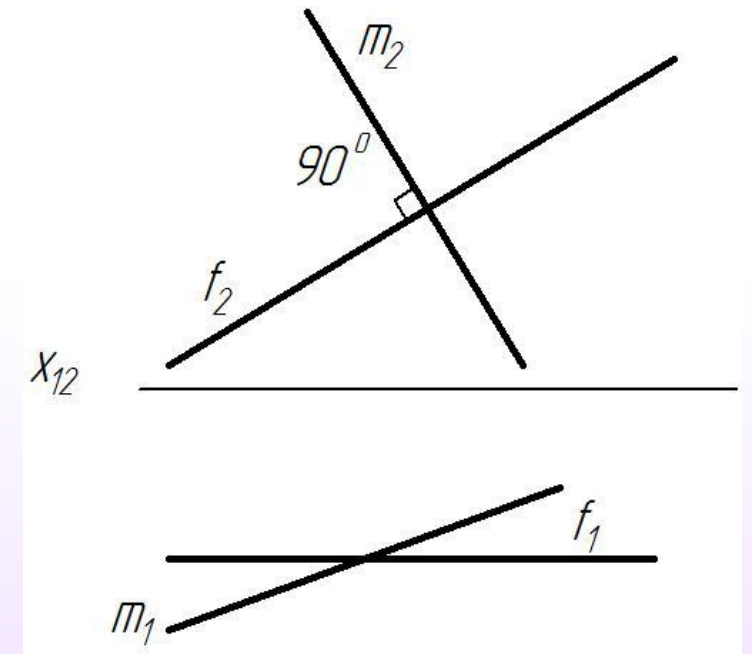
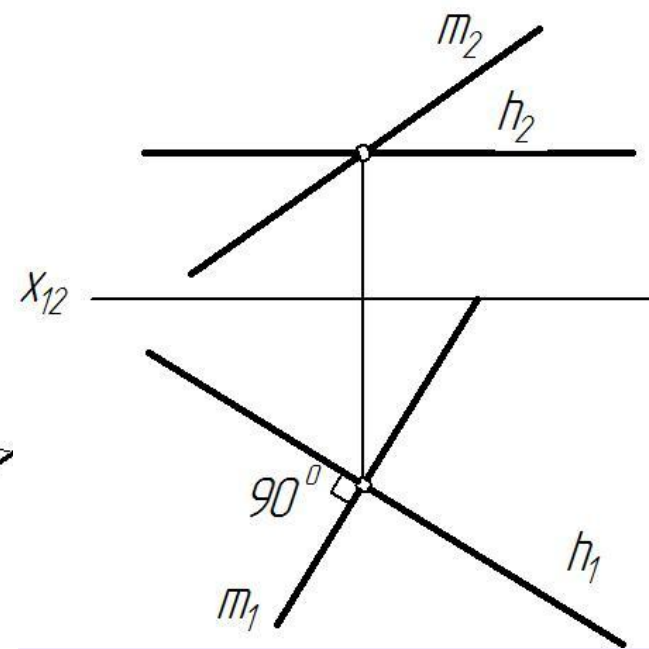
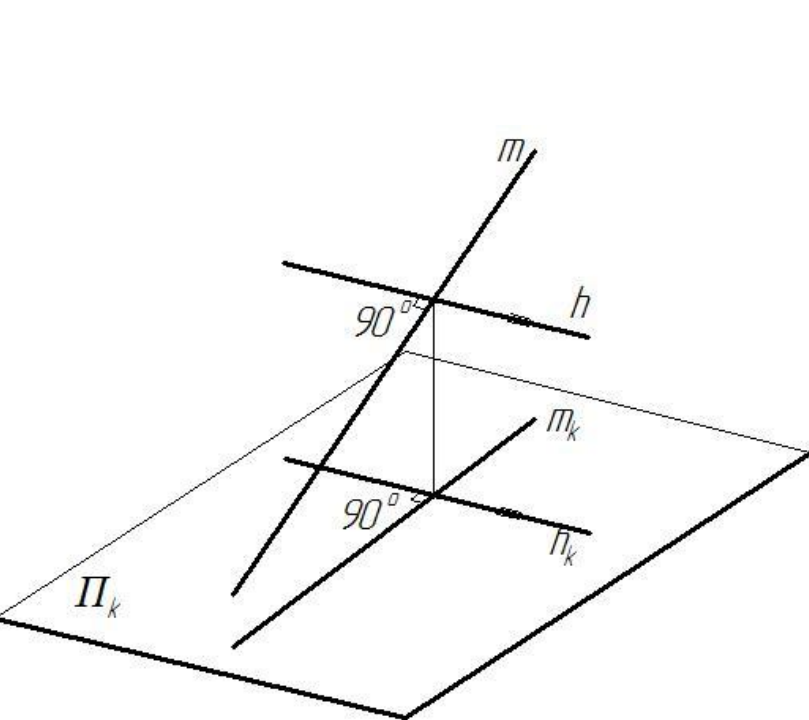


Начертательная геометрия

Метрические задачи
Автор: Леонова О.Н.

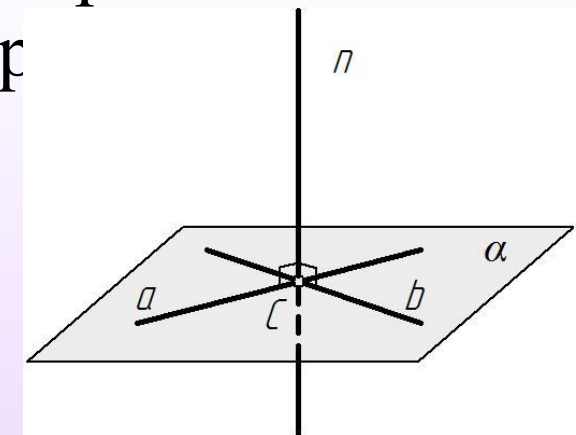
**Метрические задачи-это
задачи на определение
расстояний ,углов и
истинных величин
плоских фигур**

Теорема о проекциях прямого угла: Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, то на эту плоскость проекций прямой угол проецируется без искажения



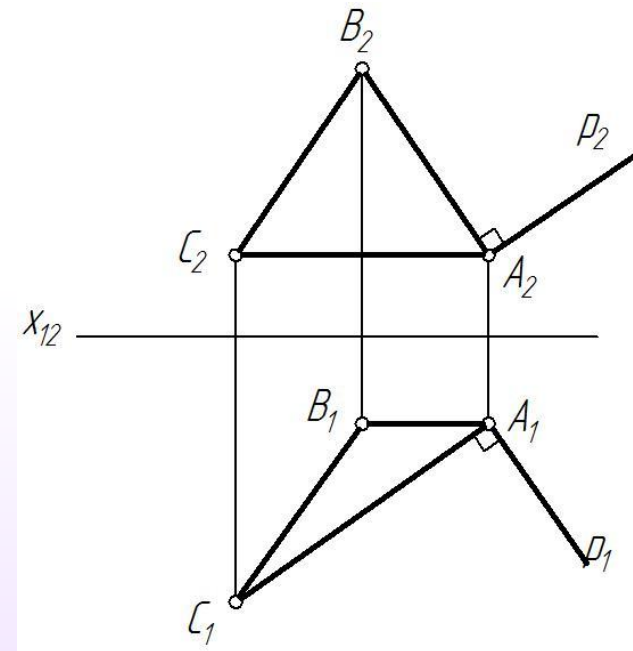
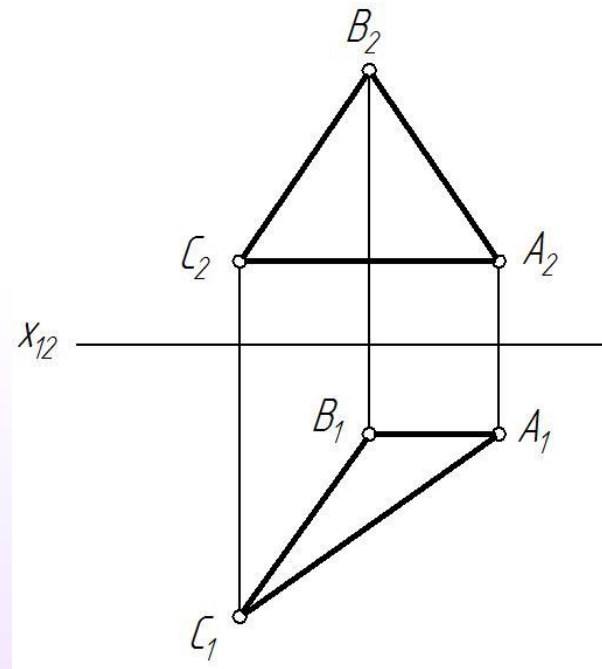
Перпендикулярность прямой и плоскости

Из геометрии известно, что прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости. В начертательной геометрии для того чтобы прямой угол проецировался в истинную величину надо фронтальную проекцию перпендикуляра провести перпендикулярно фронтальной проекции фронтали $n_2 \perp f_2$, а горизонтальную проекцию перпендикуляра перпендикулярно горизонтальной проекции гор



Пример 1. В точке A провести перпендикуляр к плоскости $\alpha(\triangle ABC)$

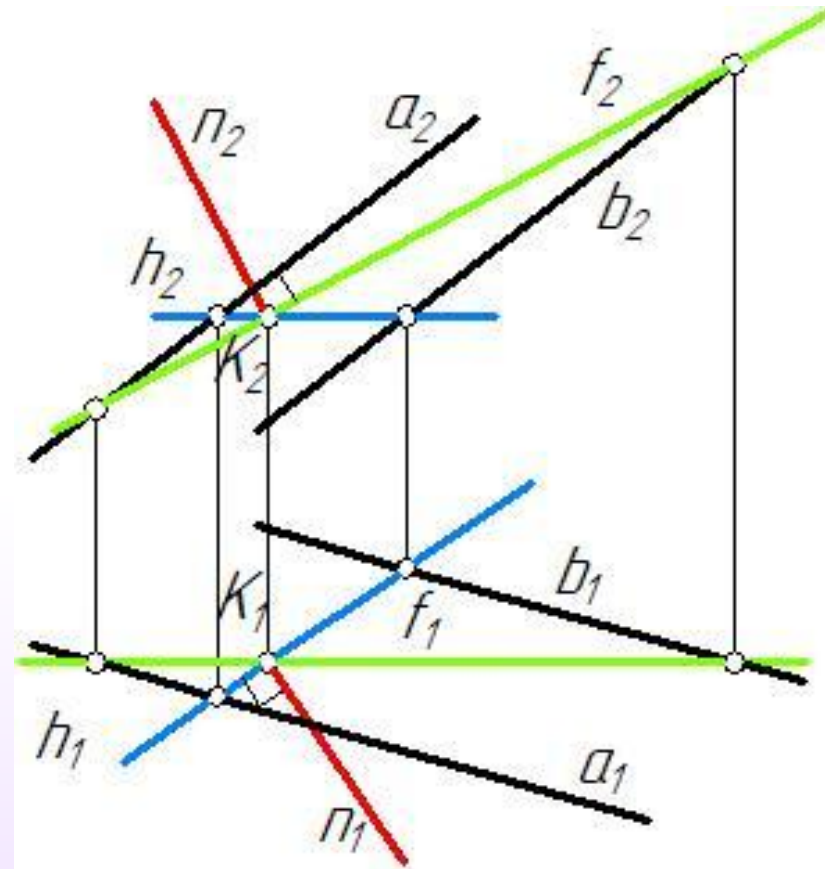
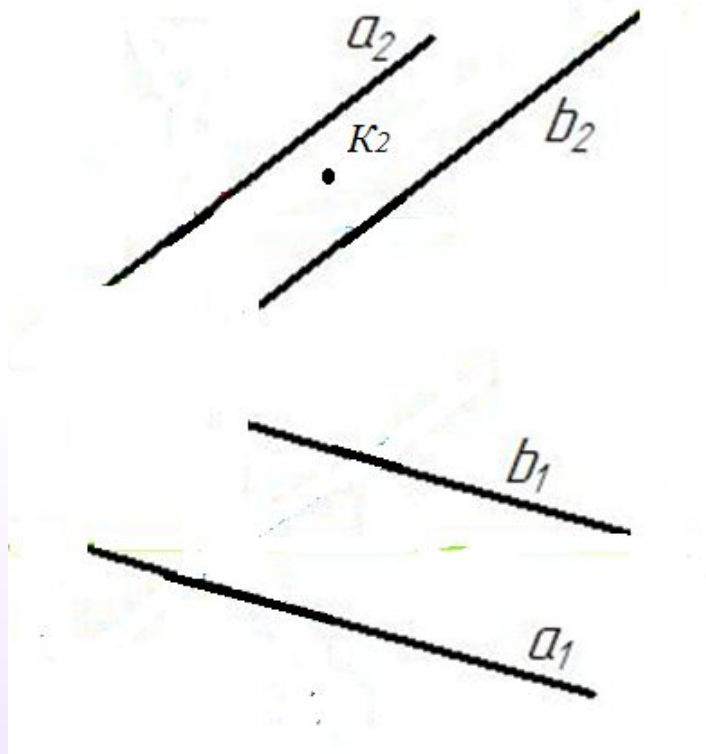
- Прямая AB является фронталью, а прямая AC - горизонталью. Строим $p_2 \perp A_2B_2$ и $p_1 \perp A_1C_1$.



Пример 2. Провести перпендикуляр к плоскости α ($a \parallel b$)

1. Строим горизонталь и фронталь через точку K .

2. Строим $n_2 \perp f_2$; $n_1 \perp h_1$

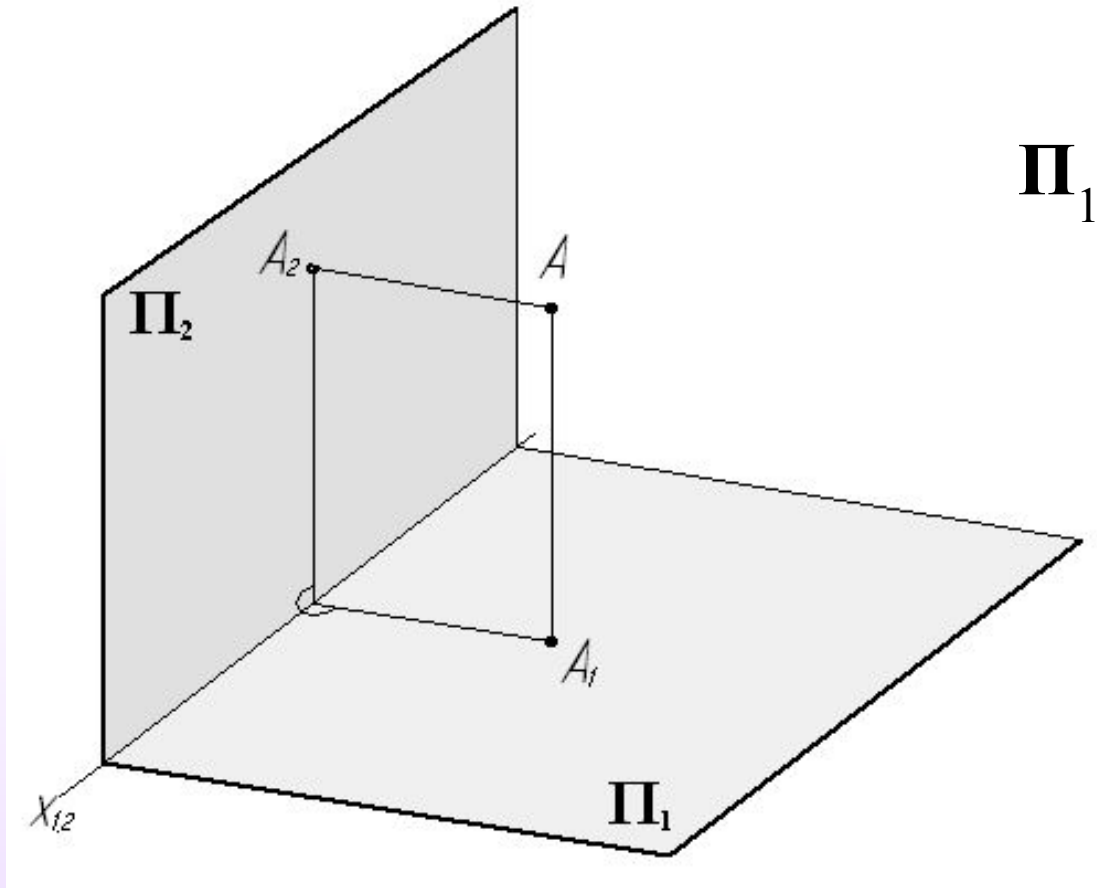


Способы преобразования проекций применяют для получения нового изображения объекта или группы объектов, которое позволяет упростить решение поставленной задачи.

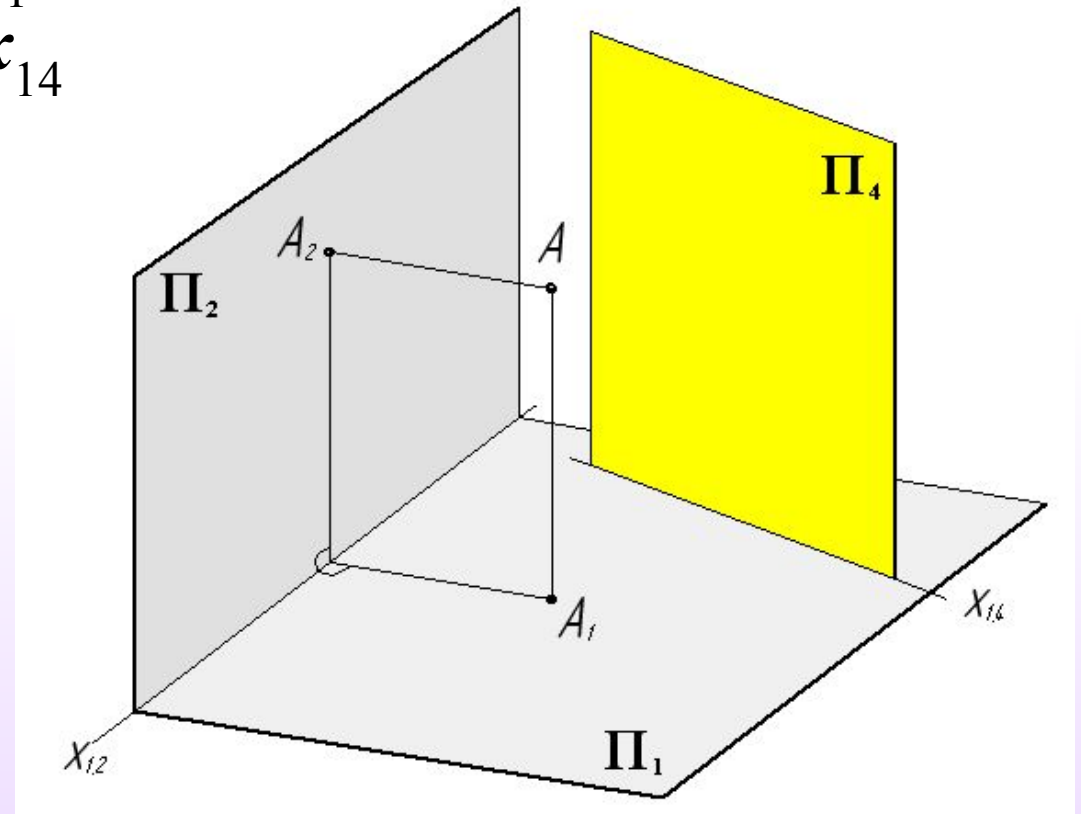
Как правило, это переход от общего положения к частному.

