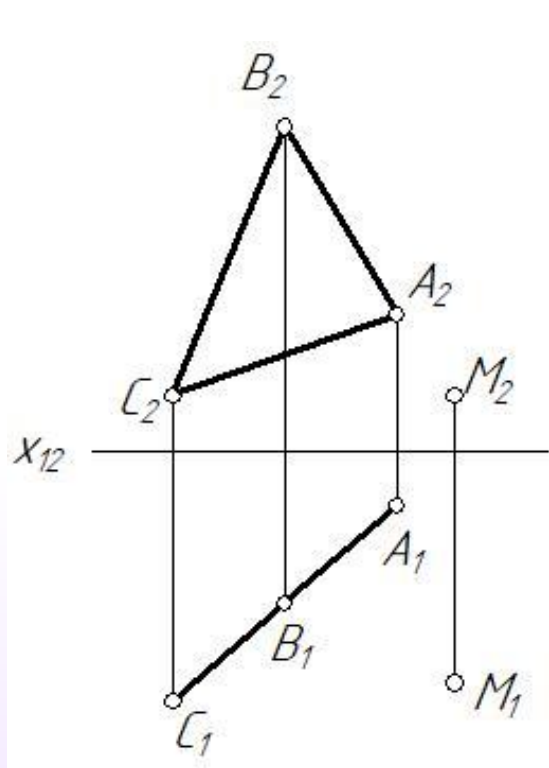
$$\Pi_4 \perp \Pi_1 \Rightarrow \Pi_4 \perp h \Rightarrow x_{14} \perp h_1$$

2-й этап.  $\Pi_5 \parallel \Delta ABC$

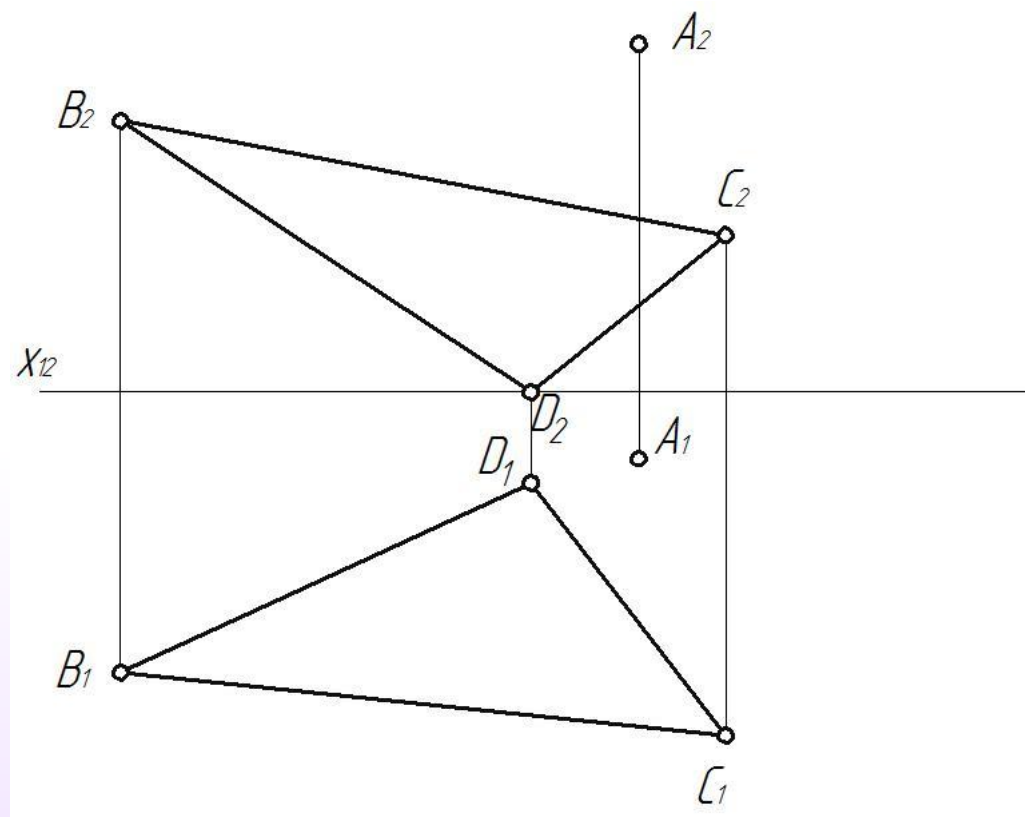
$$\Pi_5 \perp \Pi_4 \Rightarrow x_{45} \parallel A_4B_4C_4$$



# Пример 7. Определить расстояние от точки М до плоскости $\alpha(\triangle ABC)$

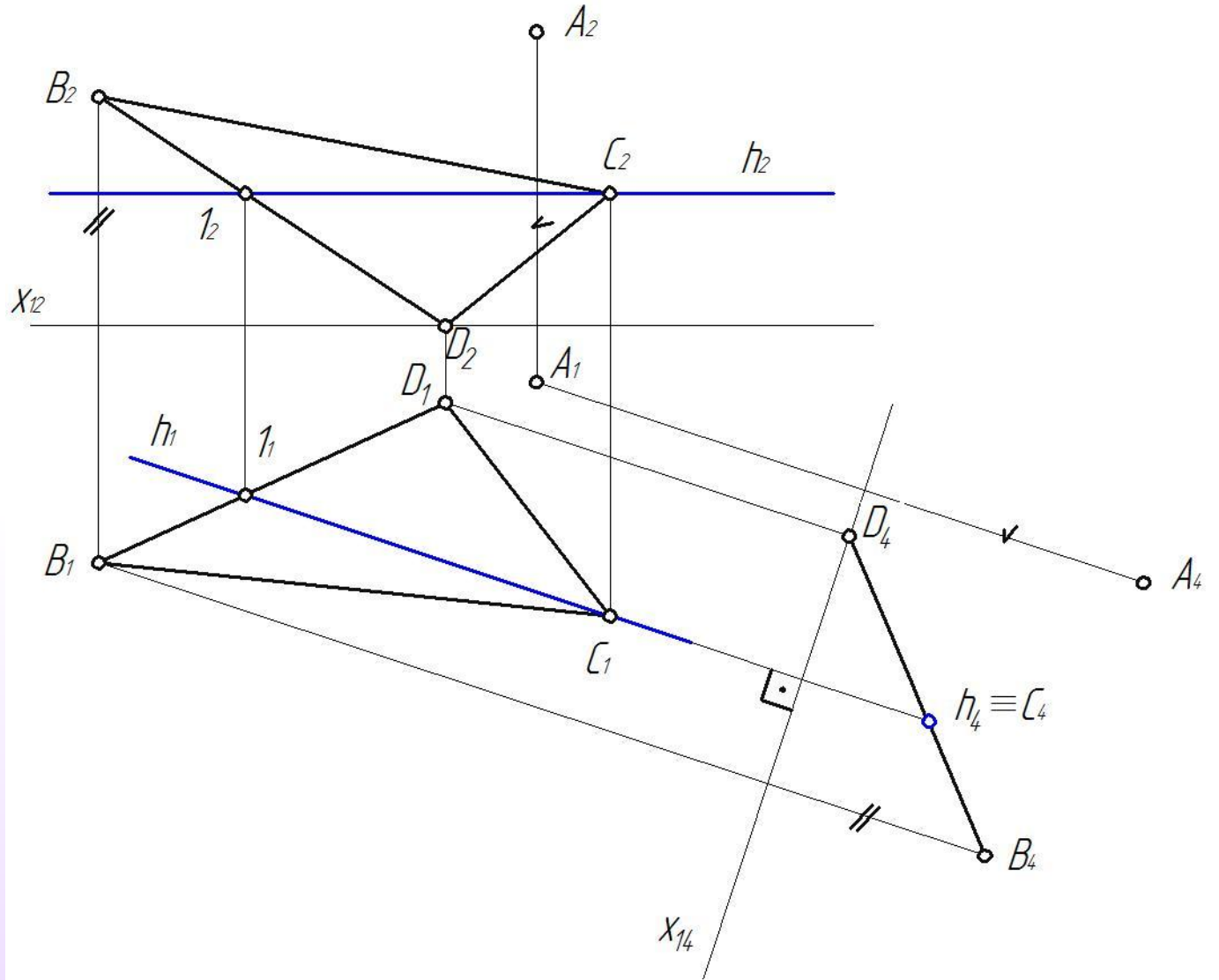
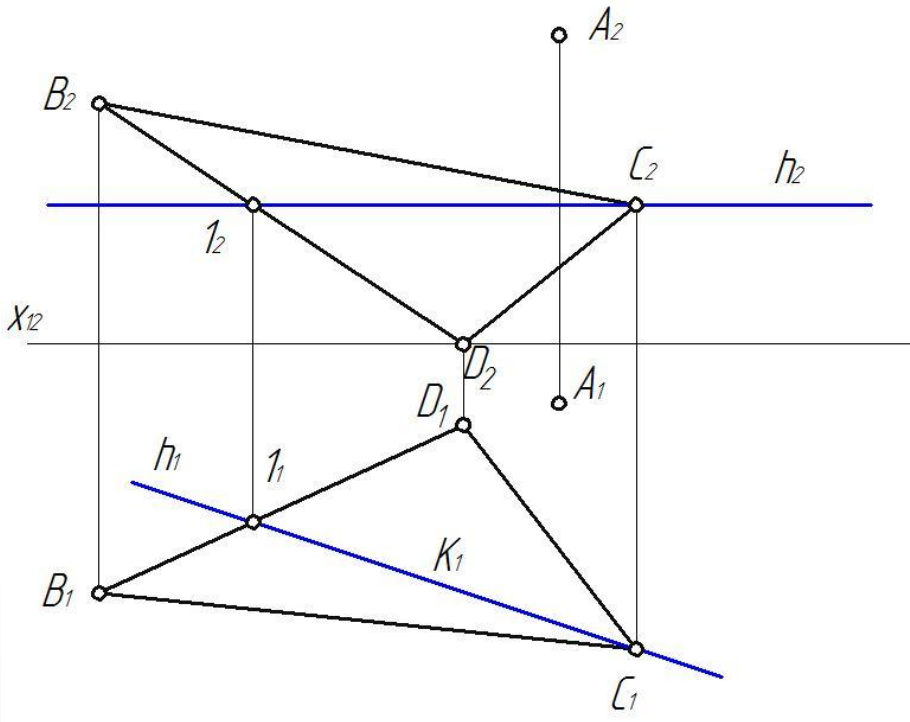


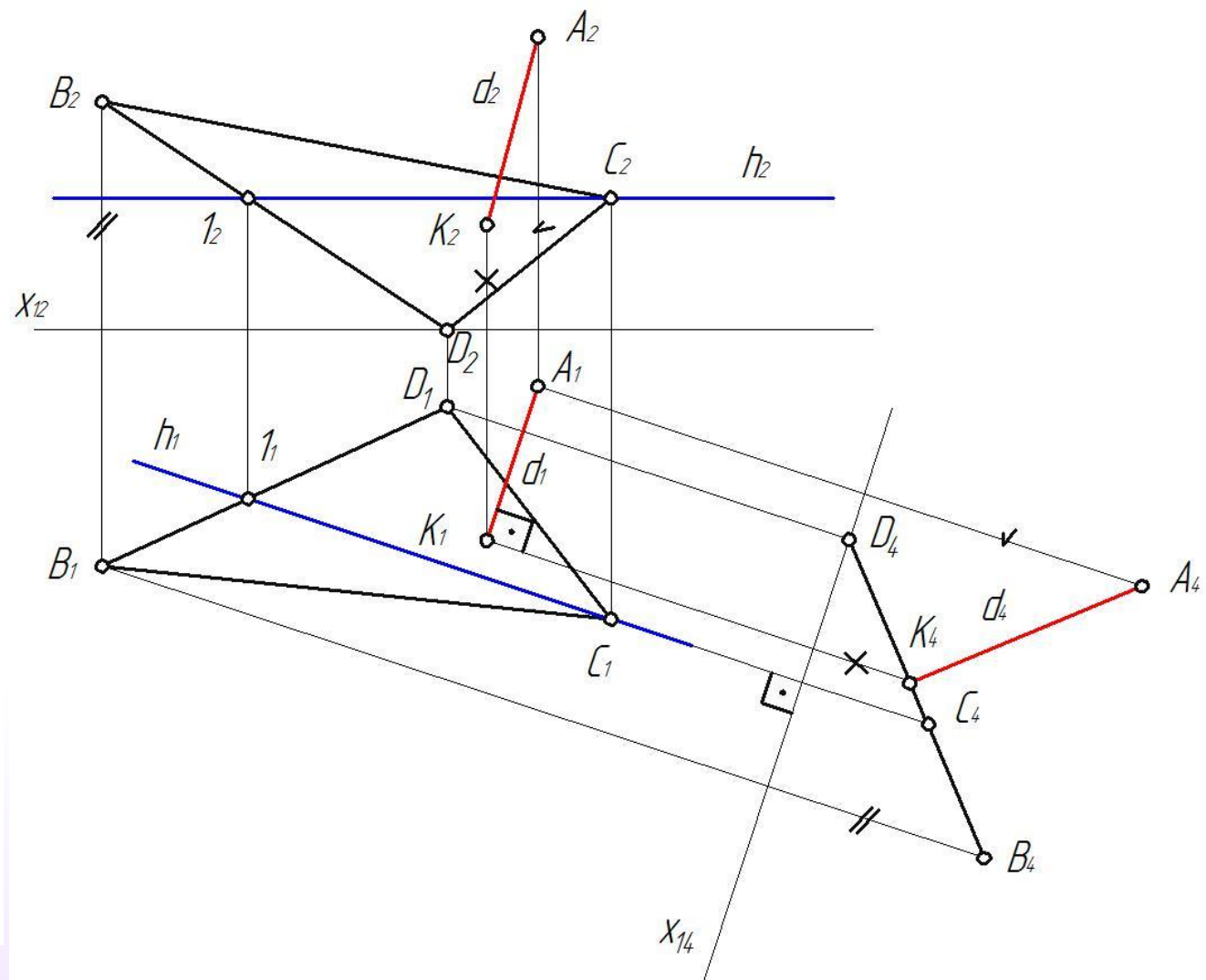
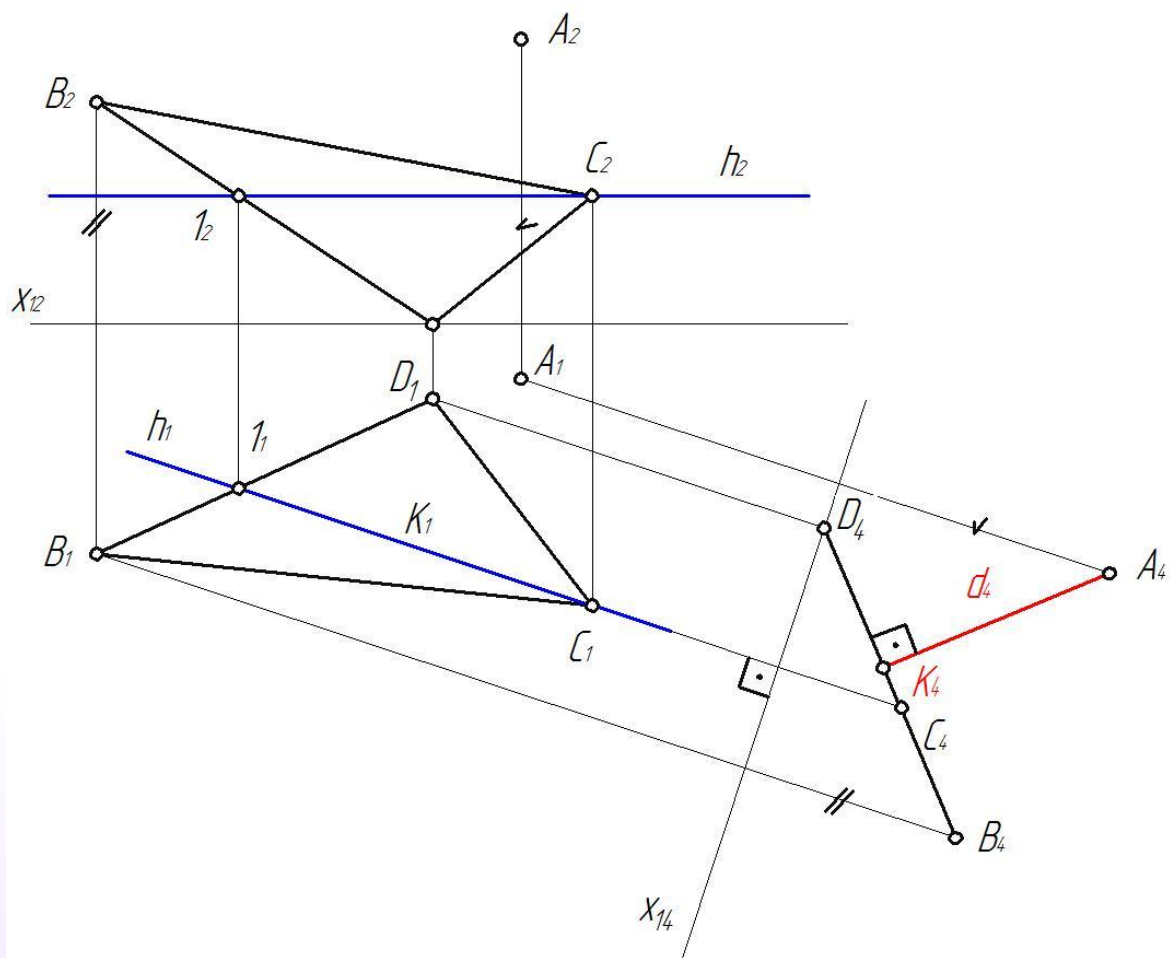
**Пример 8.** Определить расстояние от точки  $A$  до плоскости  $\alpha(\Delta BCD)$



$\Pi_4 \perp \triangle ABC$  и

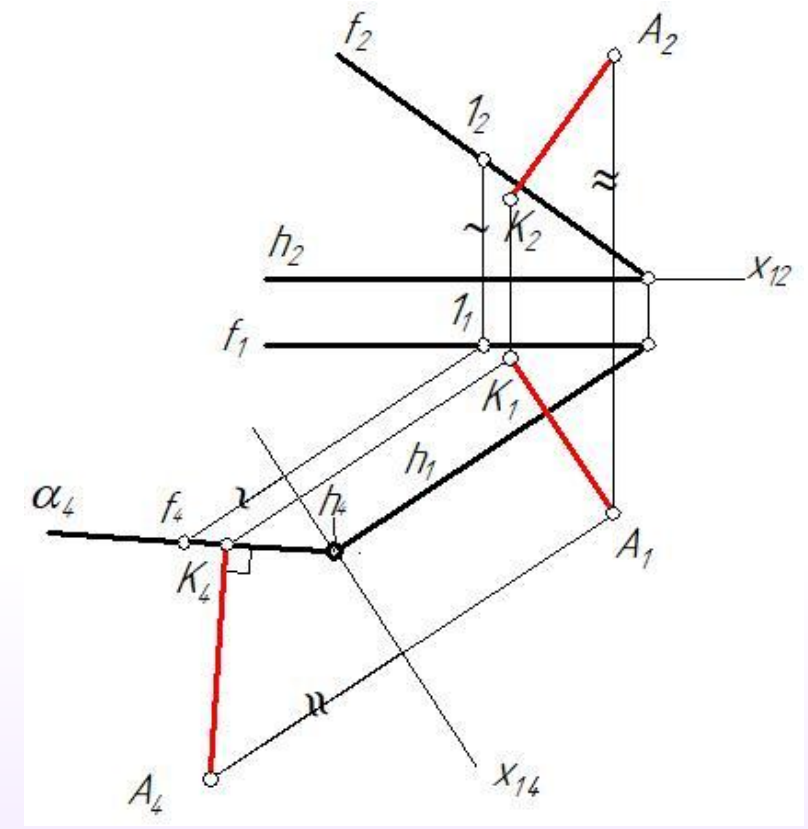
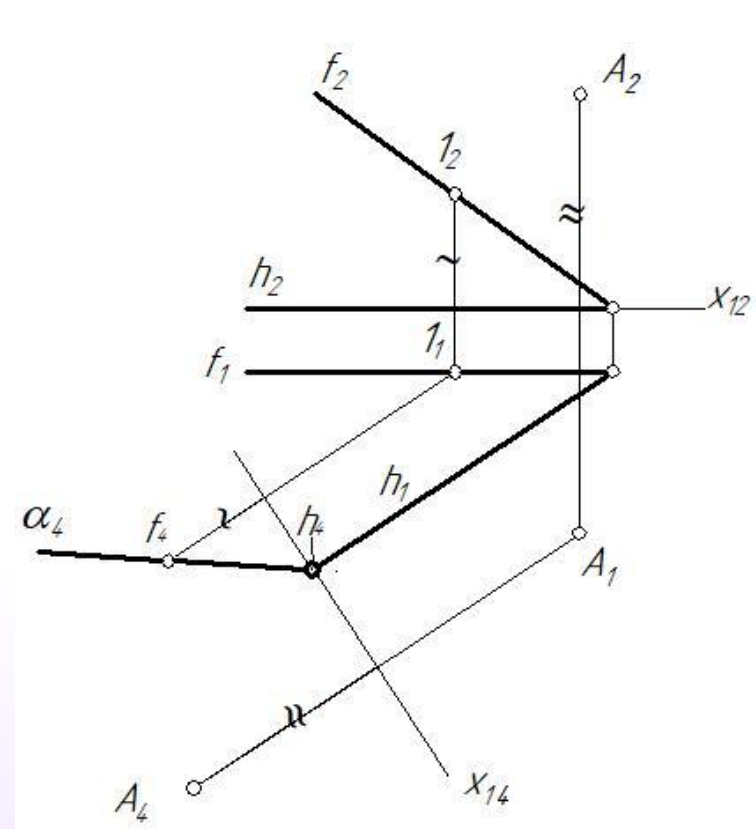
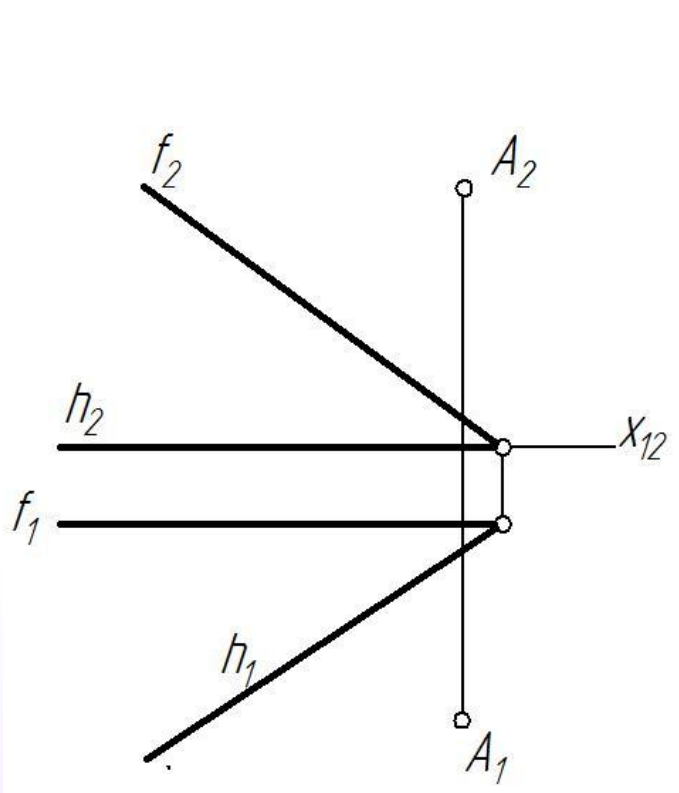
$\Pi_4 \perp \Pi_1 \Rightarrow \Pi_4 \perp \mathbf{h} \Rightarrow x_{14} \perp h_1$