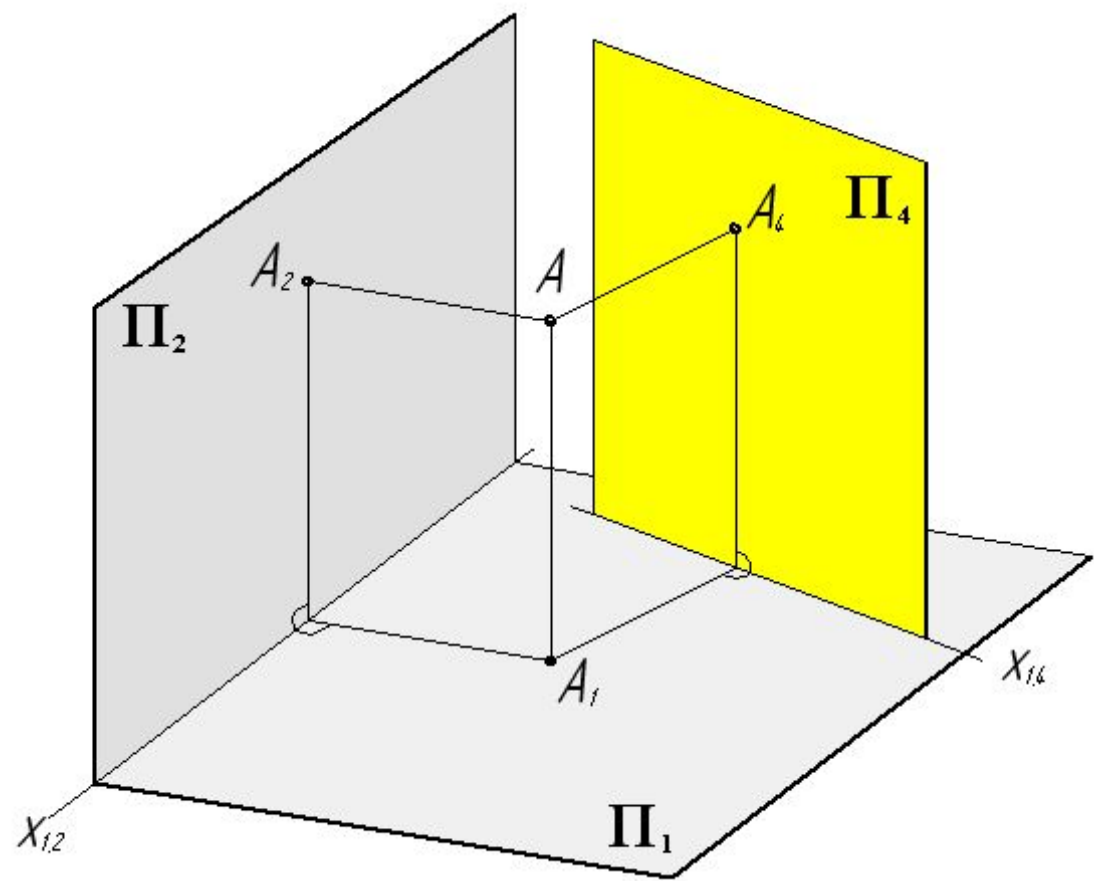
Дополнительное прямоугольное проецирование

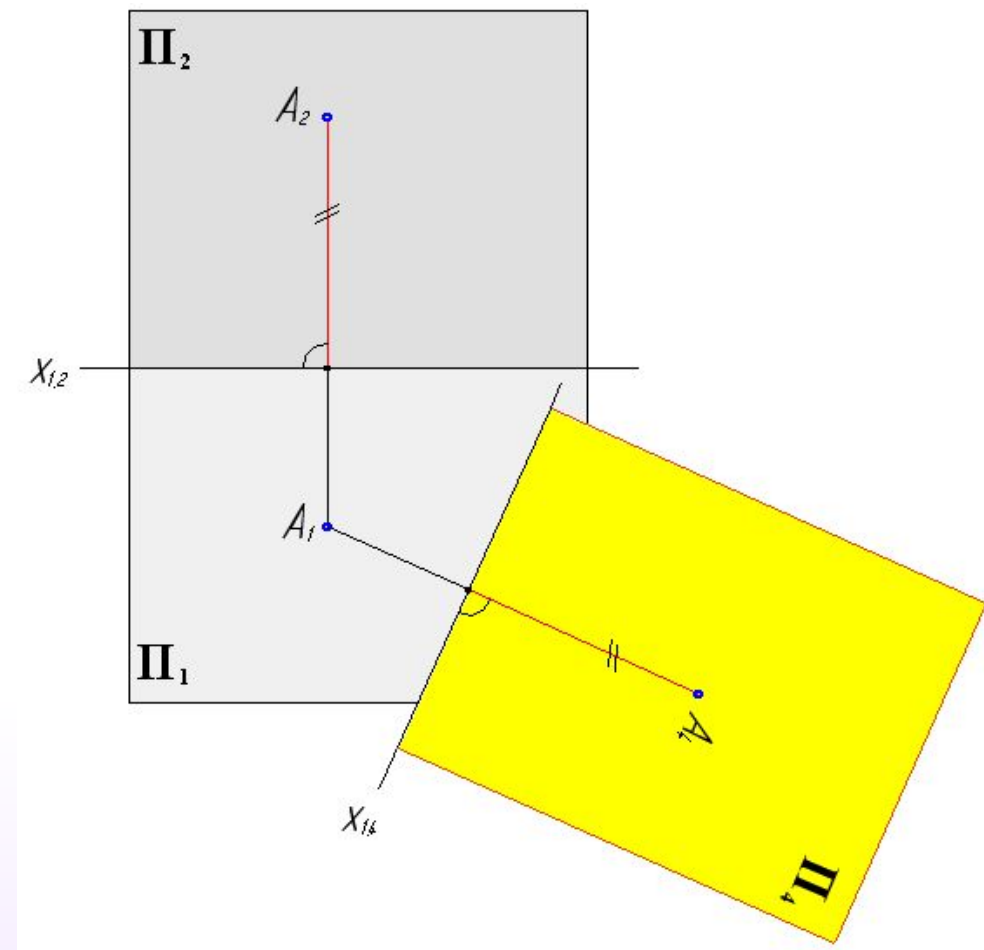
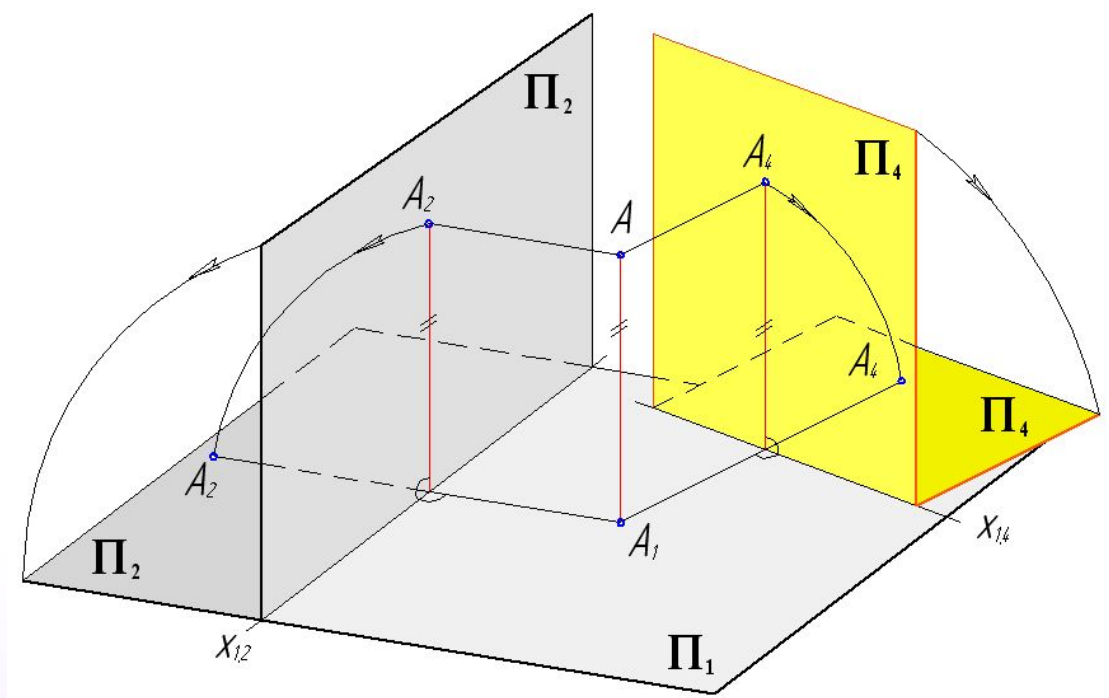
Вновь вводимая плоскость проекций должна быть перпендикулярна либо плоскости проекций Π_2 , либо Π_1 .



$$\begin{aligned} \Pi_4 &\perp \Pi_1 \\ \Pi_1 \cap \Pi_4 &= x_{14} \end{aligned}$$

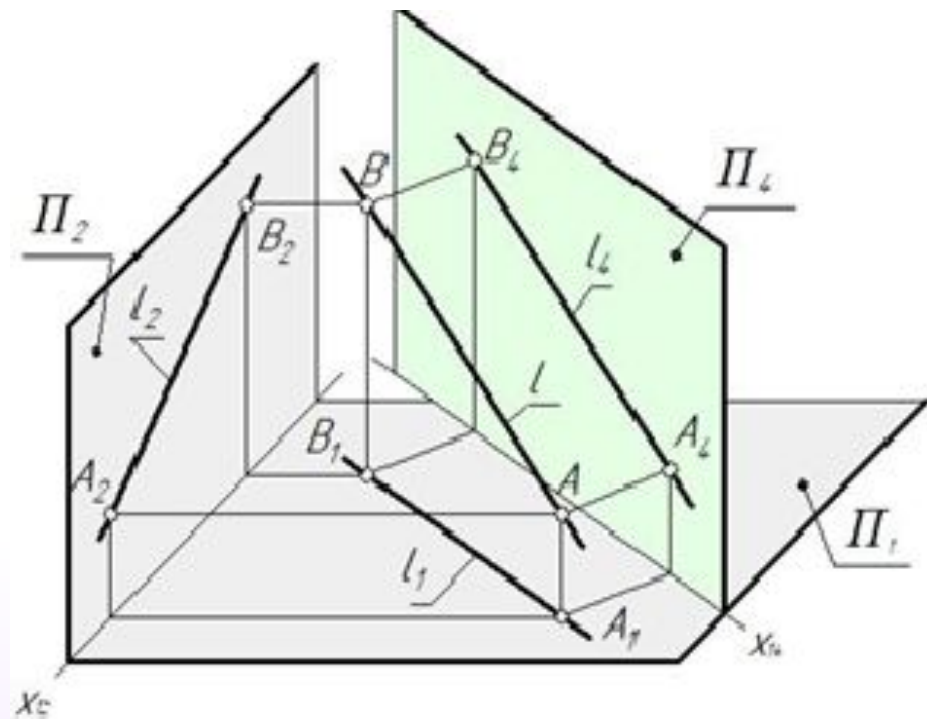
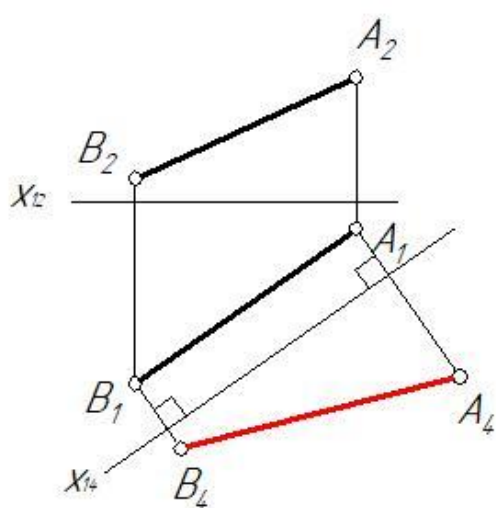
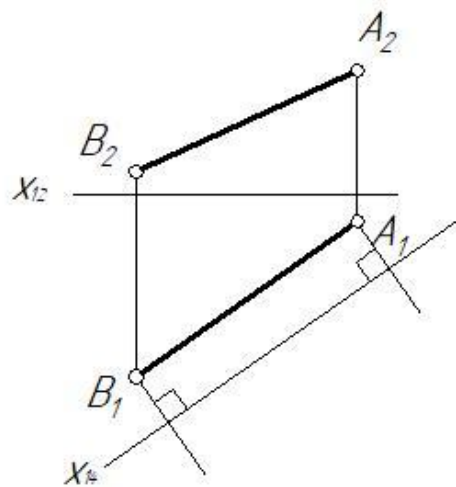
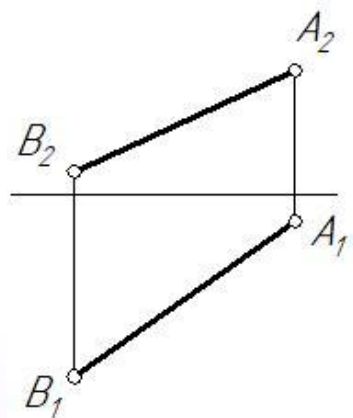






Пример1. Найти длину отрезка AB .

$\Pi_4 \perp \parallel AB$ и $\Pi_4 \perp \Pi_1$

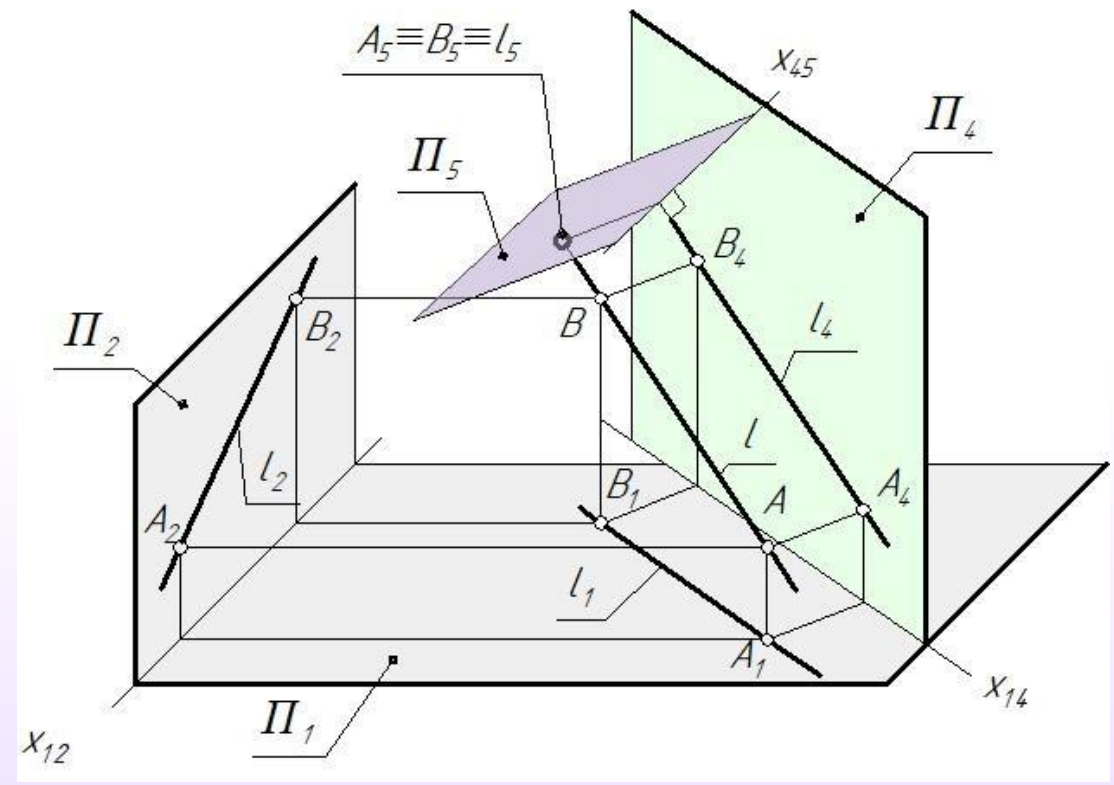
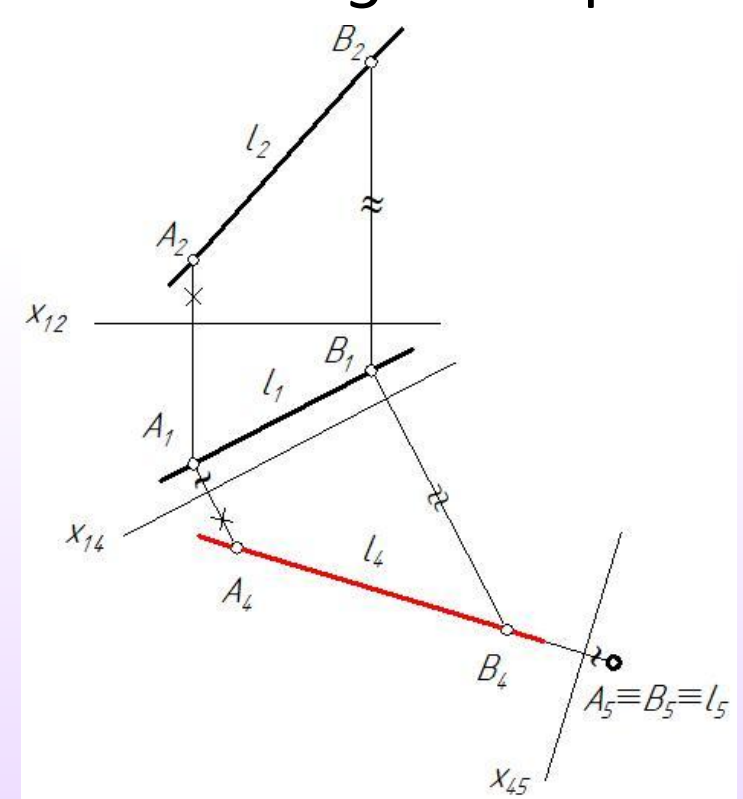
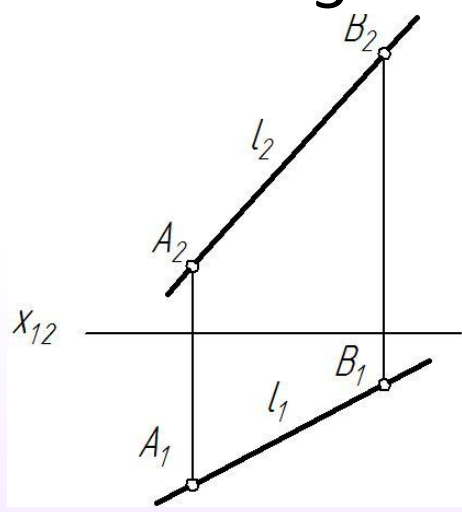