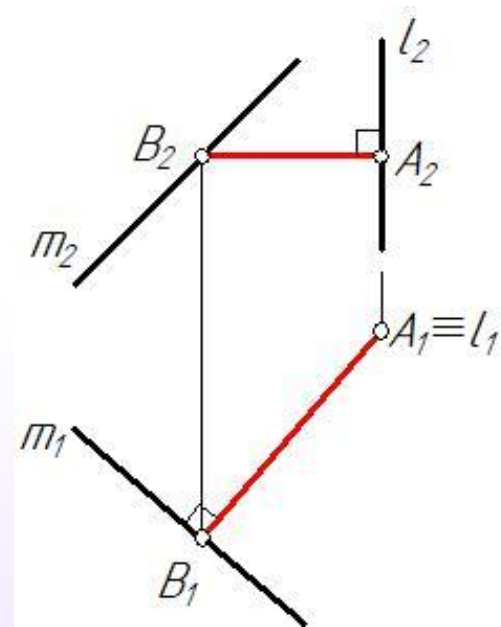
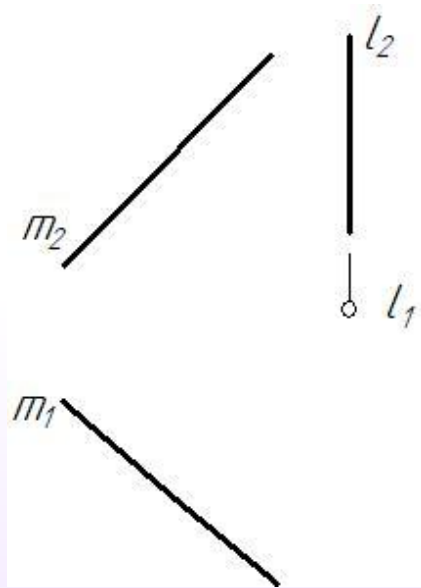


# Пример 9: Определить расстояние от точки A до плоскости $\alpha(h \cap f)$

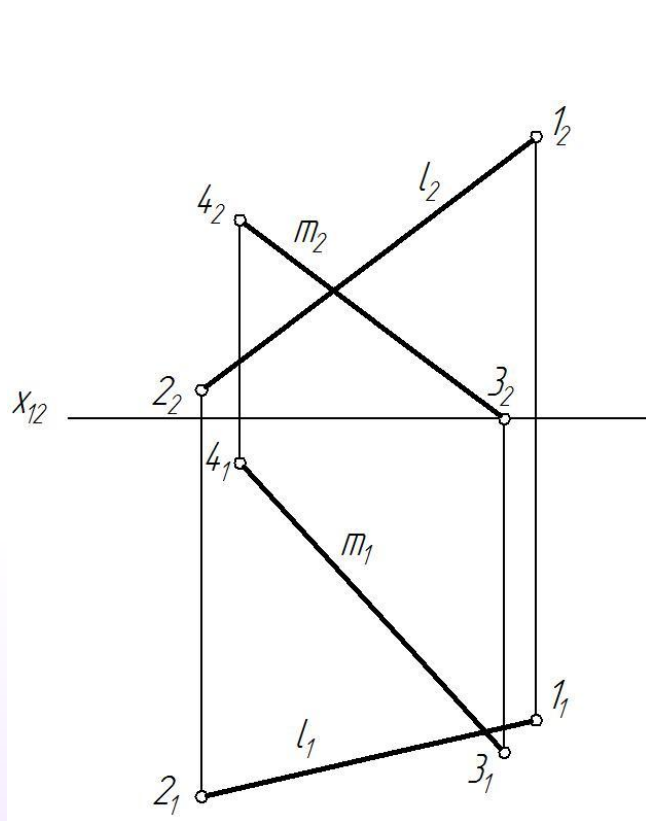


$\Pi_4 \perp \alpha$  и  $\Pi_4 \perp \Pi_1$

# Пример 10. Найти расстояние между скрещивающимися прямыми

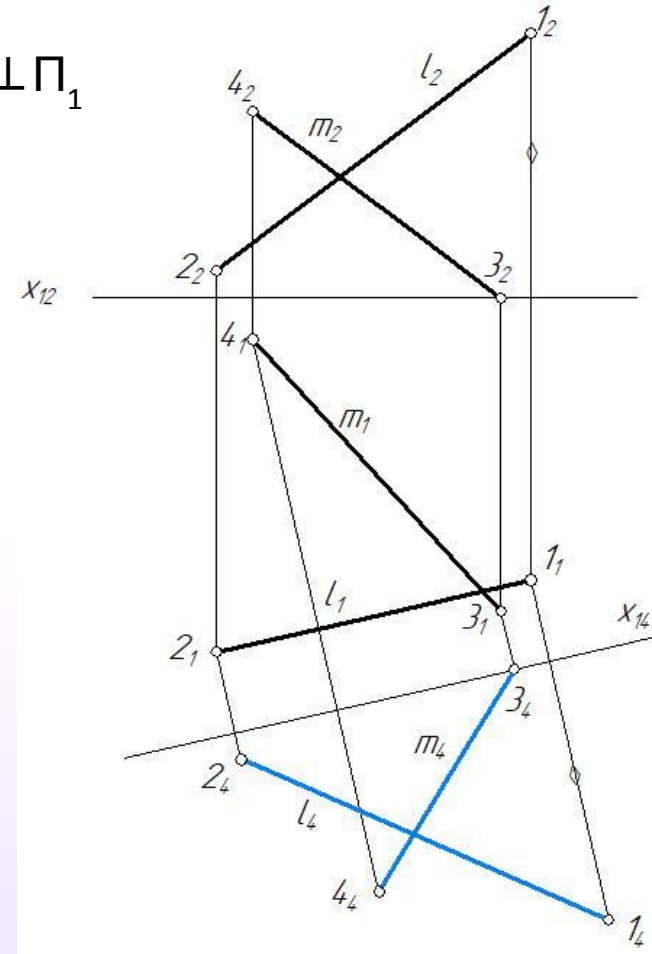


# Пример 11. Найти расстояние между скрещивающимися прямыми



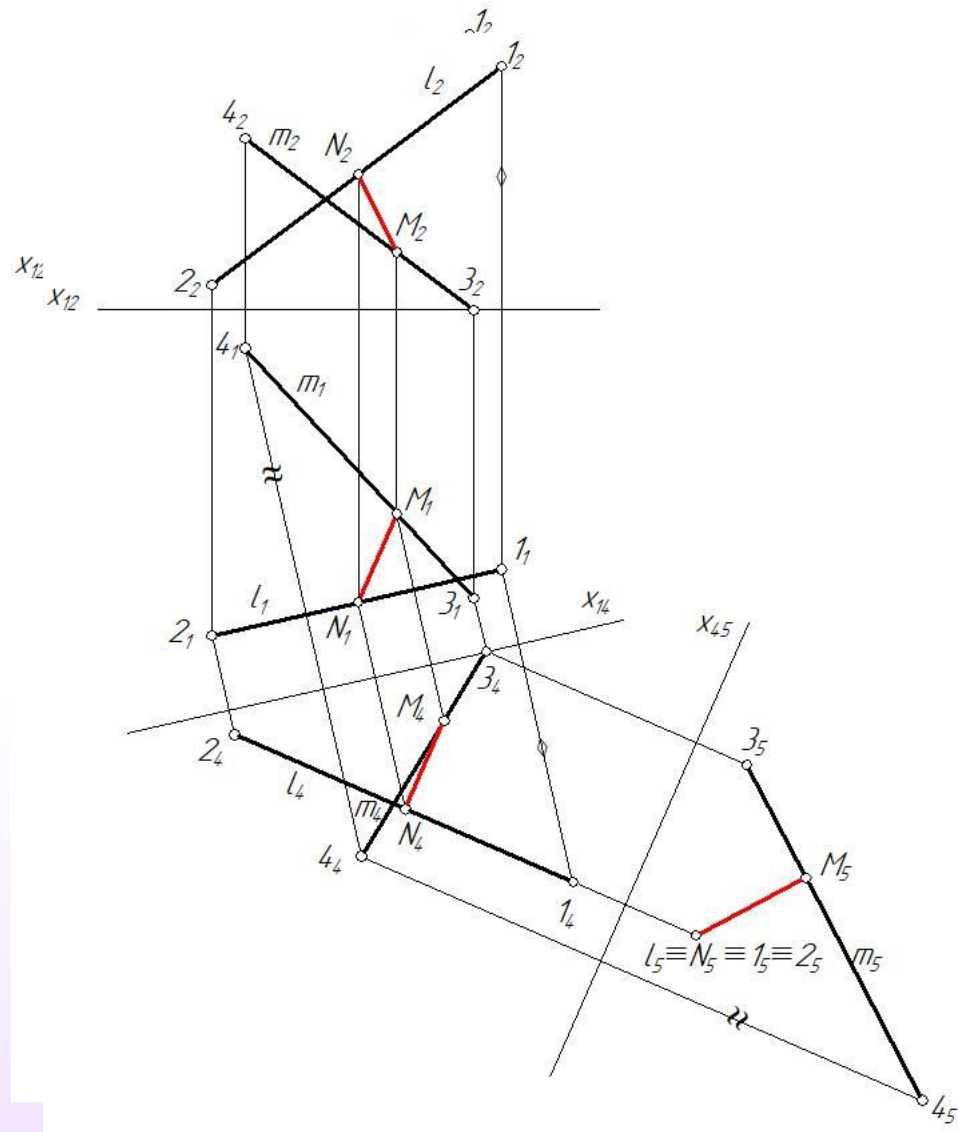
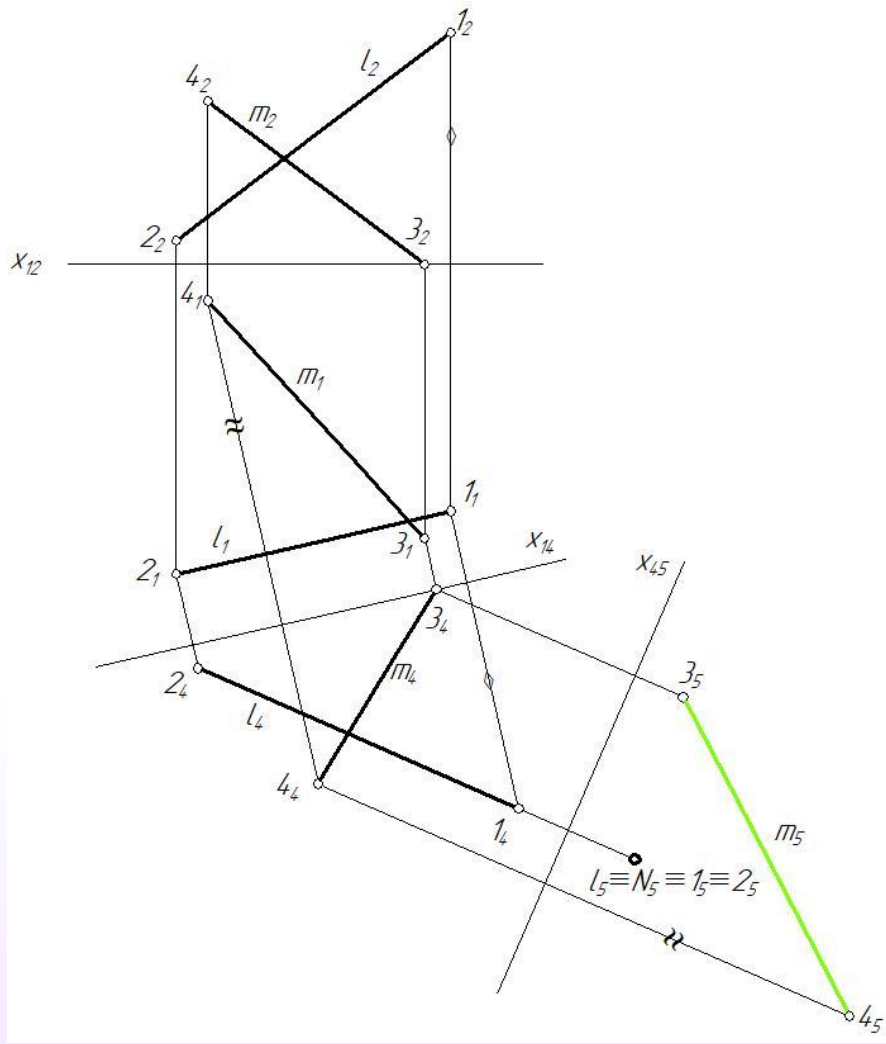
1.  $\Pi_4 \parallel \Pi_1$  и  $\Pi_4 \perp \Pi_2$

$x_{14} \parallel l_1$



$2.\Pi_5 \perp l_4$  и  $\Pi_5 \perp \Pi_4; x_{45} \perp l_4$

5

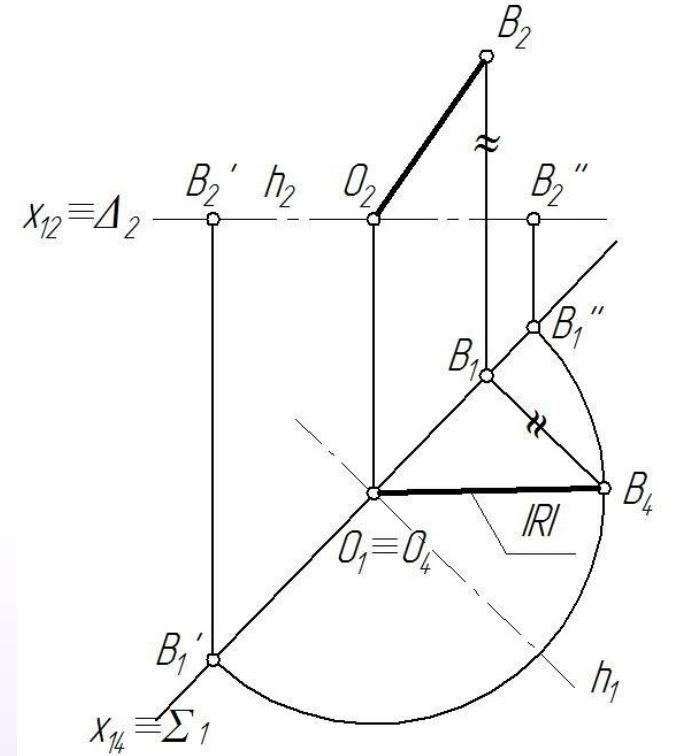
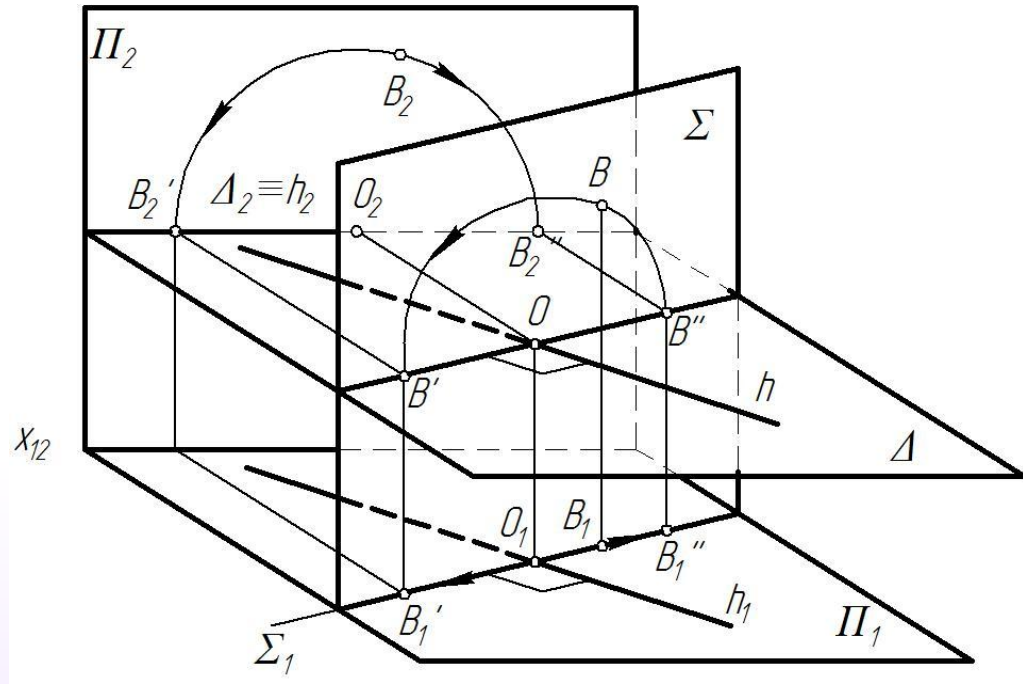