Пример 2. Построить дополнительную ортогональную проекцию прямой общего положения на плоскость ей перпендикулярную

перпендикулярную

1. $\Pi_4 \parallel AB$ и $\Pi_4 \perp \Pi_1$

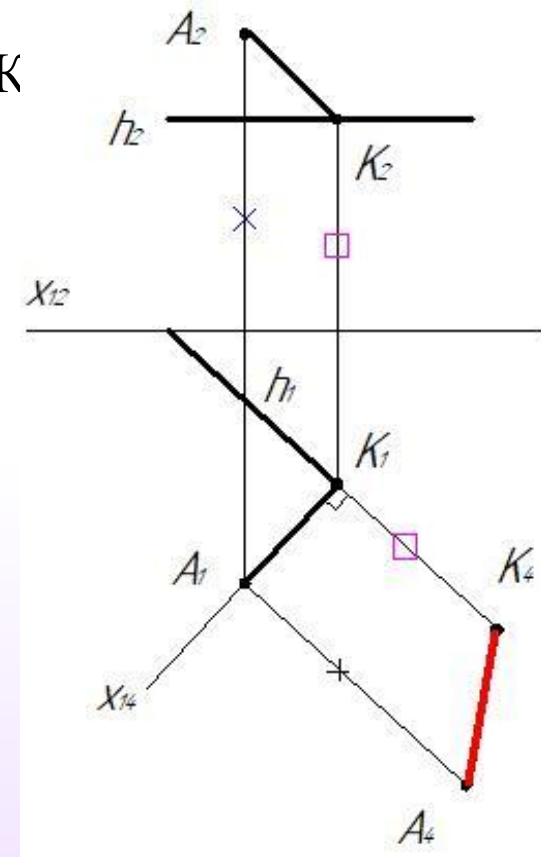
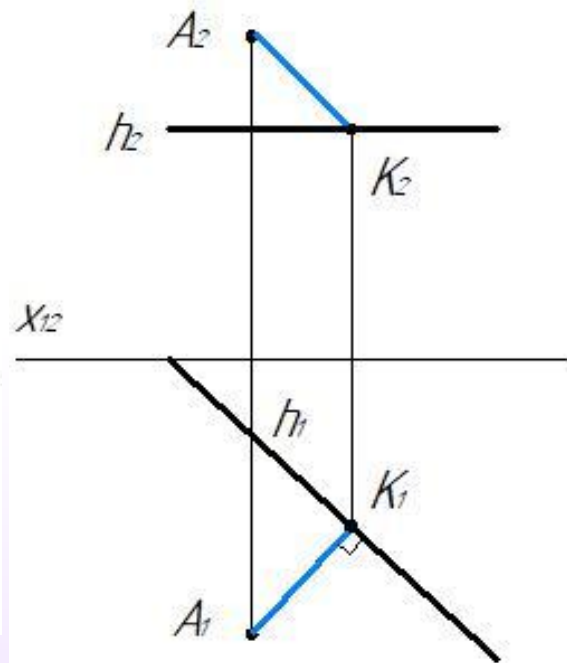
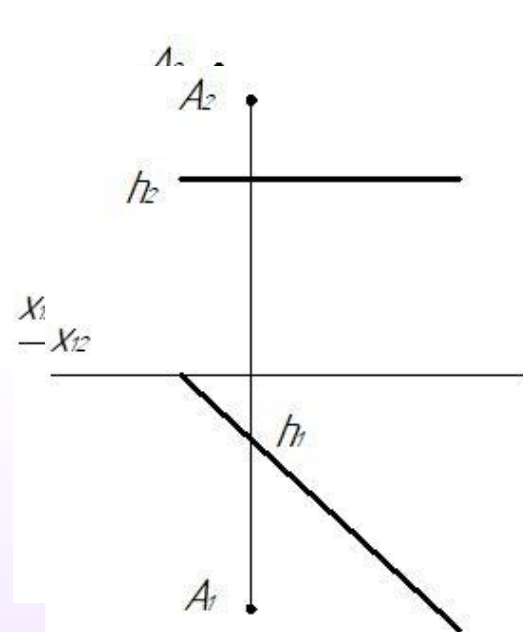
2. $\Pi_5 \perp AB$ и $\Pi_5 \perp \Pi_4$



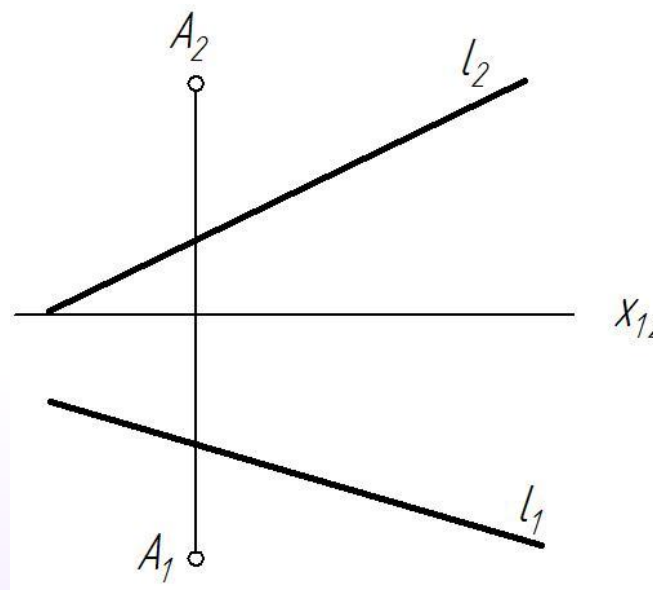
Пример 3. Определить расстояние от точки A до прямой h .

•

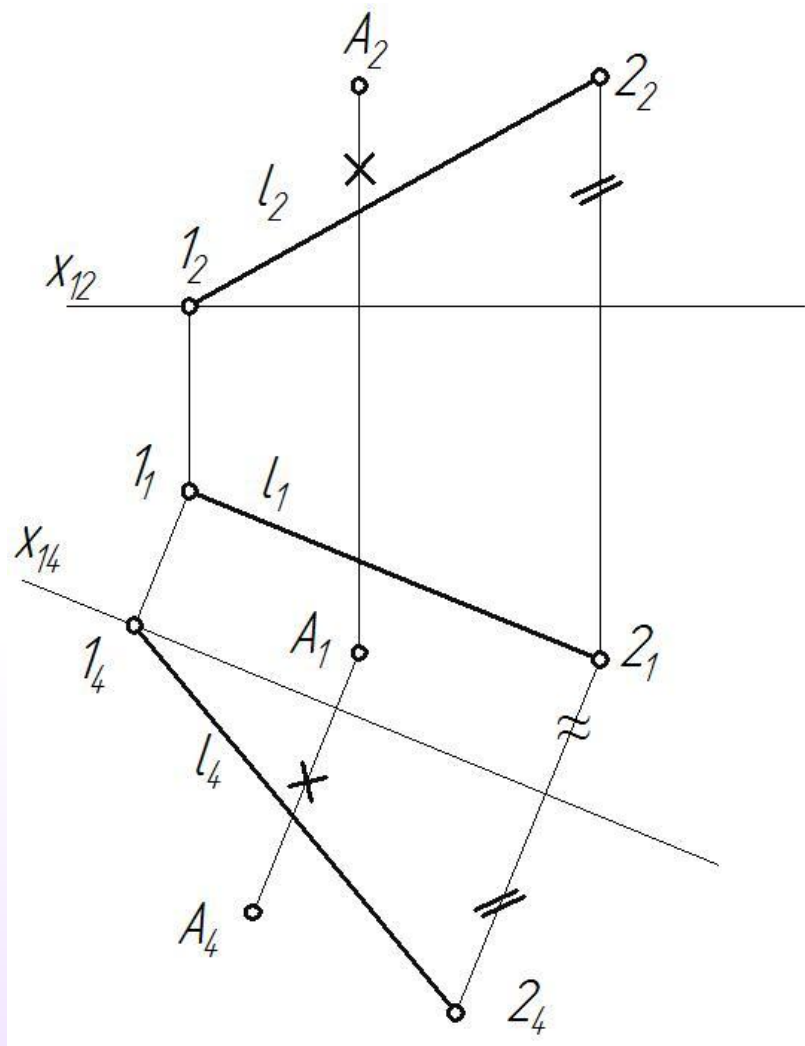
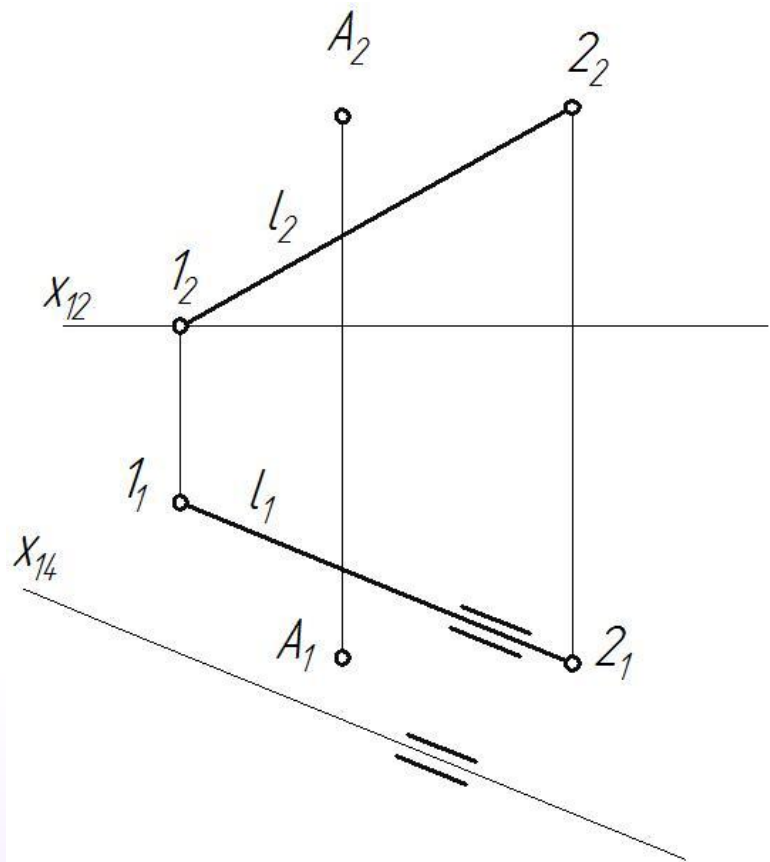
$$\Pi_4 \perp \Pi_1 \text{ и } \Pi_4 \parallel AK$$



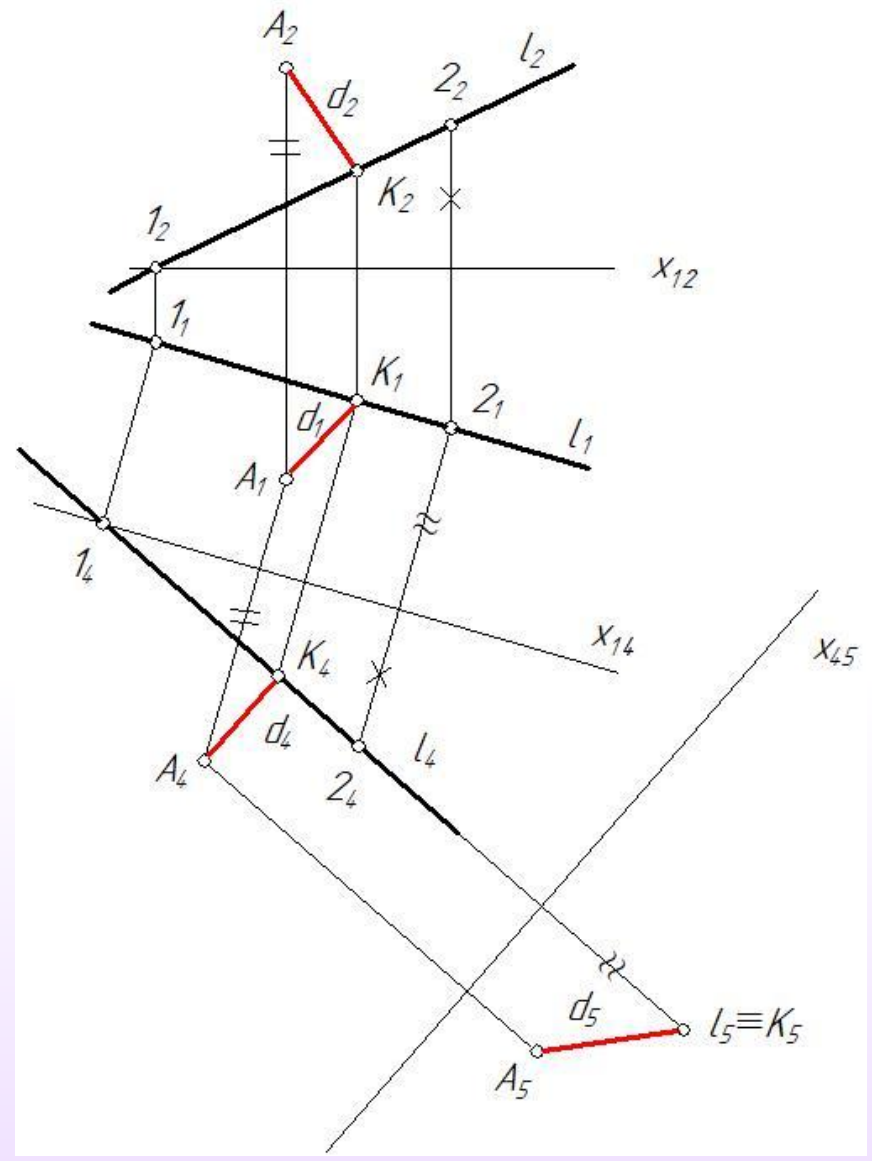
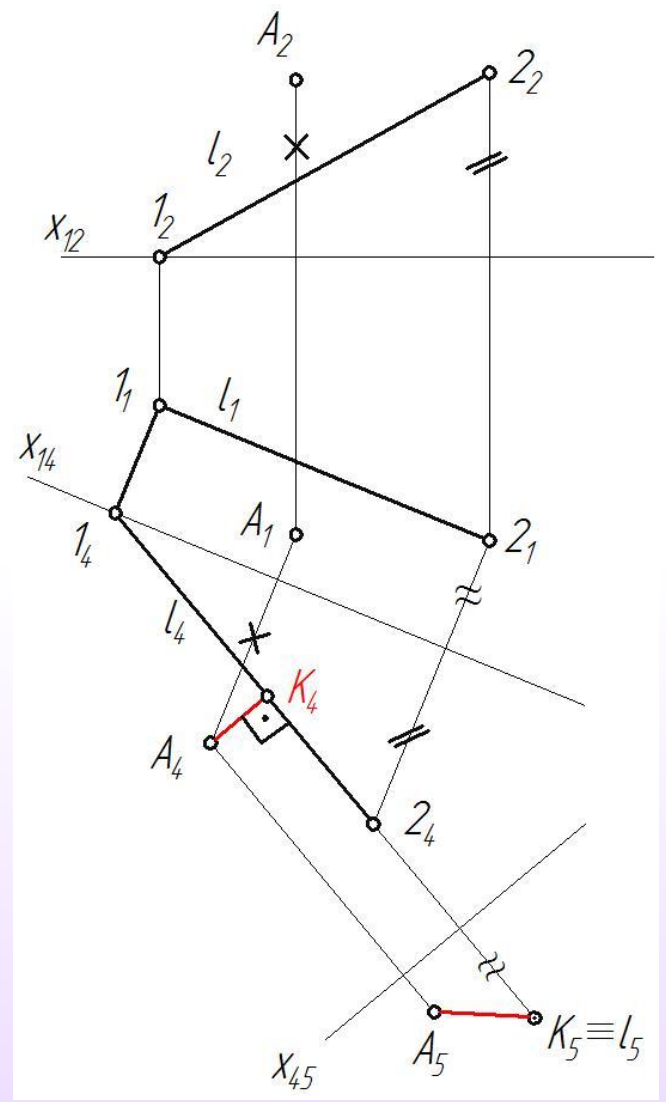
Пример 4. Определить расстояние от точки A до прямой l .