·  
· **Вращение вокруг горизонтали  
или фронтали**

# Ось вращения $i$ является горизонталью $h$

$\Sigma$ -плоскость, в которой вращается точка  $B \Sigma \perp h$

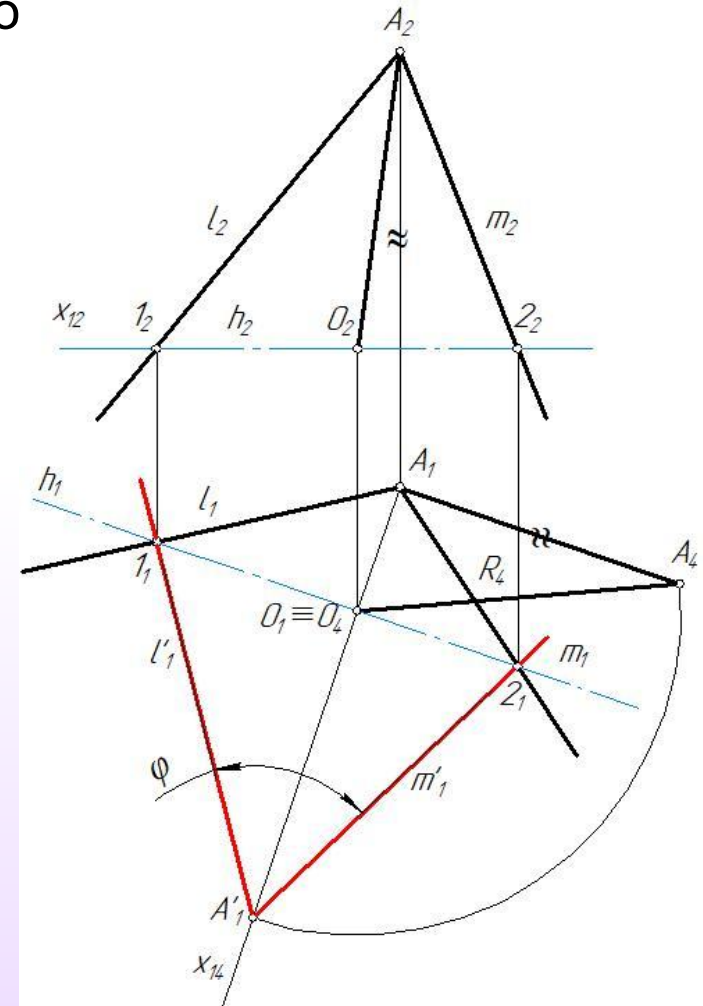
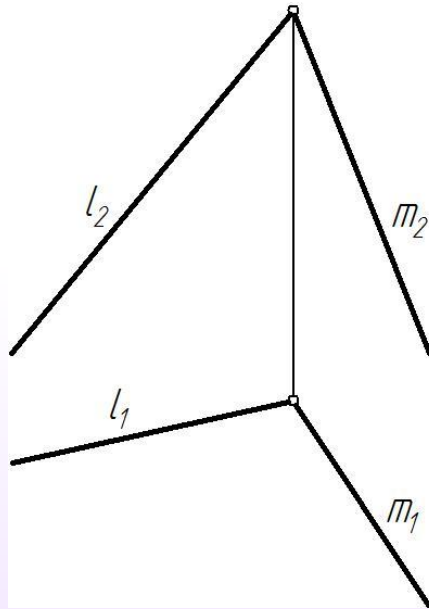
радиус вращения точки  $B$  -  $R_B = OB$



# Определение углов

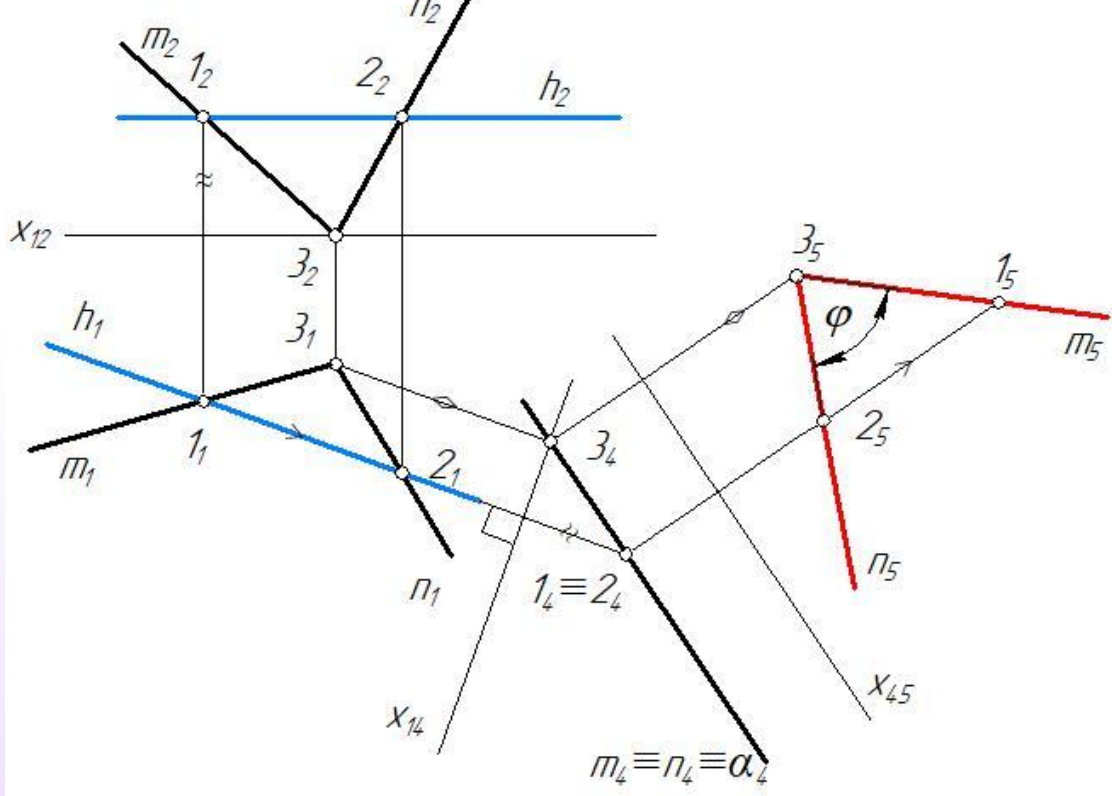
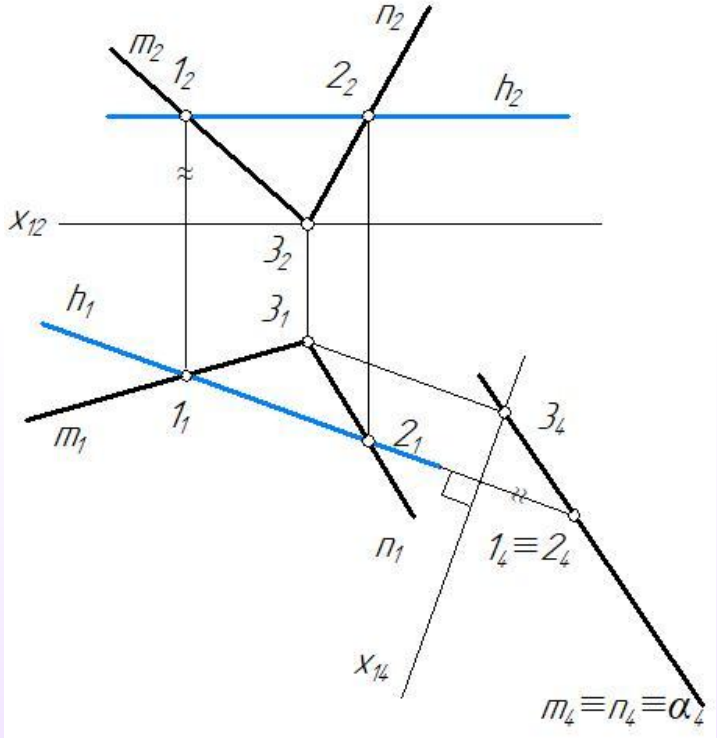
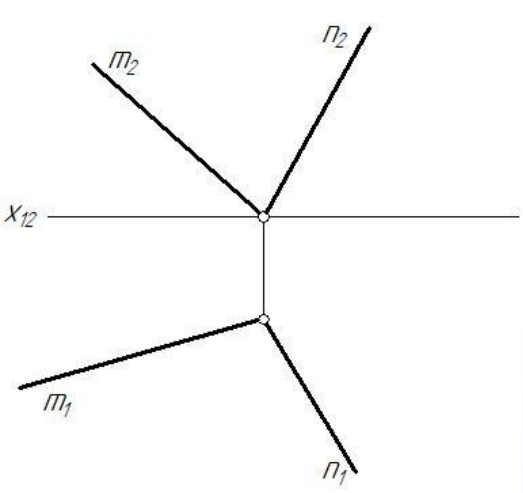
# Угол между пересекающимися прямыми(решено вращением вокруг горизонтали)

1. Строим горизонталь  $h$ -ось вращения;
2. Строим  $A_1O_1 \perp h_1$ ,  $AO$ -радиус вращения точки  $A$ ;
3.  $AO$ -отрезок общего положения, найдем его натуральную величину. Для этого спроецируем его на  $\Pi_4 \parallel AO$
4. Повернем точку  $A$  в плоскость, перпендикулярную о вращения  $h$



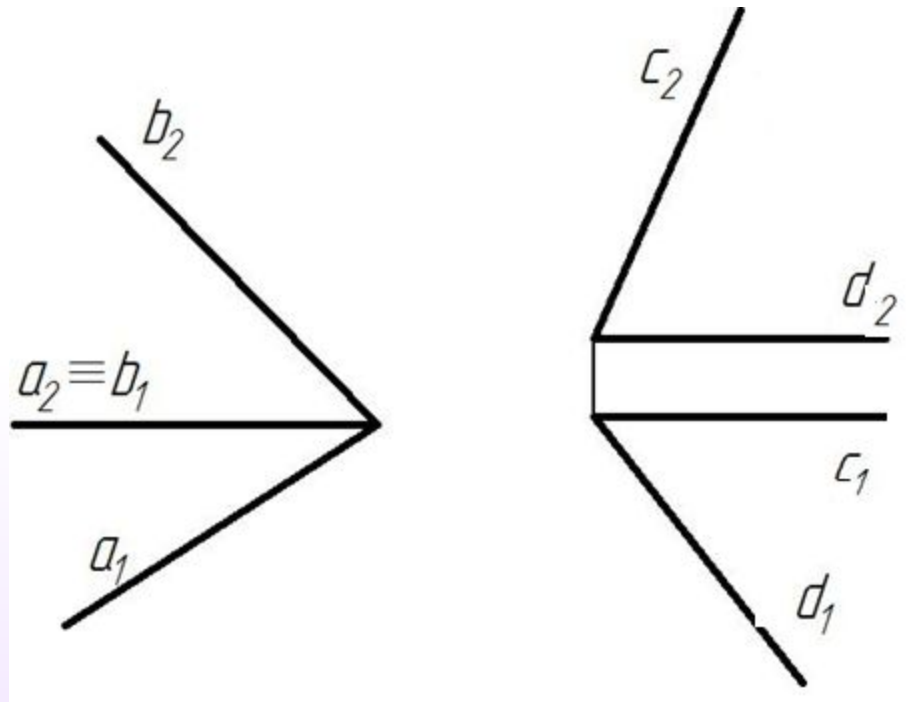
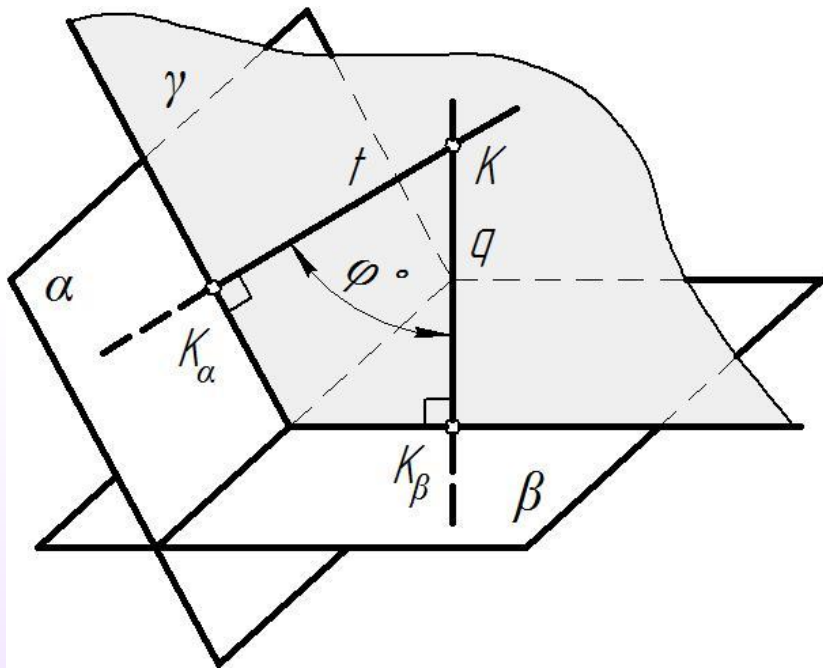


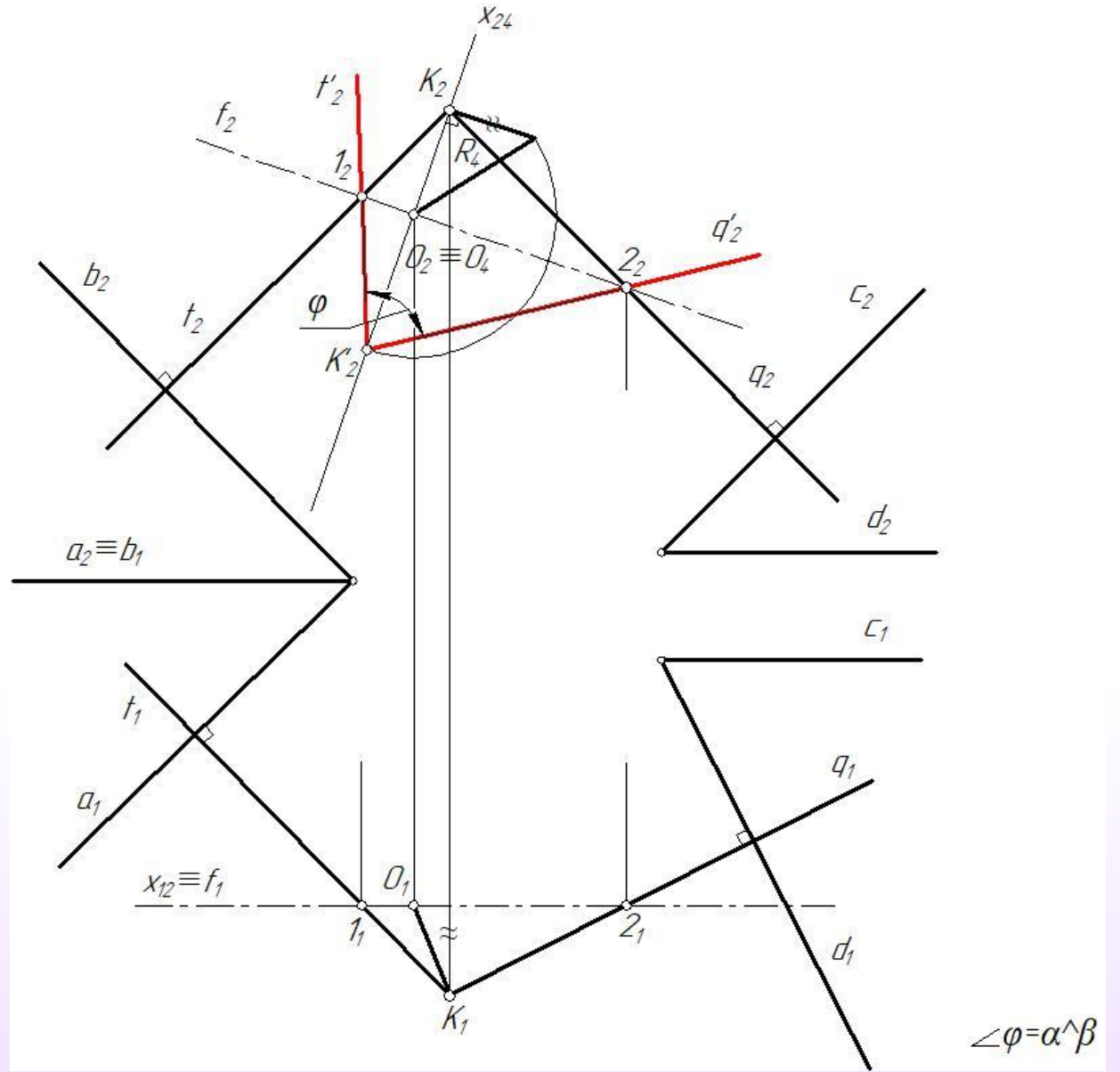
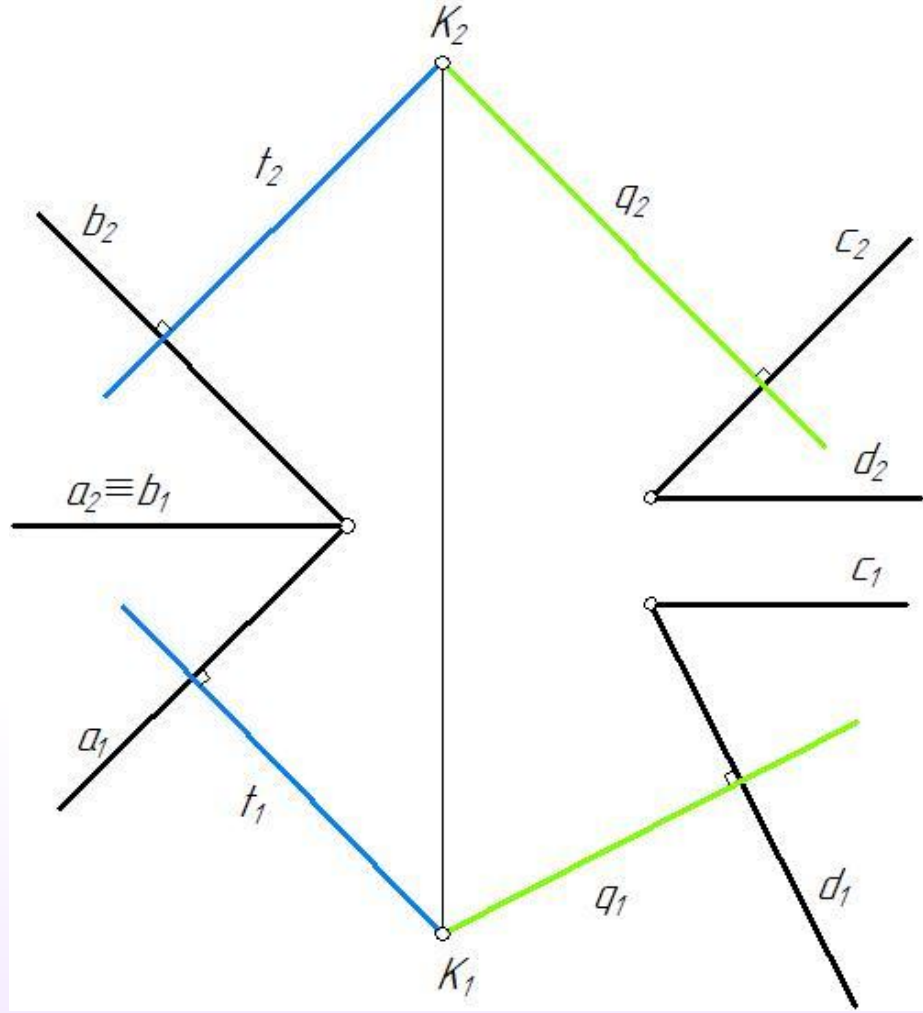
# Угол между пересекающимися прямыми (решено дополнительным ортогональным проецированием)



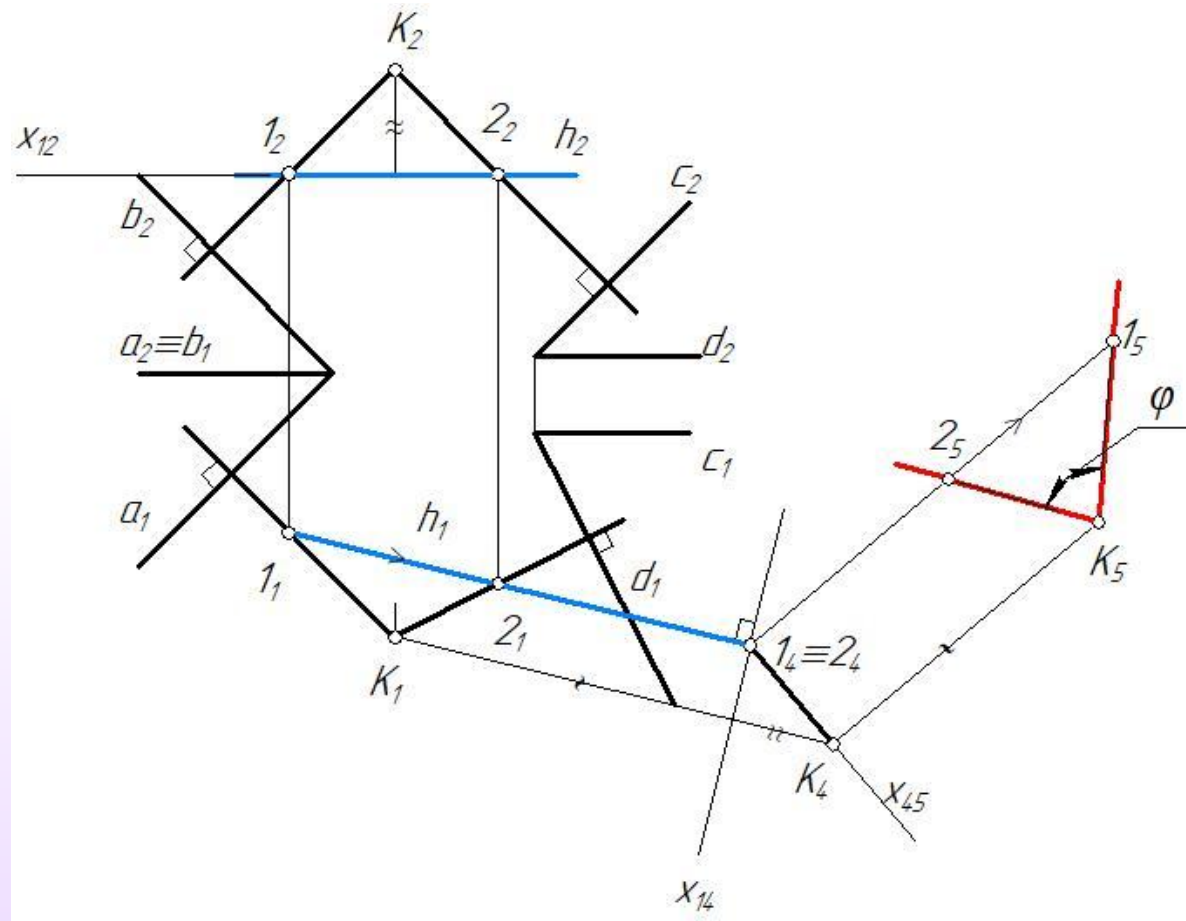
# Угол между плоскостями

Угол между плоскостями равен углу между двумя перпендикулярами, опущенными из любой точки пространства на эти плоскости.