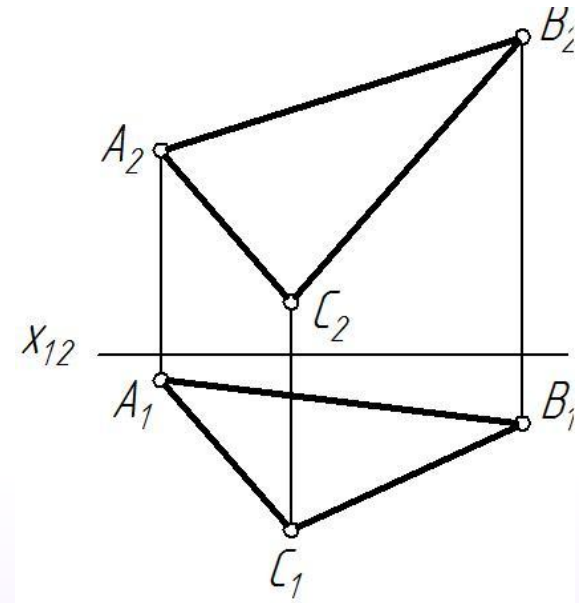
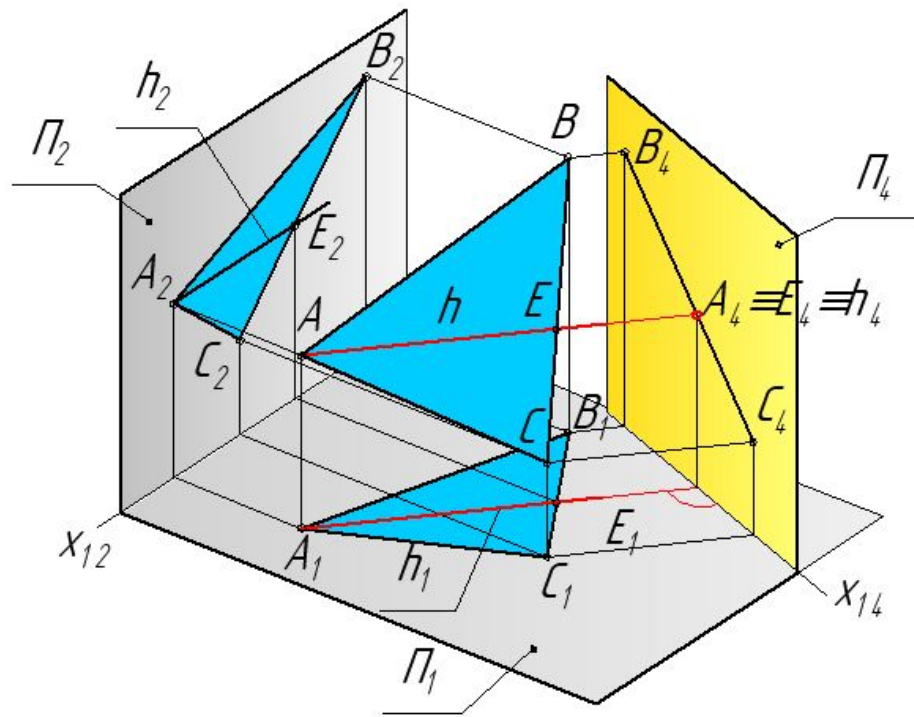
1. $\Pi_4 \parallel l$ и $\Pi_4 \perp \Pi_1$



$2.\Pi_5 \parallel AK$ и $\Pi_4 \perp \Pi_5$



Пример 5. Построить дополнительную ортогональную проекцию плоскости общего положения $\alpha(\triangle ABC)$ на плоскости Π_4 , перпендикулярной к плоскости α и к плоскости Π_1 .

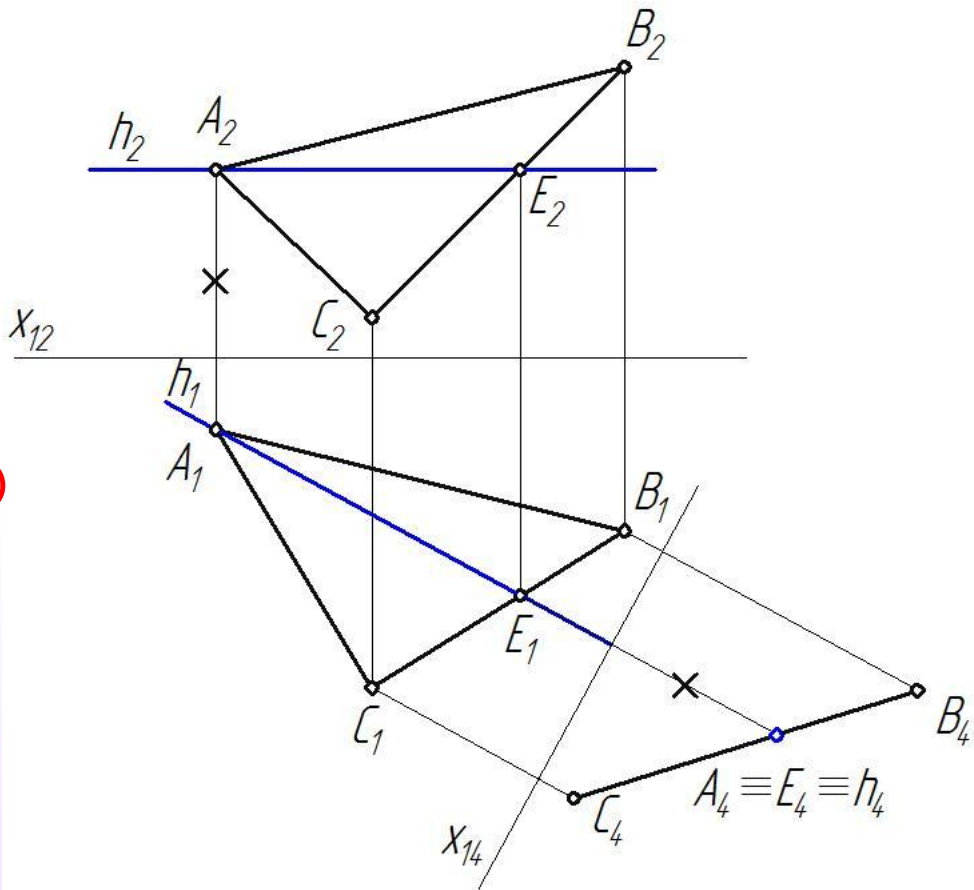


$(\Pi_4 \perp \triangle ABC)$

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них содержит прямую перпендикулярную второй плоскости.

$$\Pi_4 \perp \Pi_1$$

$$\Pi_4 \perp \triangle ABC \Rightarrow (\Pi_4 \perp h \wedge h \subset \triangle ABC)$$



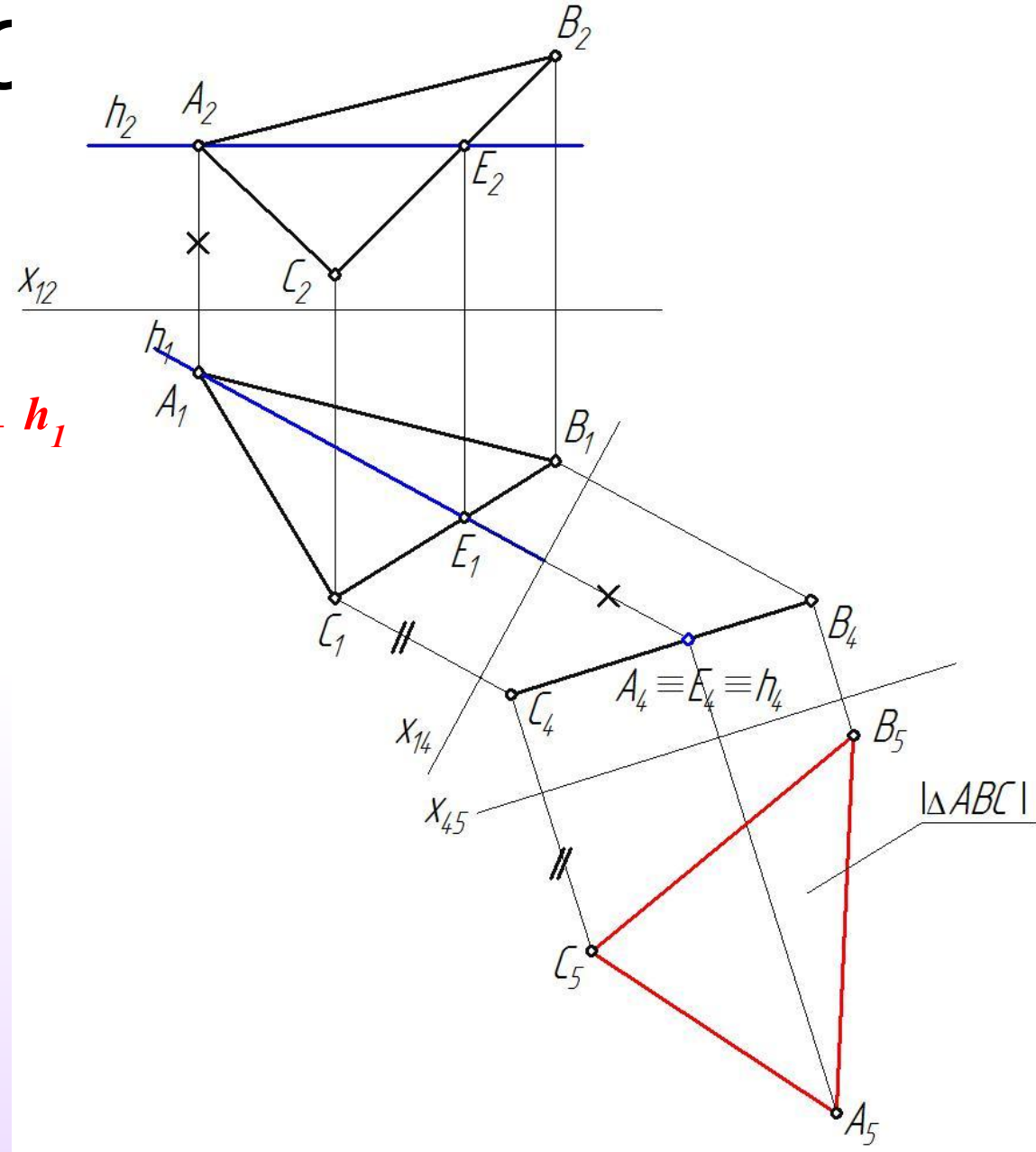
Пример 6 . Определить истинную величину треугольника ABC

1-й этап. $\Pi_4 \perp \Delta ABC$

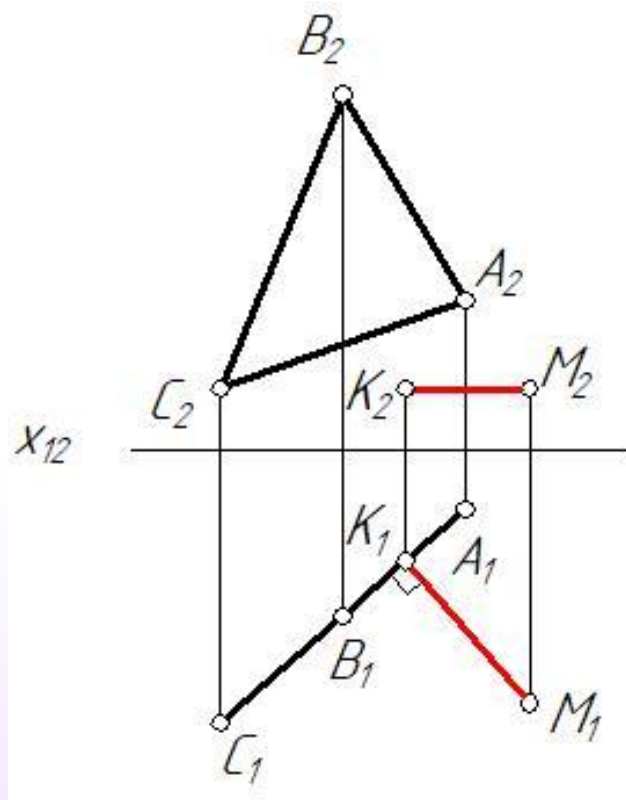
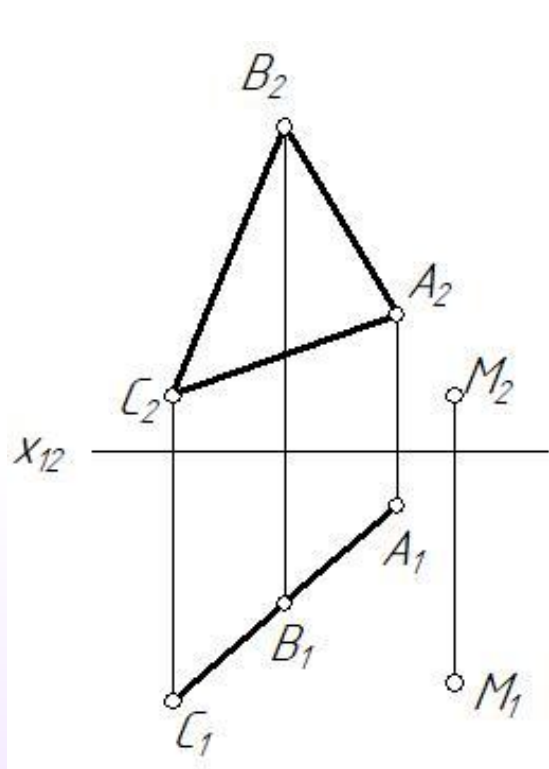
$$\Pi_4 \perp \Pi_1 \Rightarrow \Pi_4 \perp h \Rightarrow x_{14} \perp h_1$$

2-й этап. $\Pi_5 \parallel \Delta ABC$

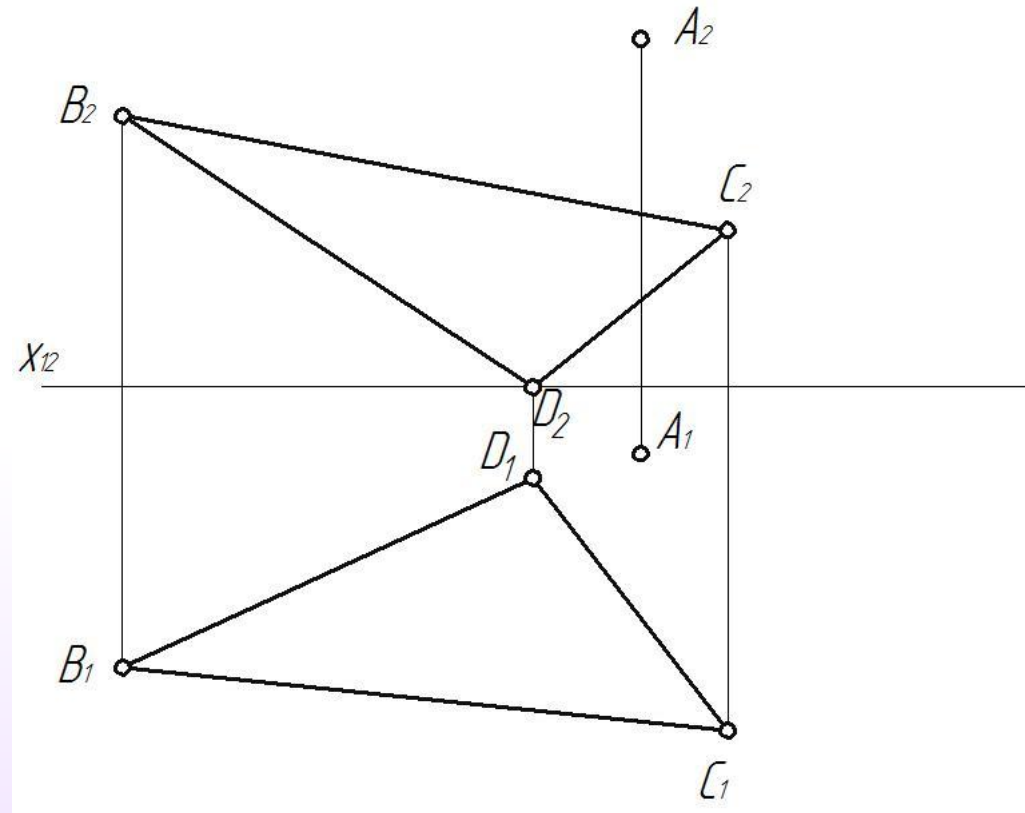
$$\Pi_5 \perp \Pi_4 \Rightarrow x_{45} \parallel A_4B_4C_4$$



Пример 7. Определить расстояние от точки M до плоскости $\alpha(\triangle ABC)$

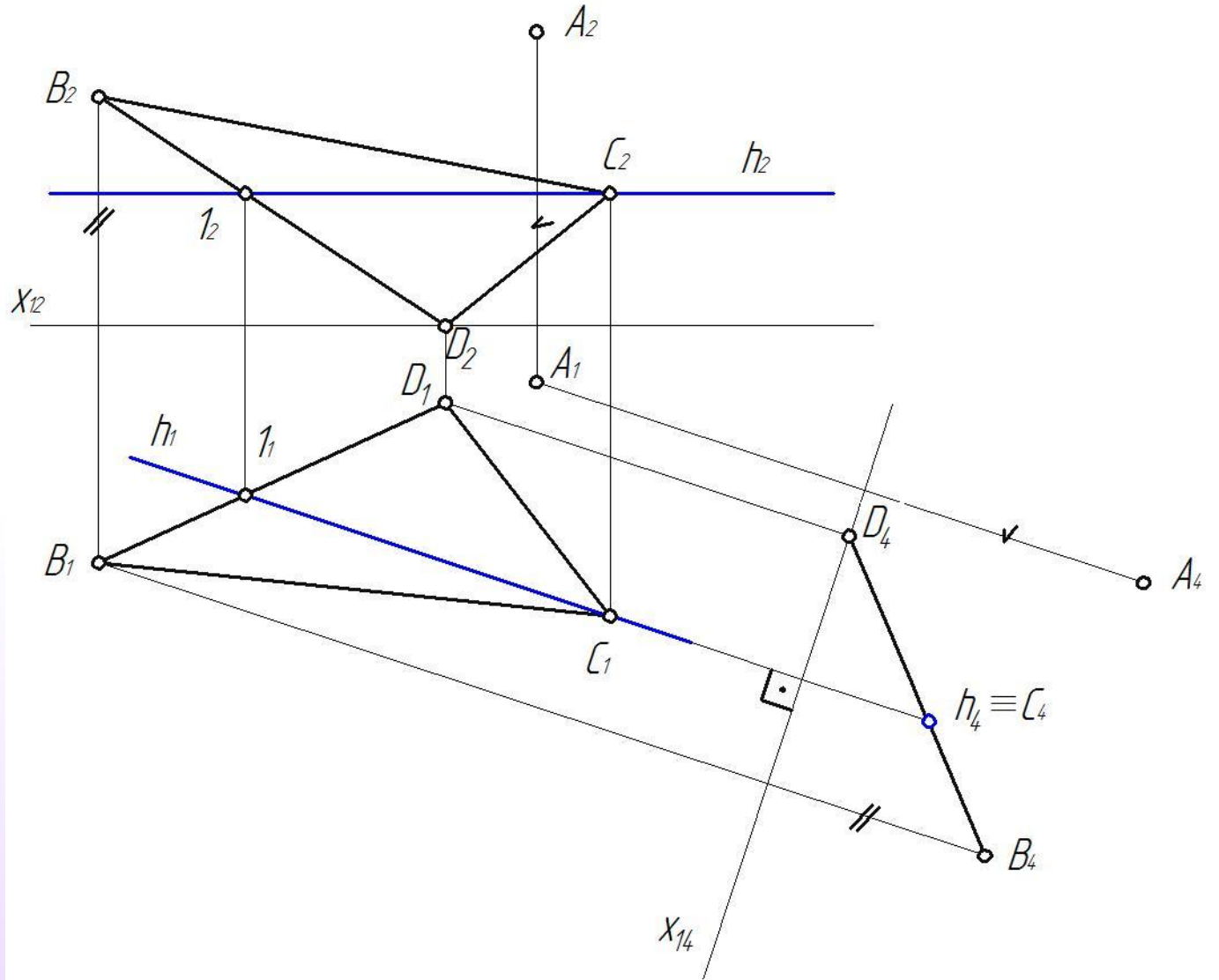
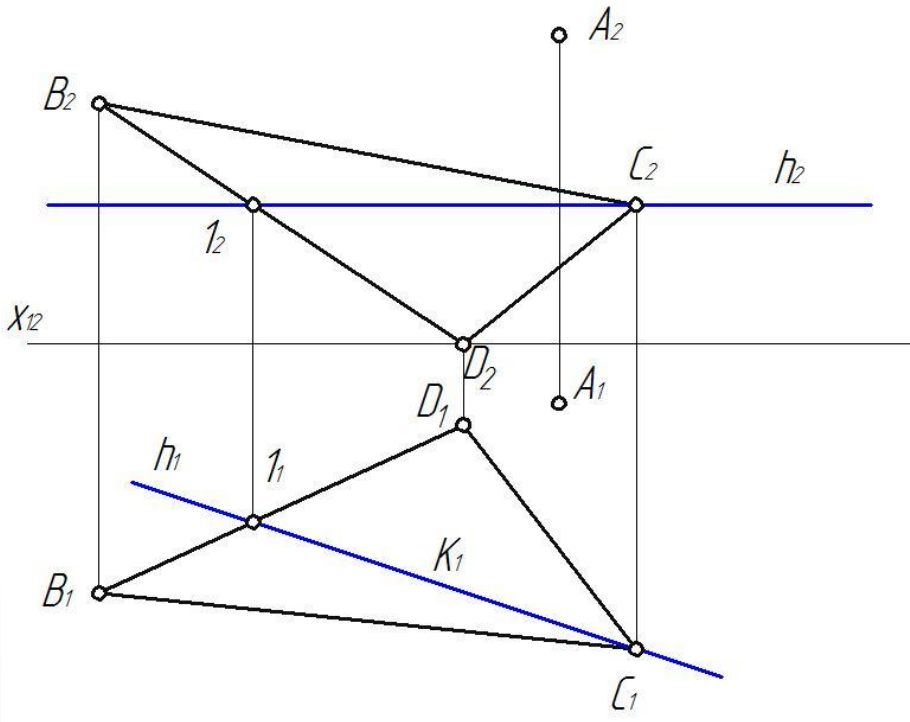