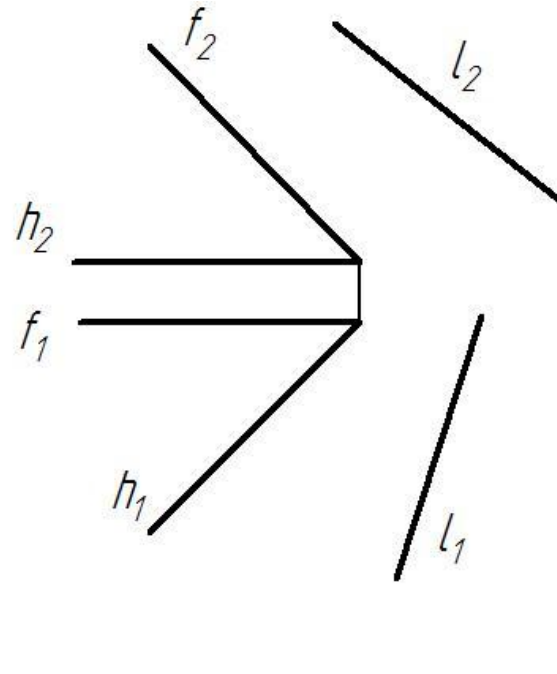
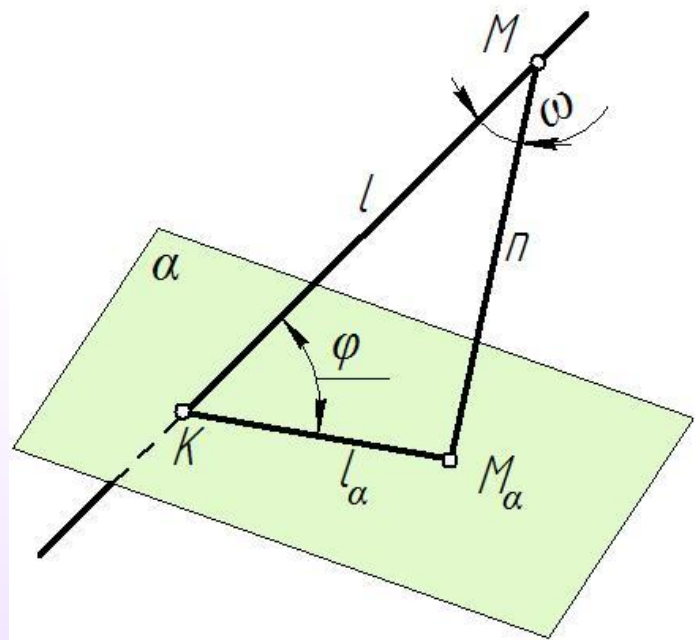
Угол между плоскостями(решено  
дополнительным ортогональным  
проецированием)

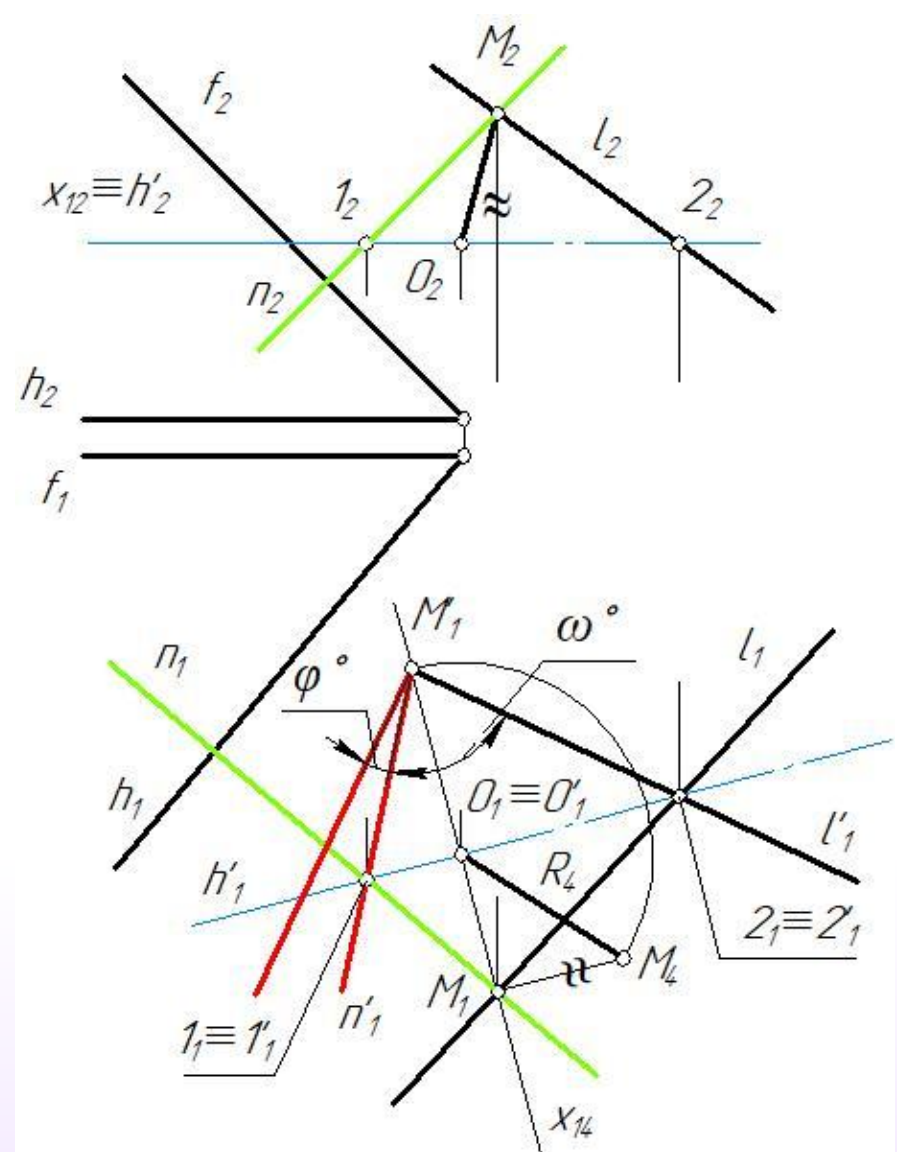
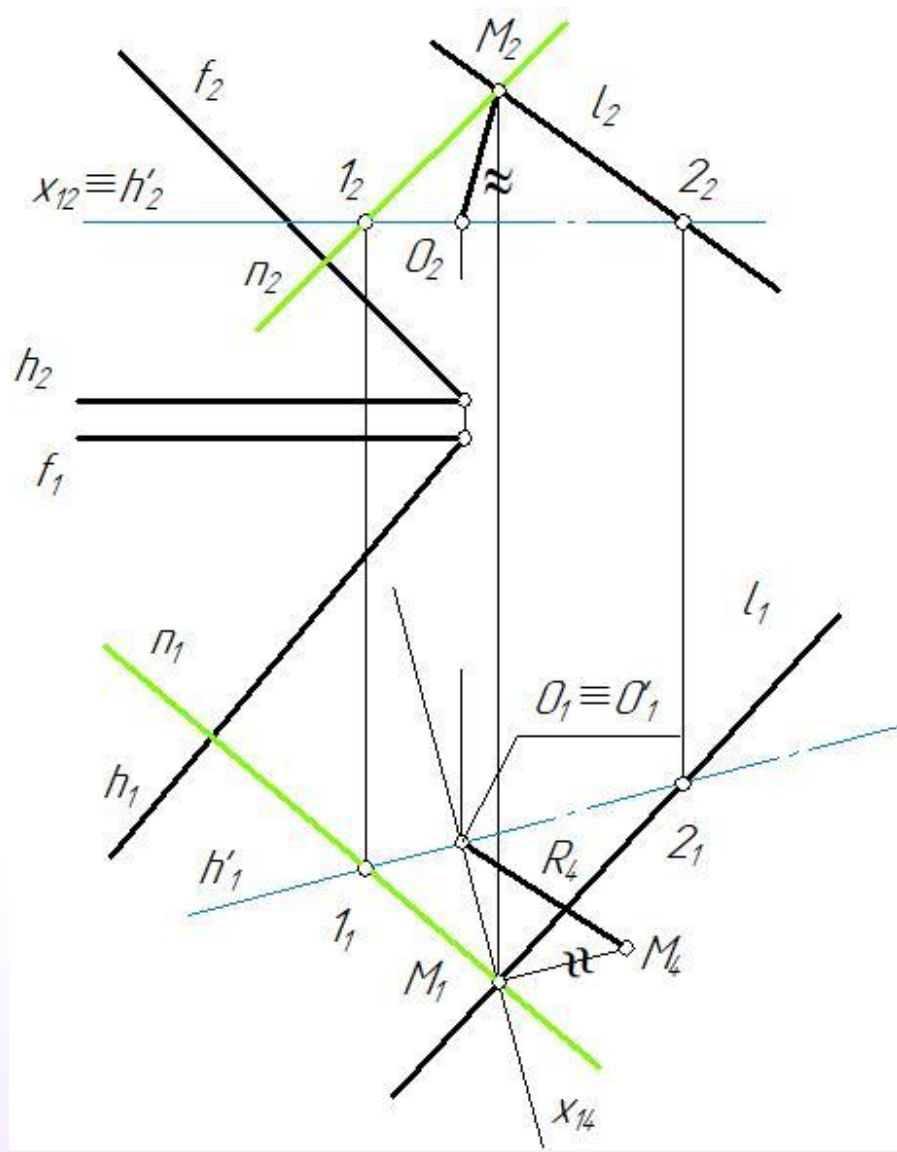