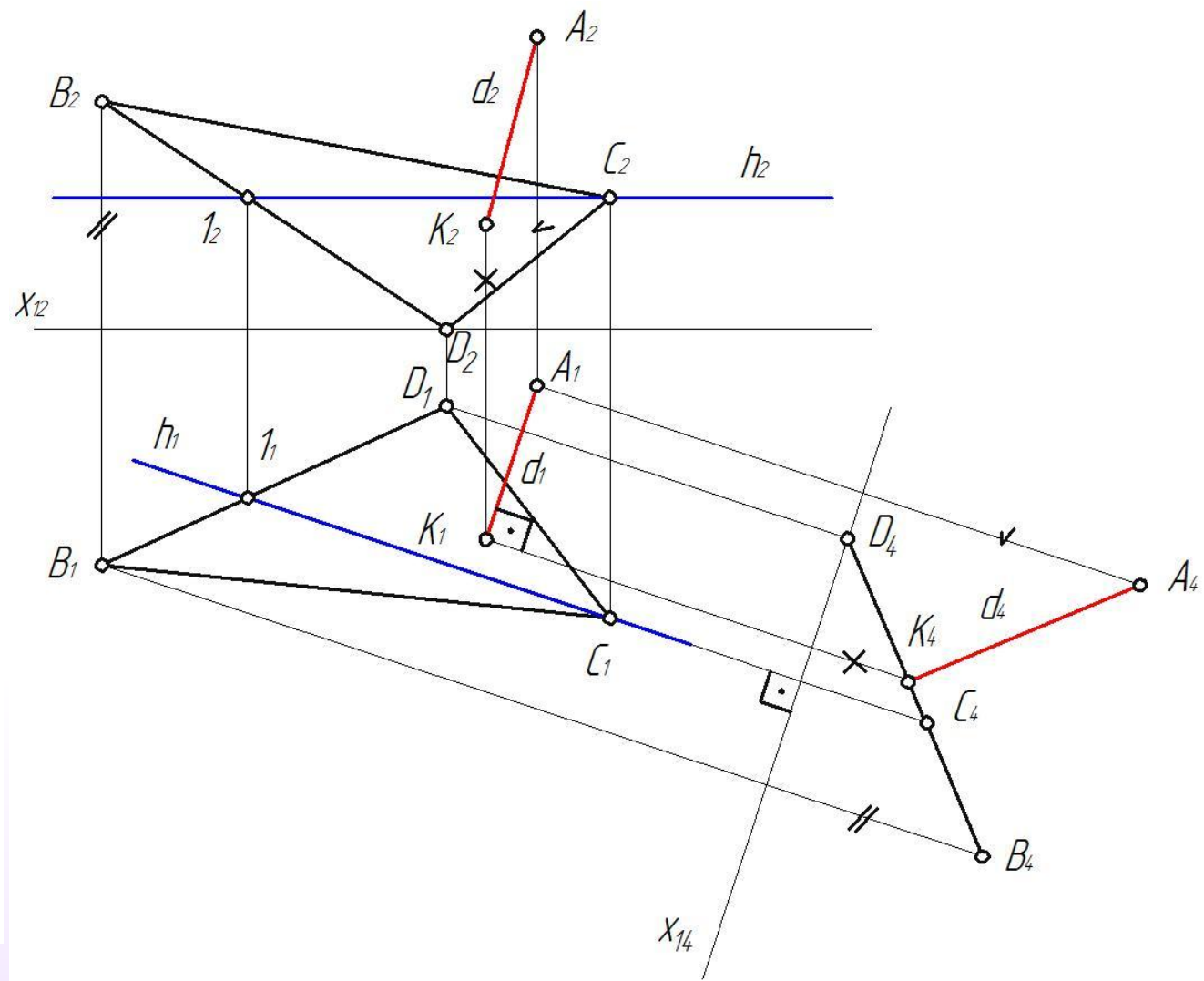
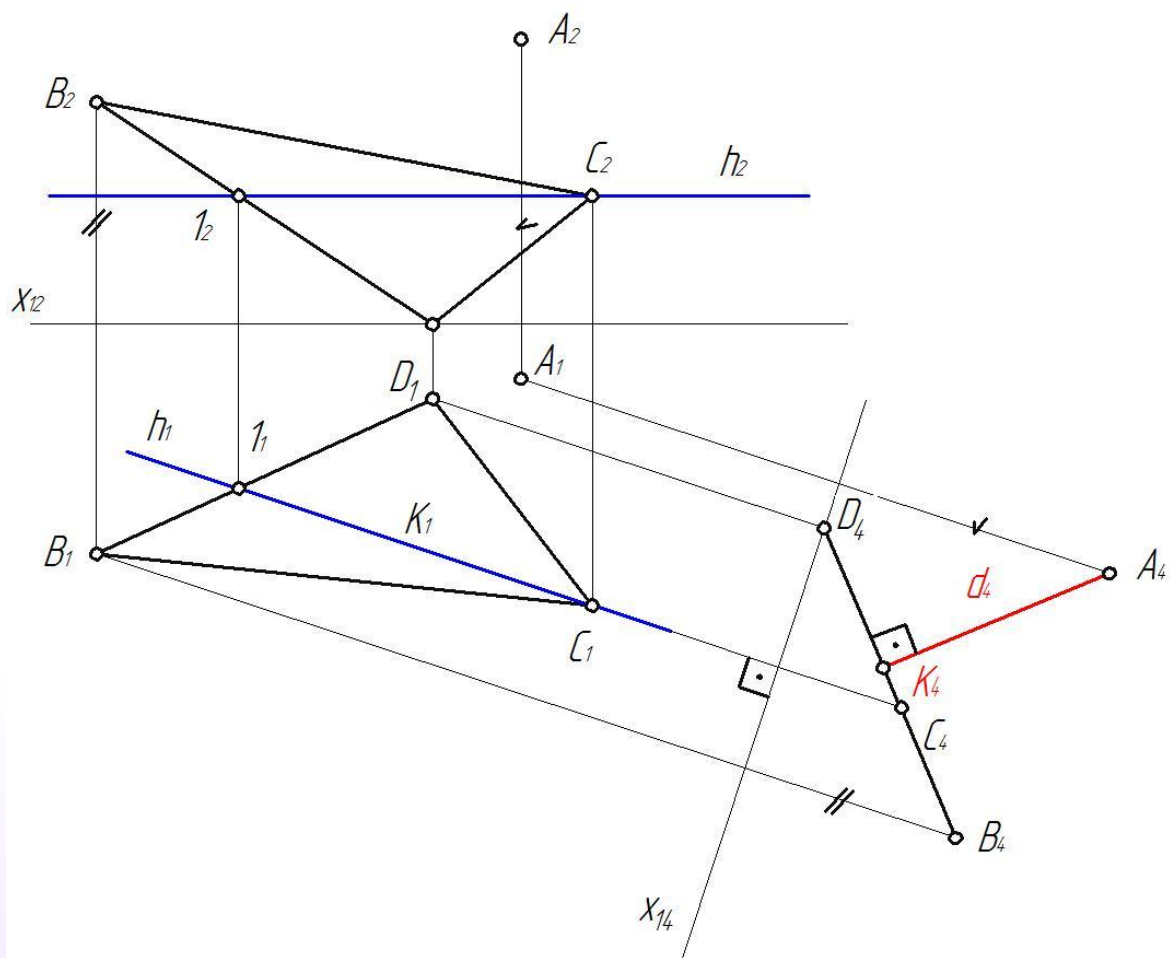
Пример 8. Определить расстояние от точки A до плоскости $\alpha(\Delta BCD)$



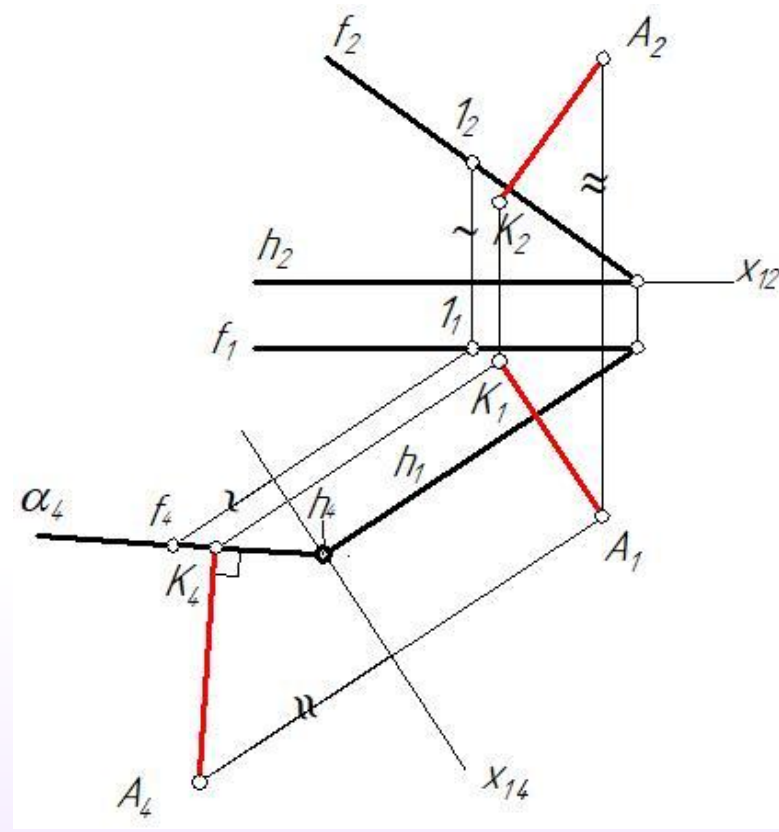
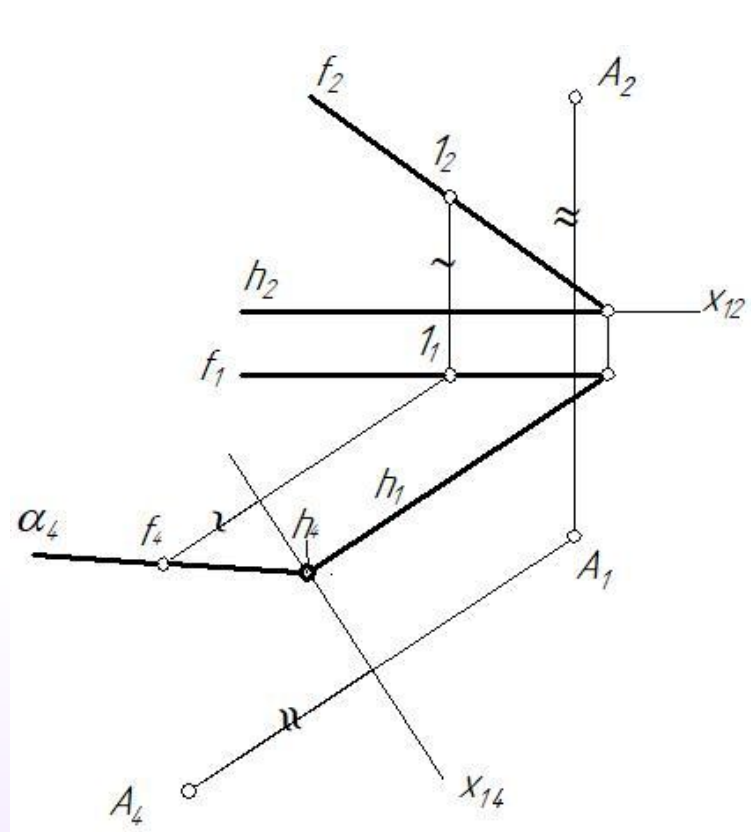
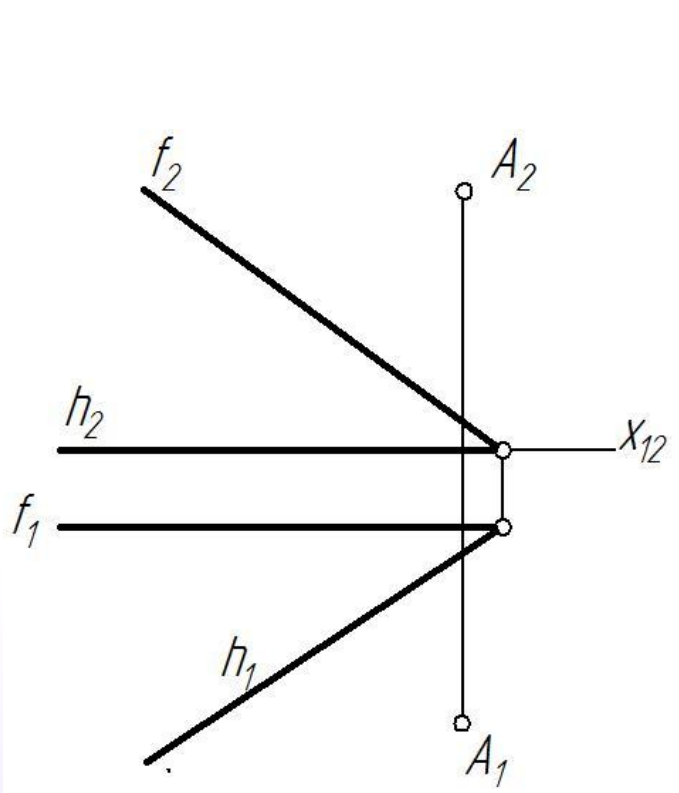
$\Pi_4 \perp \Delta ABC$ и

$\Pi_4 \perp \Pi_1 \Rightarrow \Pi_4 \perp h \Rightarrow x_{14} \perp h_1$



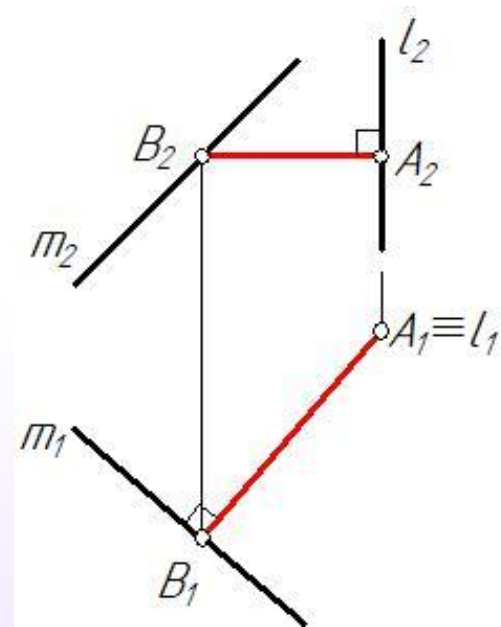
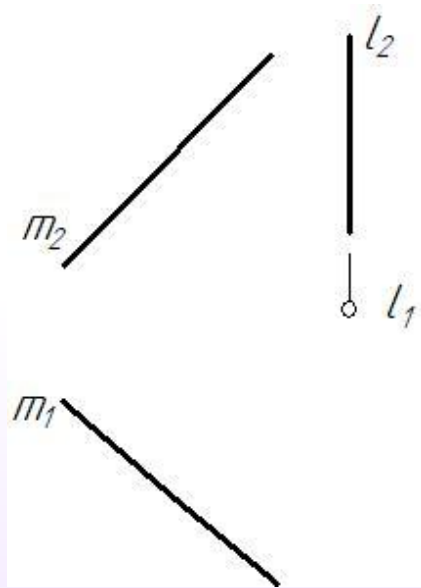