# Угол между прямой и плоскостью

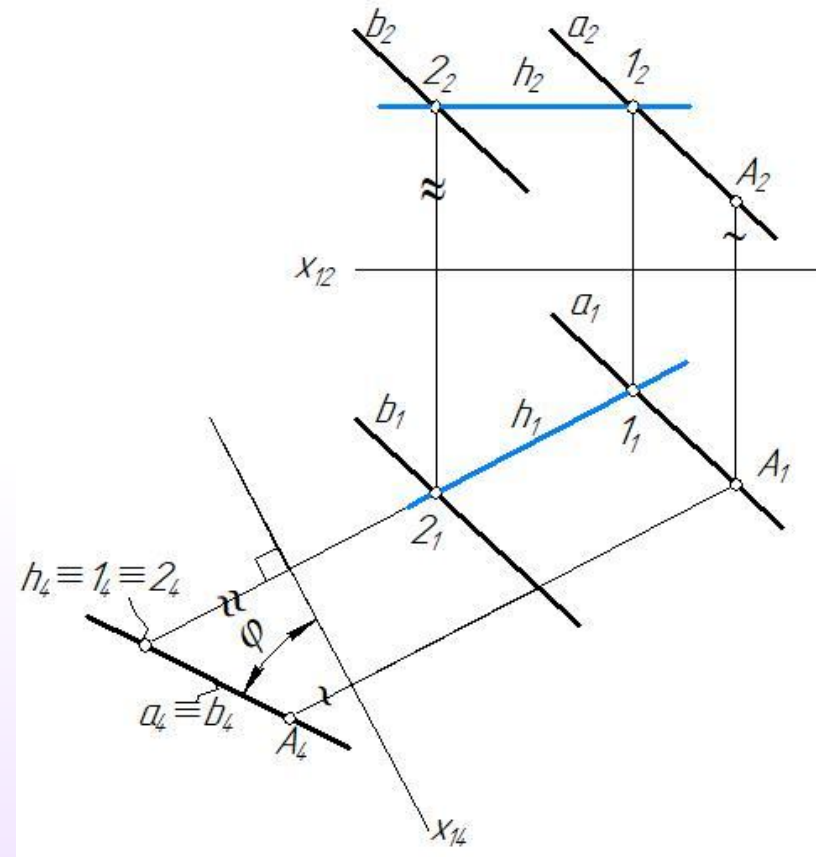
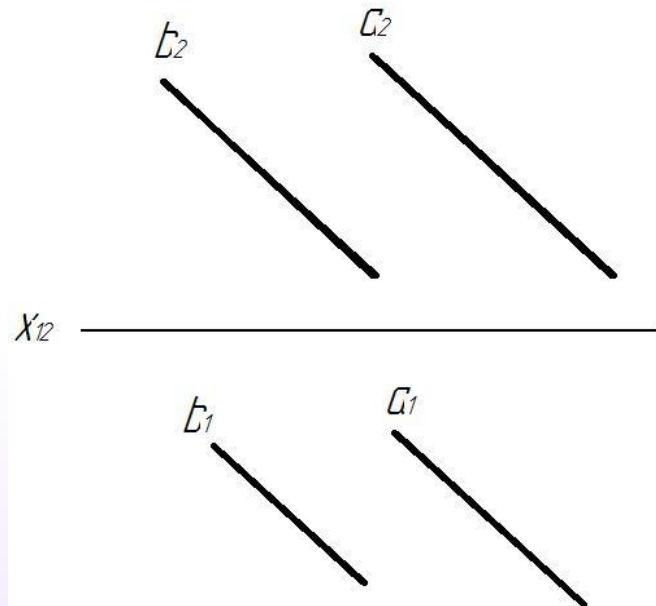
Углом между прямой и плоскостью является угол между этой прямой и её ортогональной проекцией на эту плоскость.

Решение задачи упрощается, если определить угол  $\omega$  (угол между прямой  $l$  и перпендикуляром  $n$ ). Зная угол  $\omega$ , определим искомый угол  $\phi = 90^\circ - \omega$ .



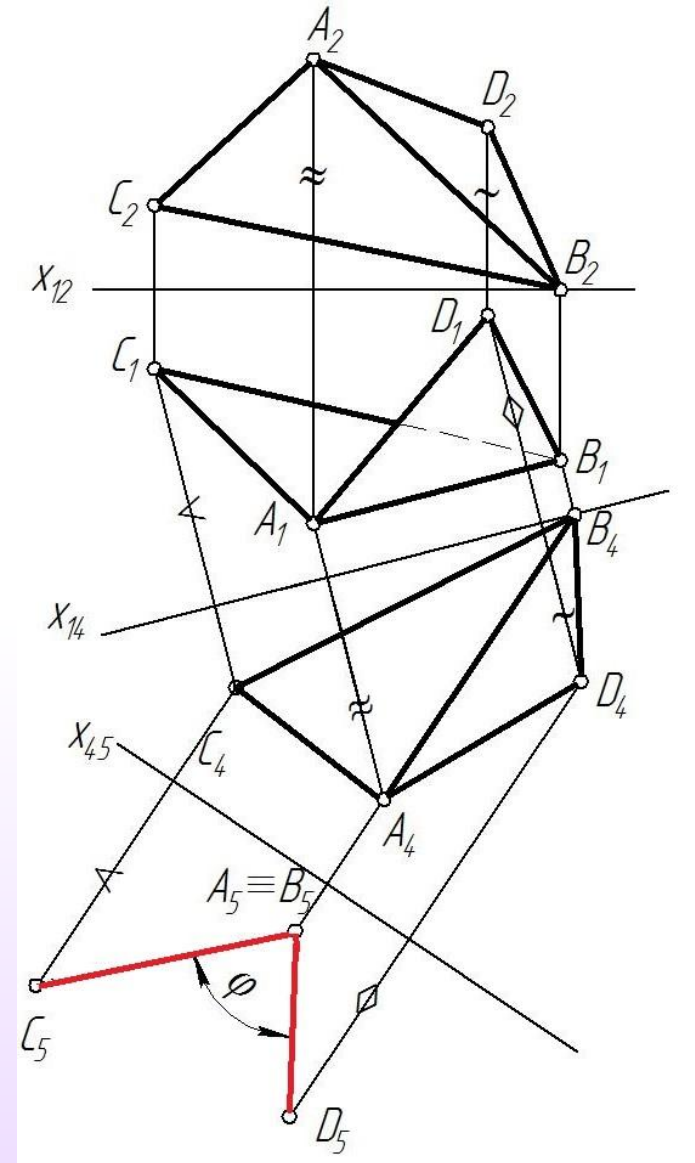
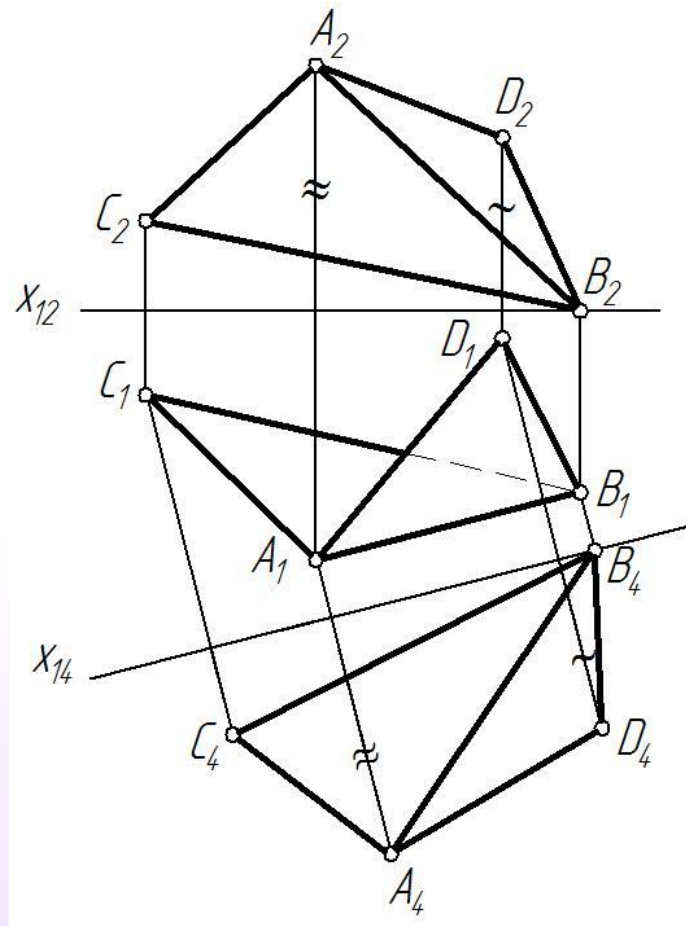
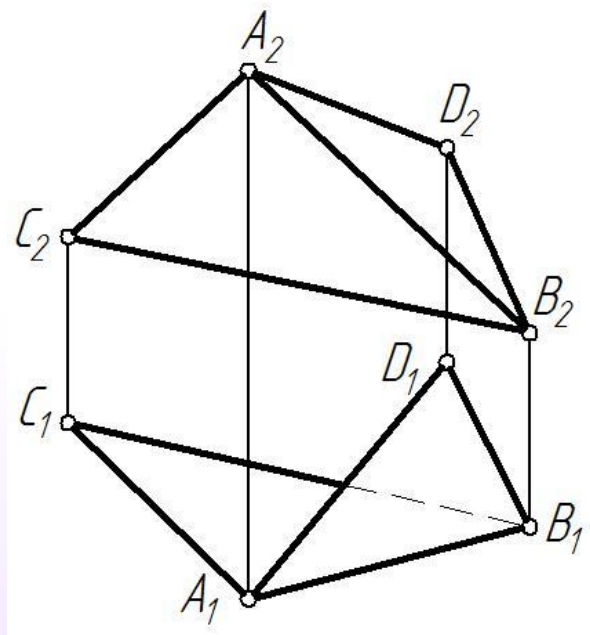


# Угол наклона плоскости к плоскости проекций $\Pi_1$





# Определение двугранного угла между плоскостями





Определение истинной величины  
треугольника (решено вращением вокруг  
горизонтали)