Пример9: Определить расстояние от точки A до плоскости $\alpha(h \cap f)$

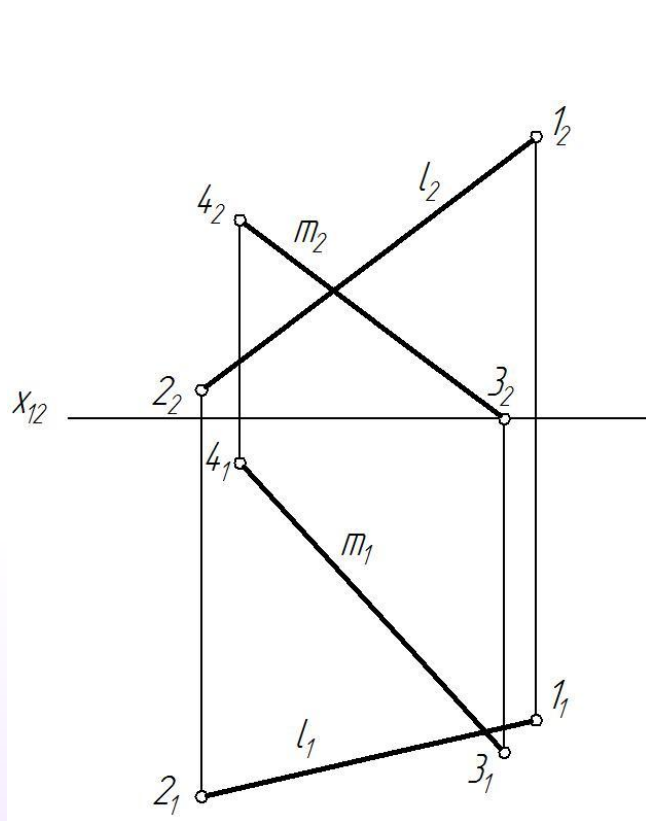


$\Pi_4 \perp \alpha$ и $\Pi_4 \perp \Pi_1$

Пример 10. Найти расстояние между скрещивающимися прямыми

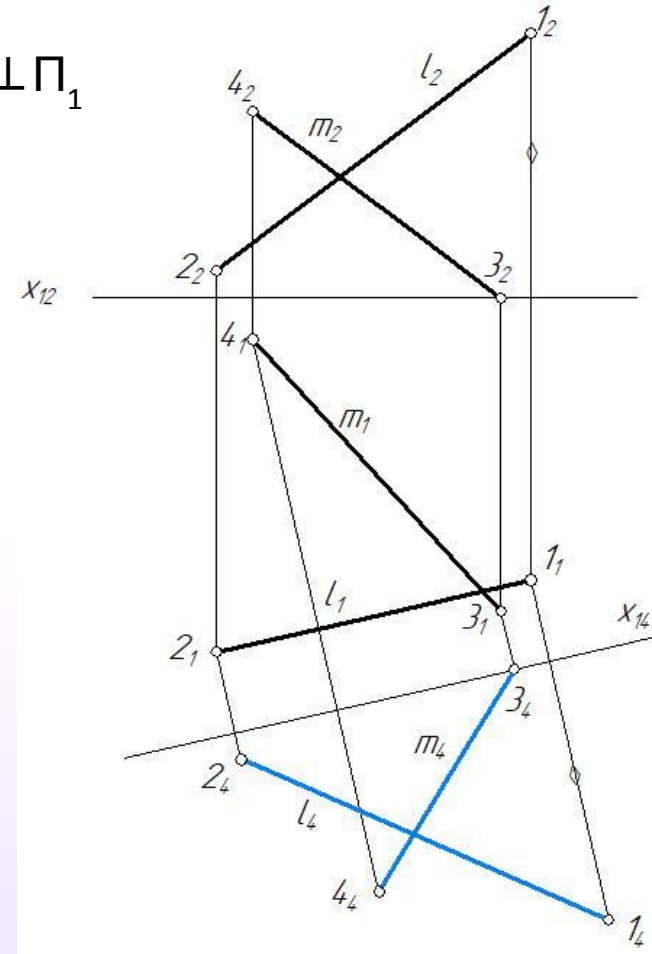


Пример 11. Найти расстояние между скрещивающимися прямыми



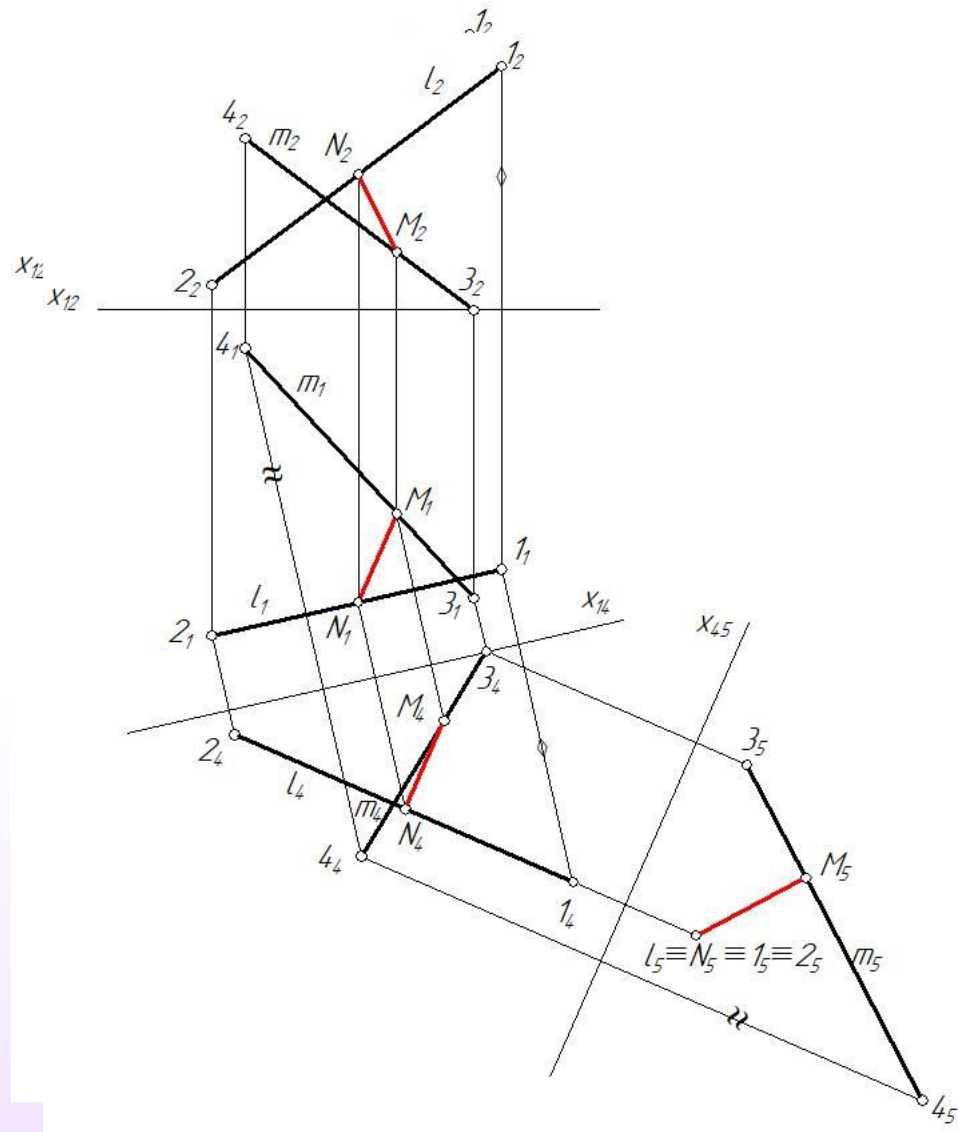
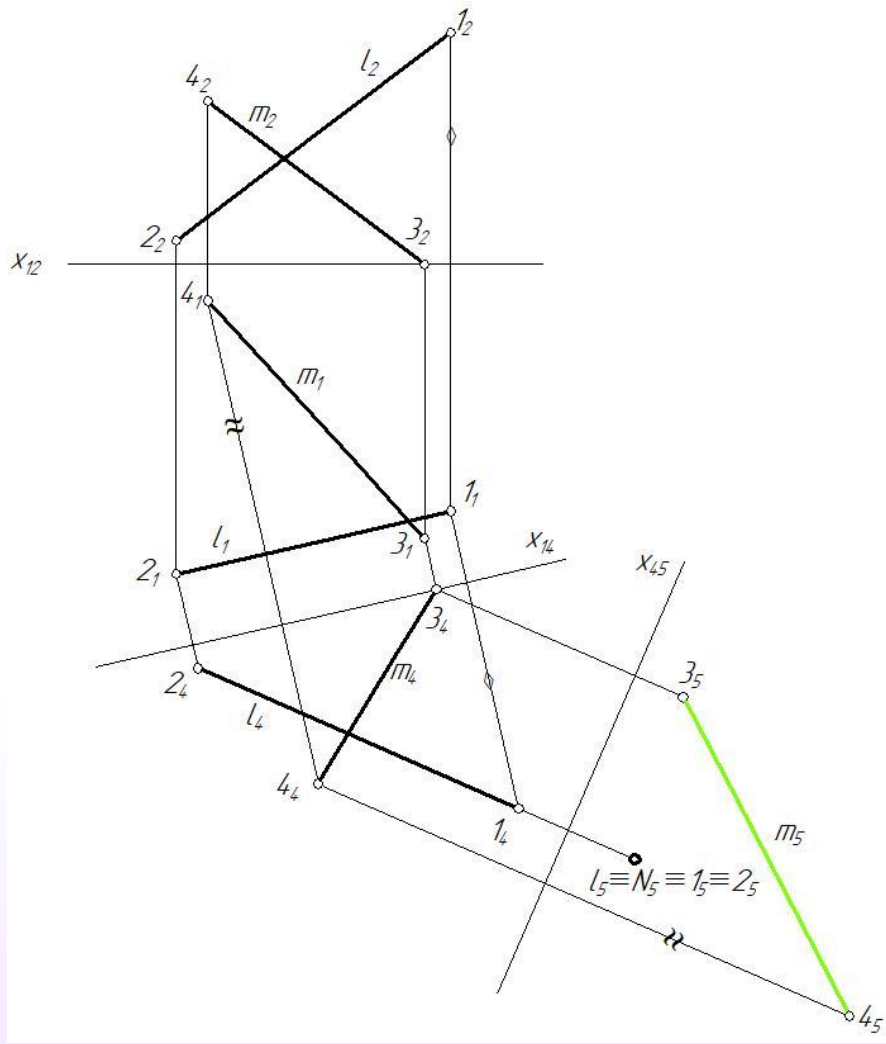
1. $\Pi_4 \parallel \Pi_1$ и $\Pi_4 \perp \Pi_2$

$x_{14} \parallel l_1$



$2.\Pi_5 \perp l_4$ и $\Pi_5 \perp \Pi_4$; $x_{45} \perp l_4$

5

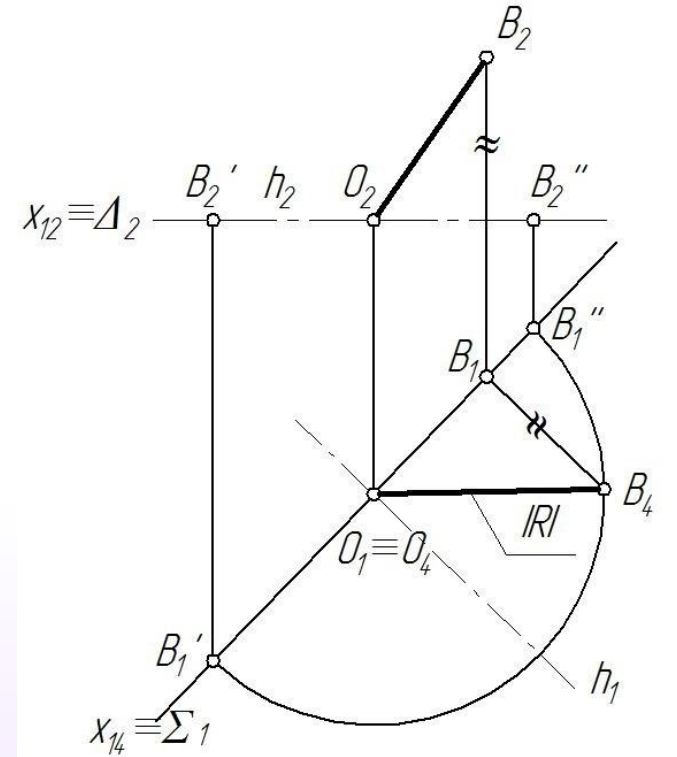
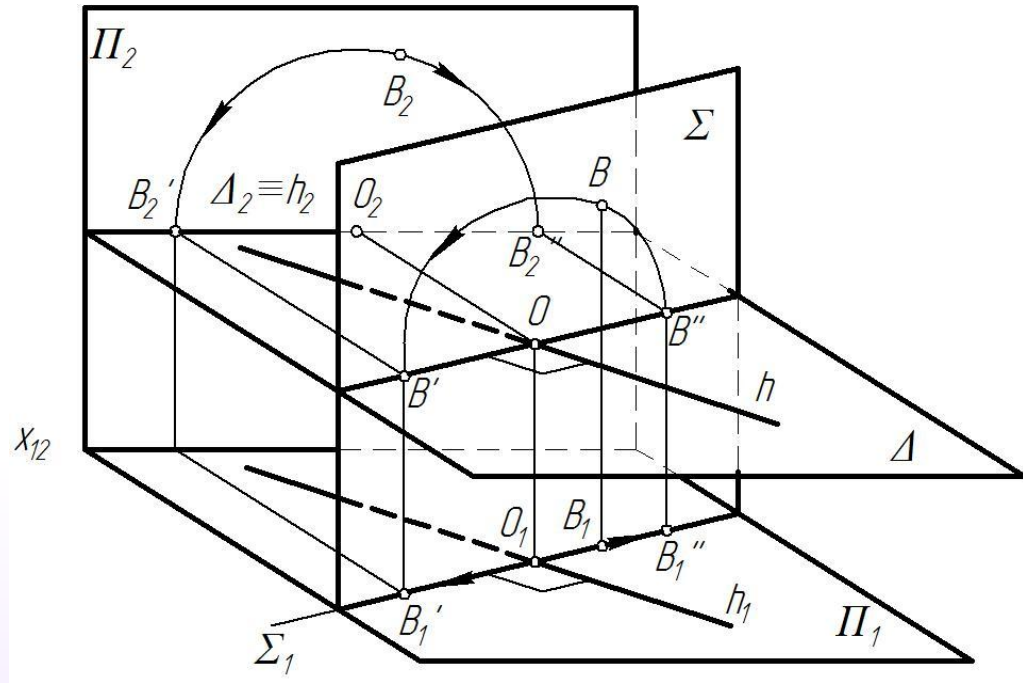


·
· **Вращение вокруг горизонтали
или фронтали**

Ось вращения i является горизонталью h

Σ -плоскость, в которой вращается точка $B \Sigma \perp h$

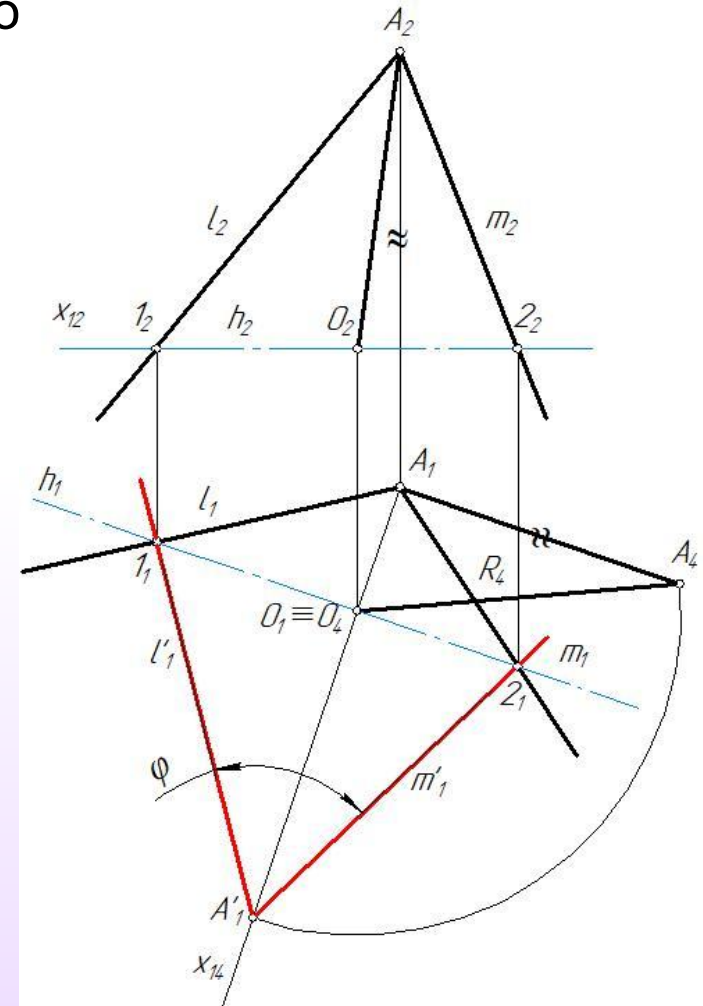
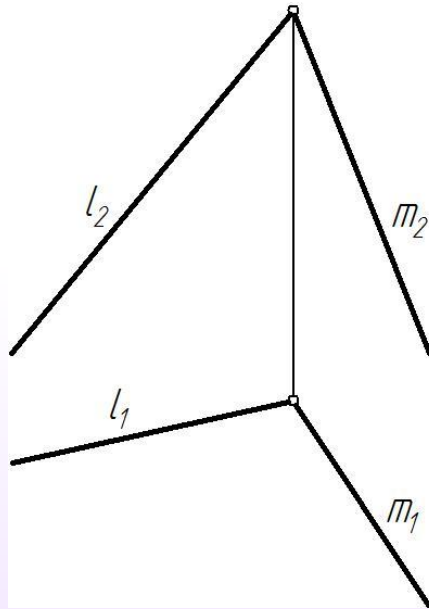
радиус вращения точки B - $R_B = OB$



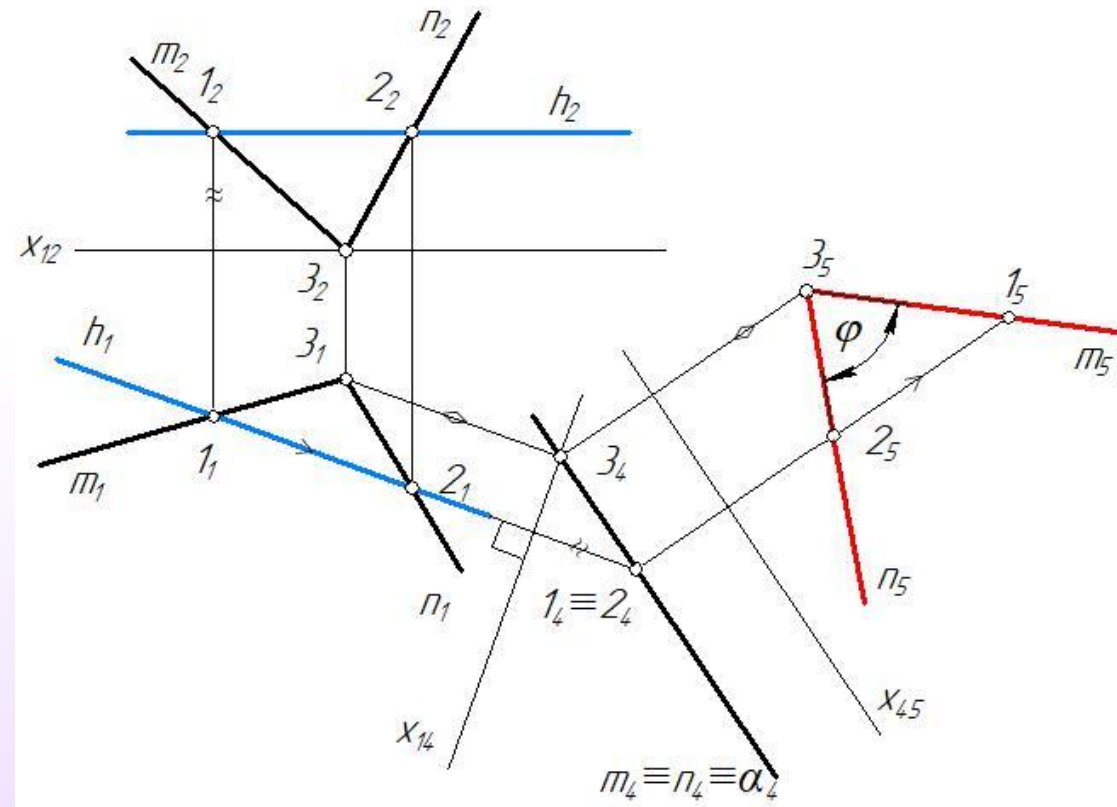
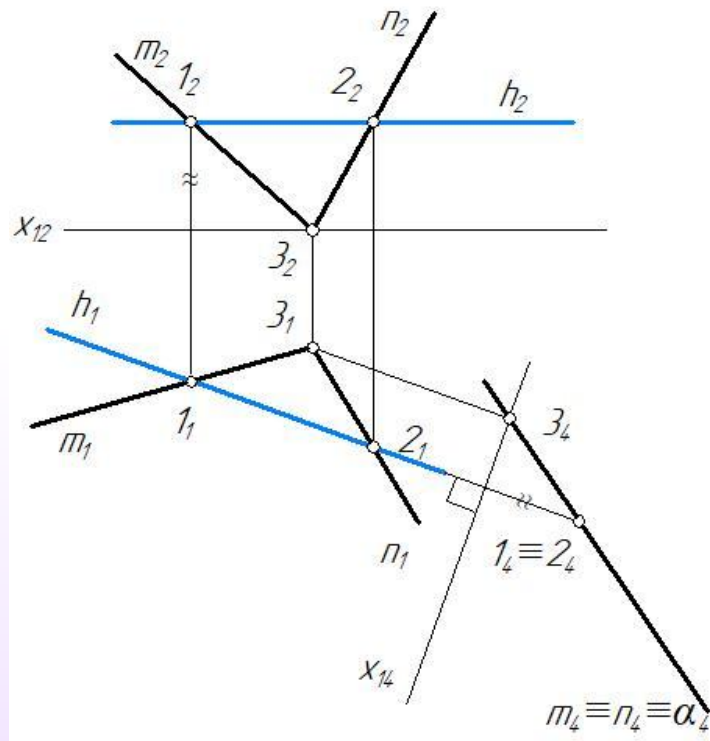
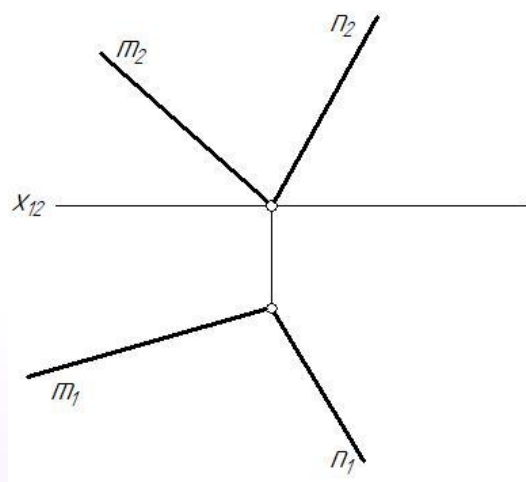
Определение углов

Угол между пересекающимися прямыми(решено вращением вокруг горизонтали)

1. Строим горизонталь h -ось вращения;
2. Строим $A_1O_1 \perp h_1$, AO -радиус вращения точки A ;
3. AO -отрезок общего положения, найдем его натуральную величину. Для этого спроецируем его на $\Pi_4 \parallel AO$
4. Повернем точку A в плоскость, перпендикулярную о вращения h

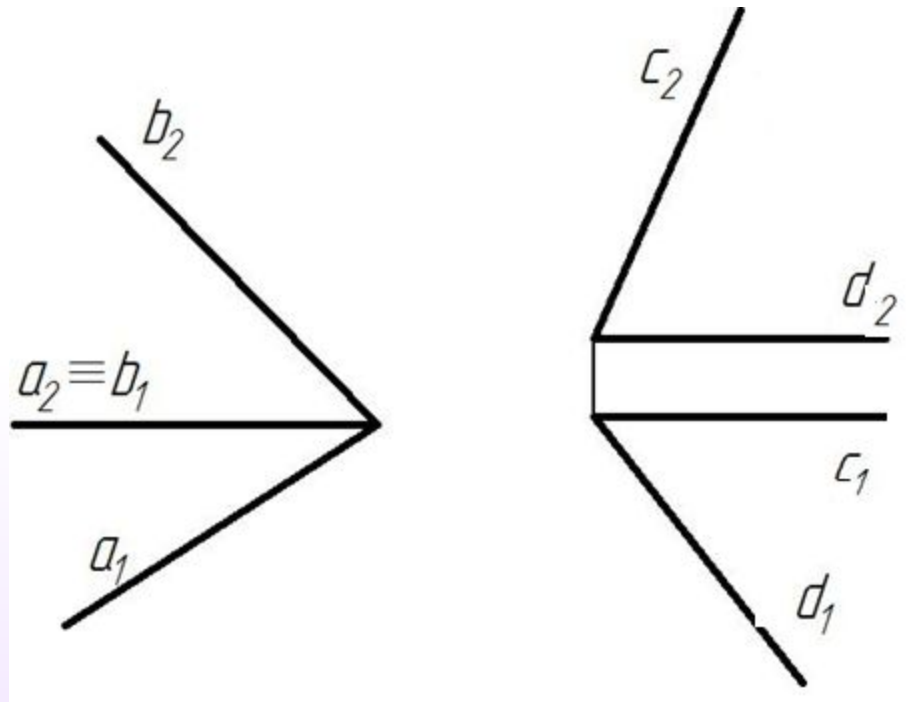
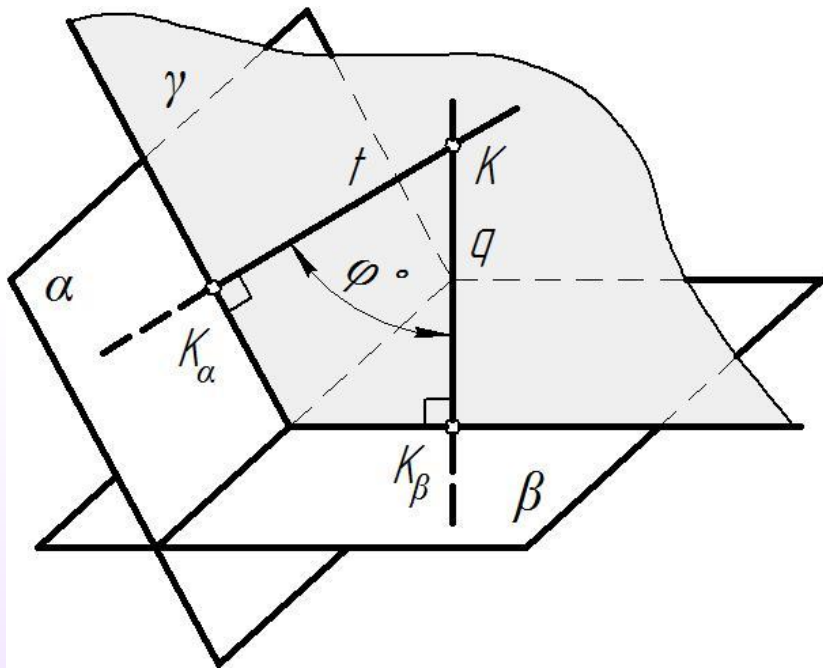


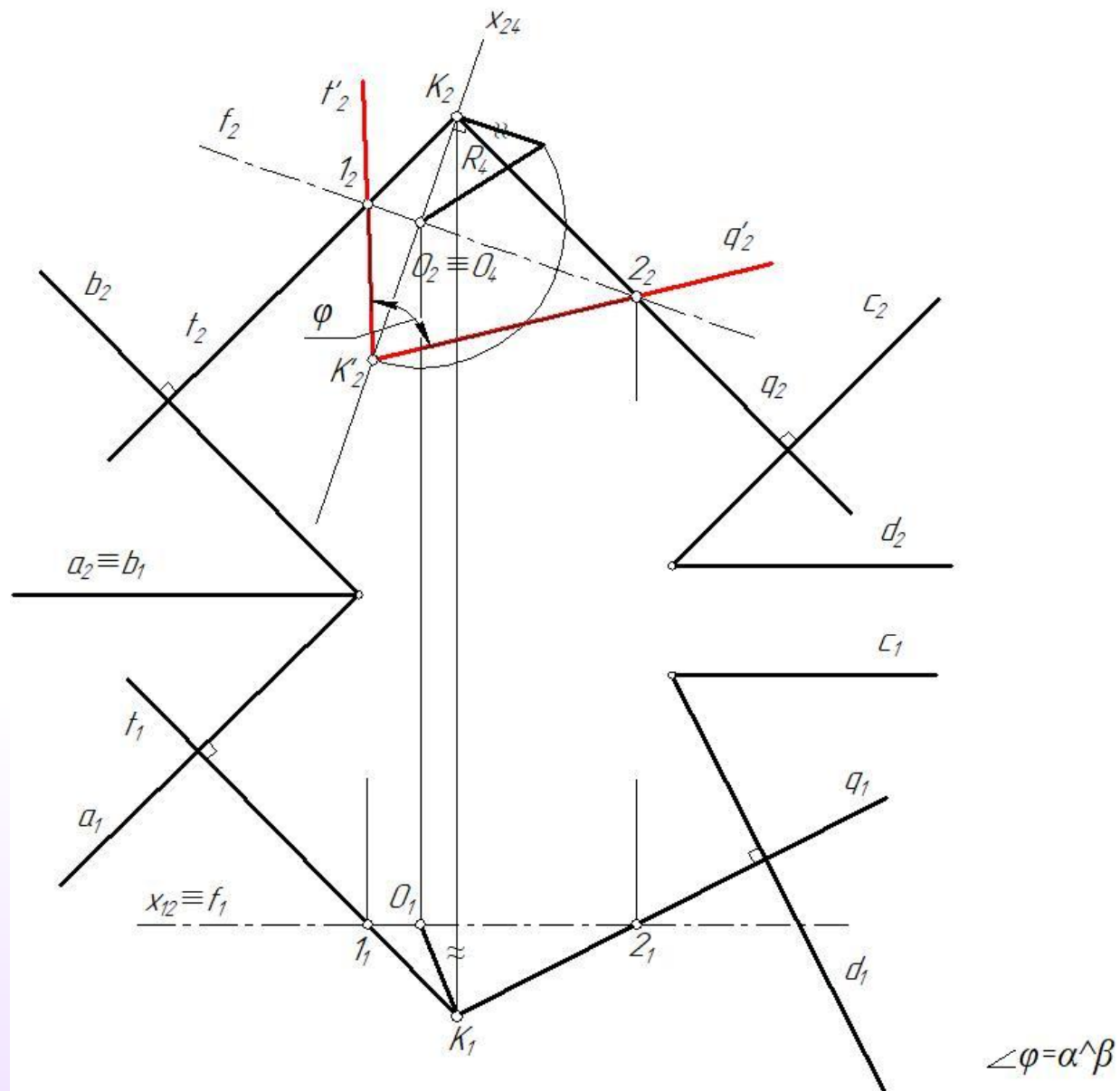
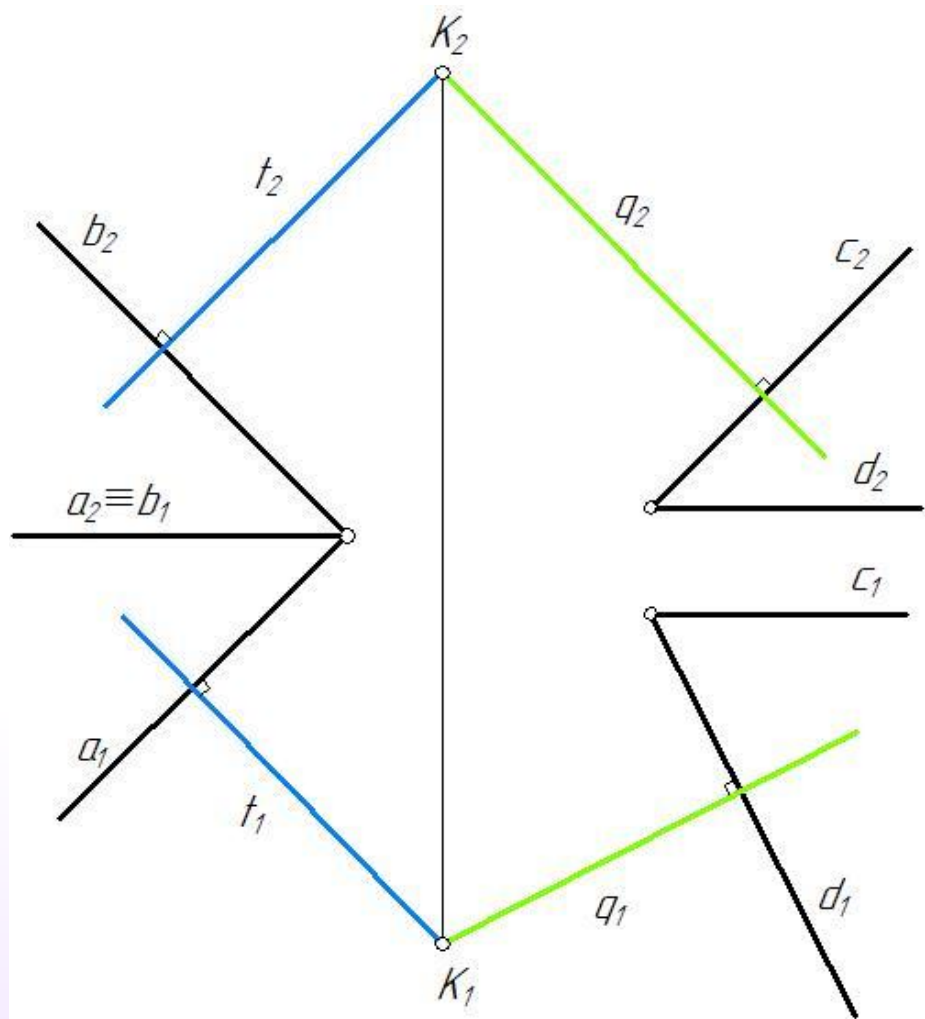
Угол между пересекающимися прямыми (решено дополнительным ортогональным проецированием)



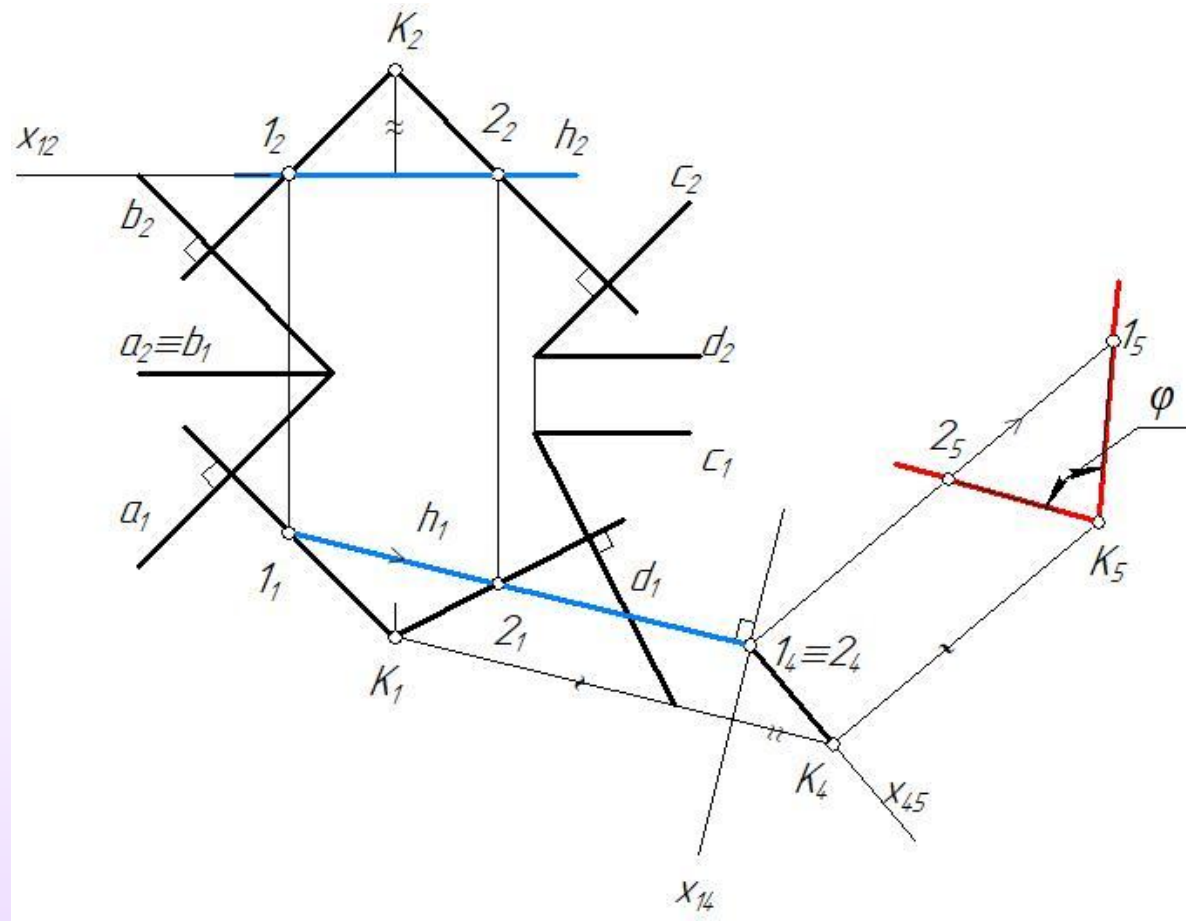
Угол между плоскостями

Угол между плоскостями равен углу между двумя перпендикулярами, опущенными из любой точки пространства на эти плоскости.





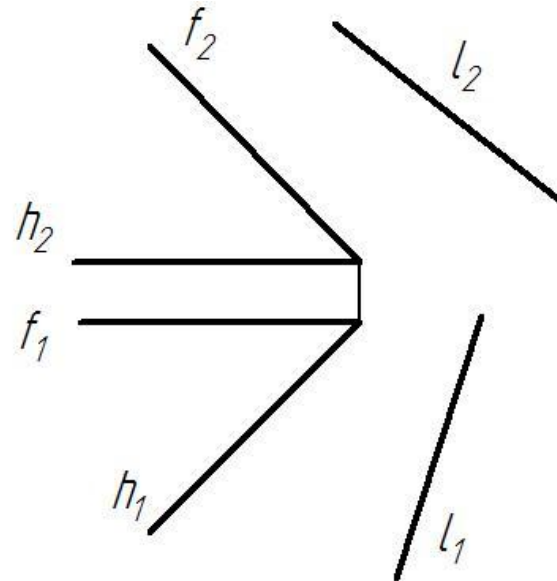
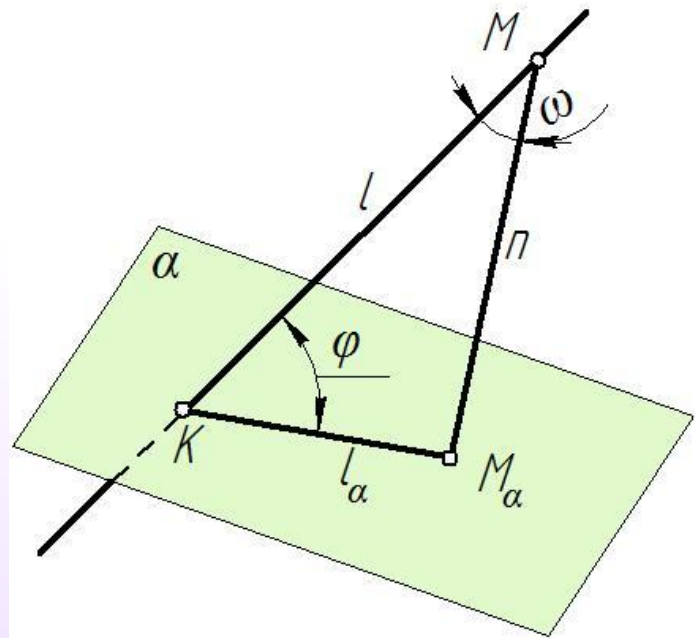
Угол между плоскостями(решено
дополнительным ортогональным
проецированием)

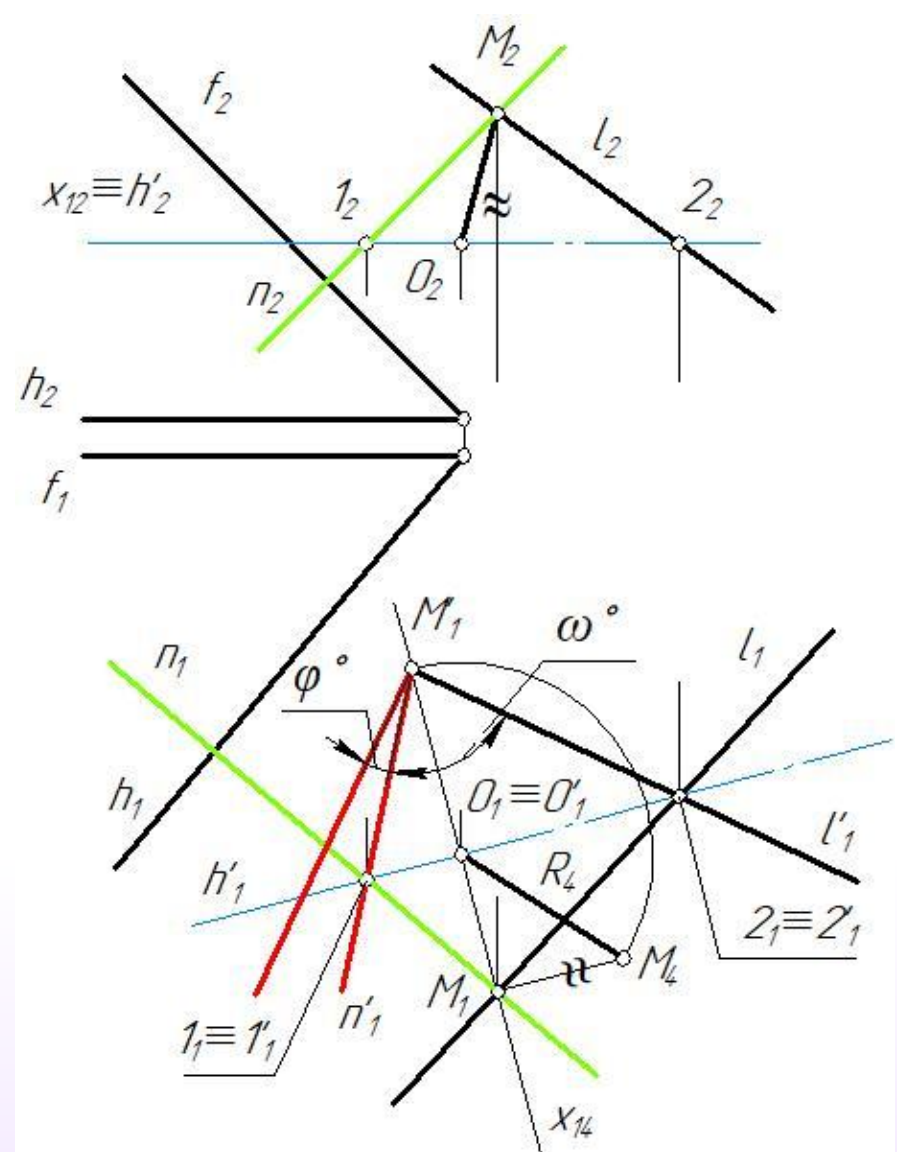
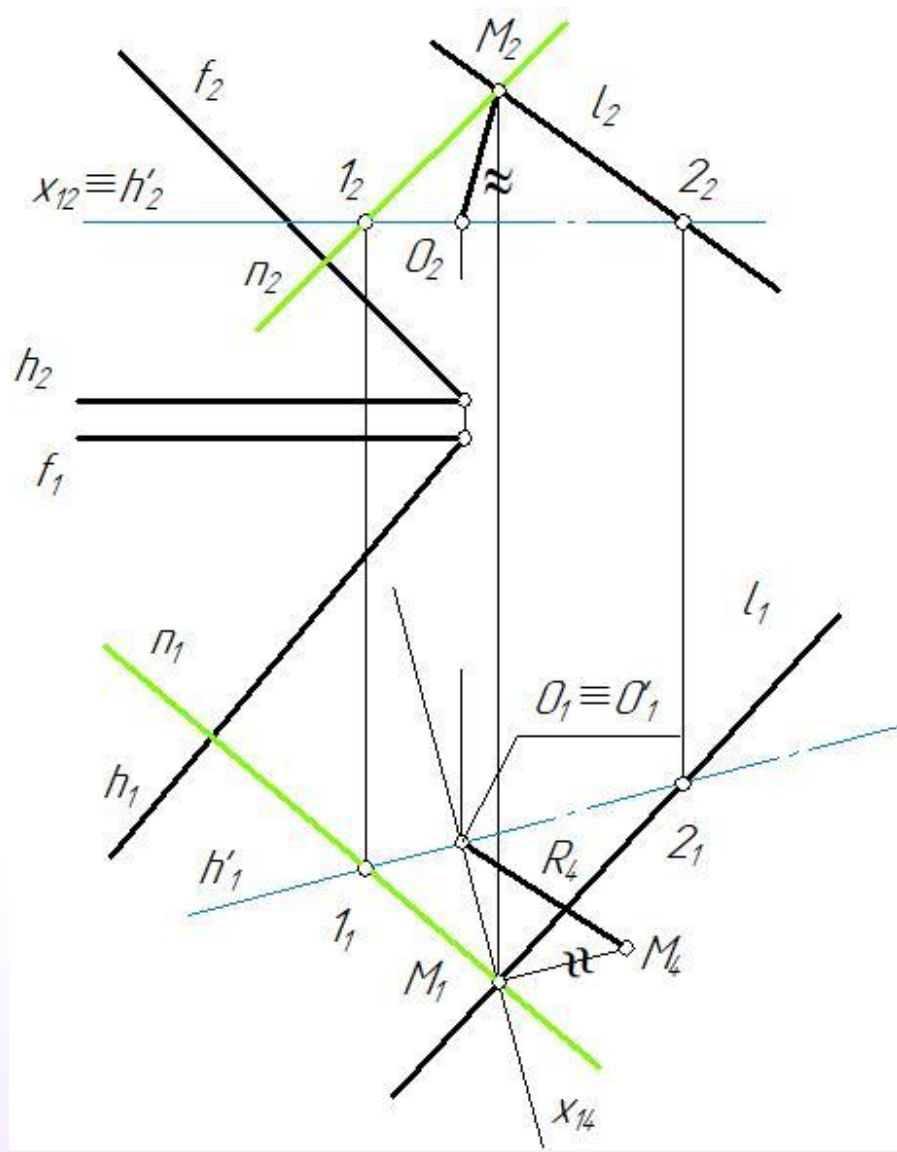


Угол между прямой и плоскостью

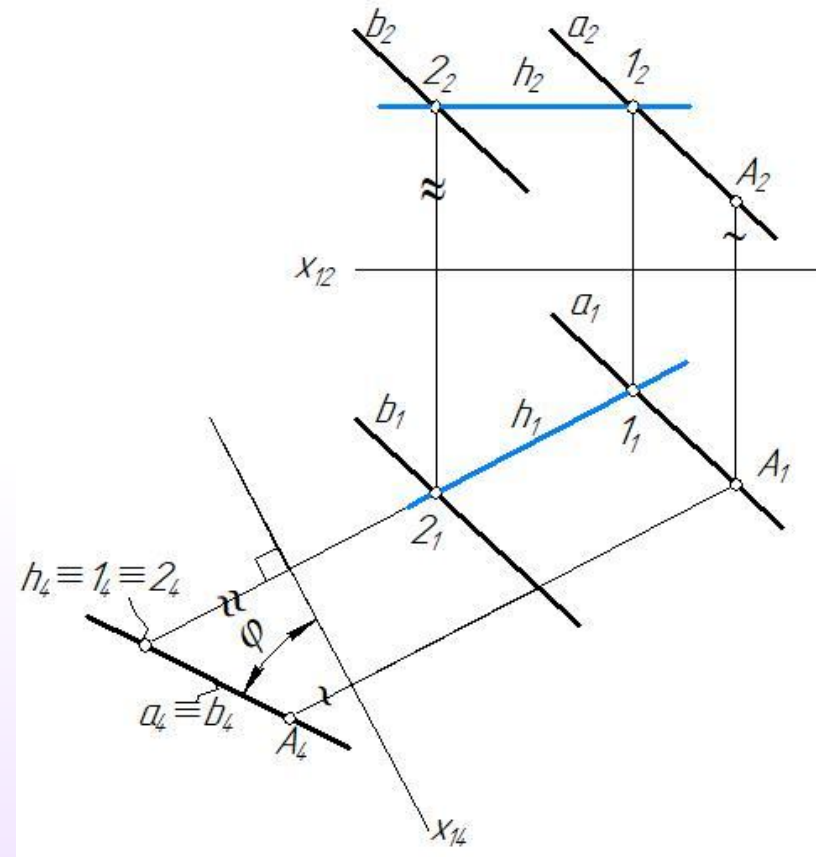
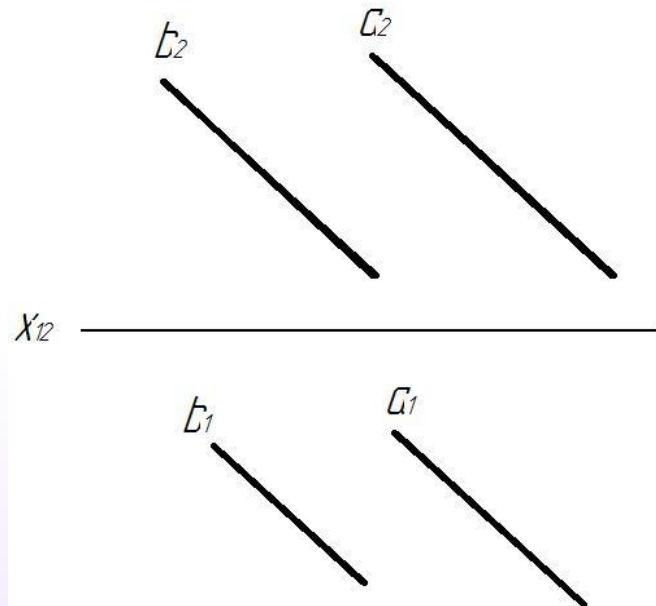
Углом между прямой и плоскостью является угол между этой прямой и её ортогональной проекцией на эту плоскость.

Решение задачи упрощается, если определить угол ω (угол между прямой l и перпендикуляром n). Зная угол ω , определим искомый угол $\phi = 90^\circ - \omega$.

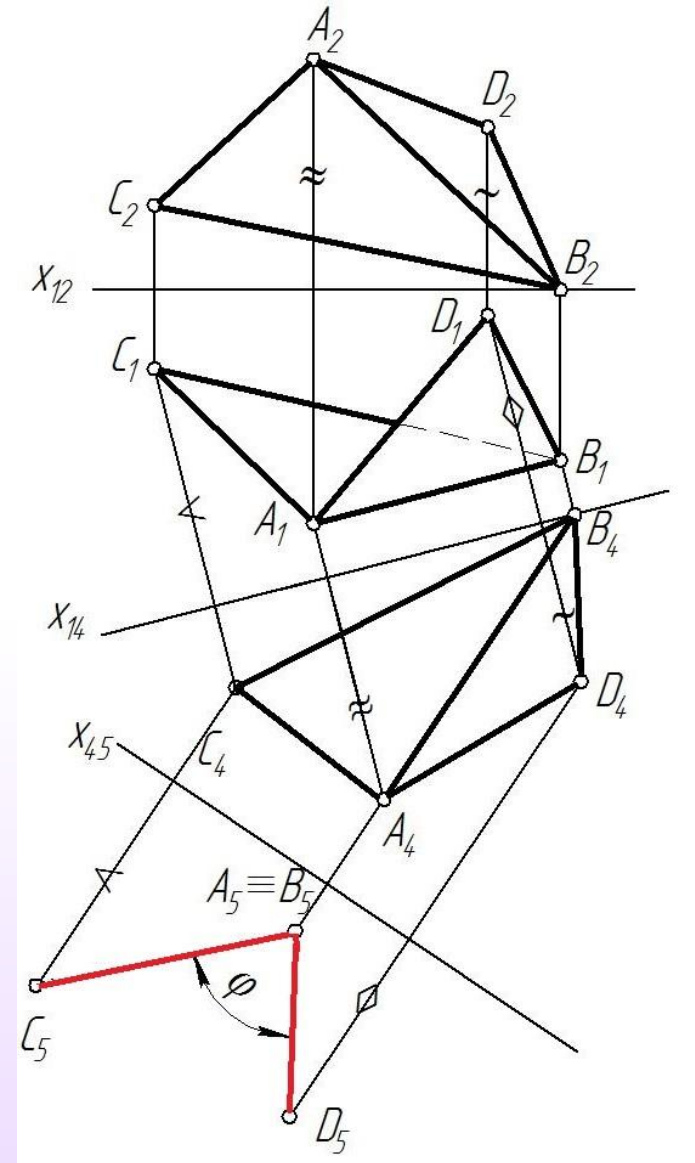
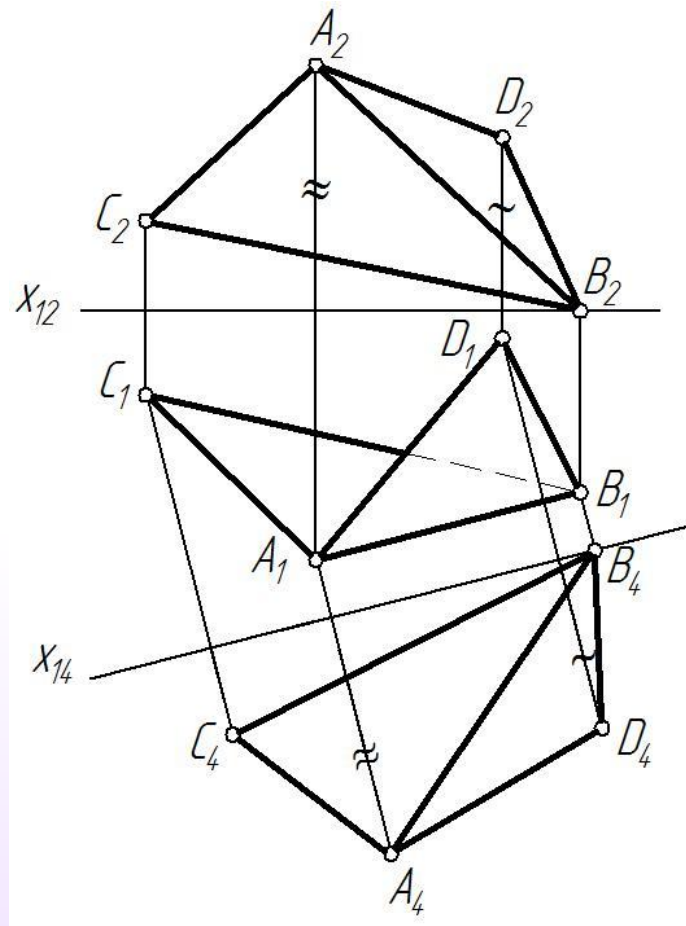
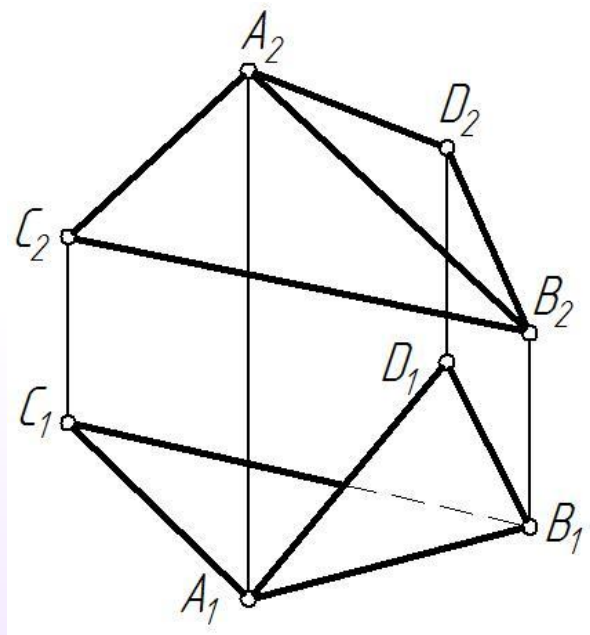




Угол наклона плоскости к плоскости проекций Π_1



Определение двугранного угла между плоскостями



Определение истинной величины
треугольника (решено вращением вокруг
горизонтали)

