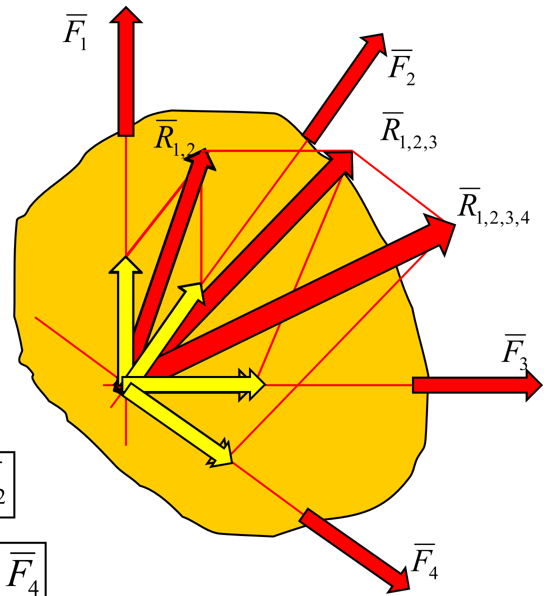
Система сходящихся сил



- **Система сходящихся сил –** линии действия сил пересекаются в одной точке**.**

План исследования любой системы сил соответствует последовательному решению трех вопросов :

1. Как упростить систему?
2. Каков простейший вид системы?
3. Каковы условия равновесия системы?

1. Перенесем все силы по линии их действия в точку пересечения (кинематическое состояние тела при этом не изменится – следствие из аксиомы присоединения).

Сложим первые две силы $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$ (аксиома параллелограмма). Количество сил уменьшилось на единицу.

$$\boxed{\overline{R}_{1,2} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2}$$

Сложим полученную равнодействующую $\boldsymbol{R}_{12}$ со следующей силой $\boldsymbol{F}_3$. Количество сил вновь уменьшилось на единицу.

$$\boxed{\overline{R}_{1,2,3} = \overline{R}_{1,2} + \overline{F}_2}$$

Повторим эту же операцию со следующей силой $\boldsymbol{F}_4$. Осталась всего одна сила, эквивалентная исходной системе сил.

$$\boxed{\overline{R}_{1,2,3,4} = \overline{R}_{1,2,3} + \overline{F}_4}$$

Сложение сил построением параллелограммов можно заменить построением **силового треугольника** – выбирается одна из сил или изображается параллельно самой себе с началом в любой произвольной точке, все другие **силы изображаются параллельными самим себе с началом, совпадающим с концом предыдущей силы**.

Результатом такого сложения является вектор, направленный из начала первой силы к концу последней из сил.

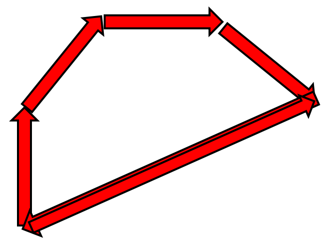
2. Простейший вид системы – сила, приложенная в точке пересечения исходных сил. Таким образом, сходящаяся система сил приводится к одной силе – **равнодействующей** (силе, эквивалентной исходной системе сил), равной геометрической сумме сил системы.

$$\boxed{\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + \overline{F}_4 + \ldots = \sum \overline{F}_i}$$

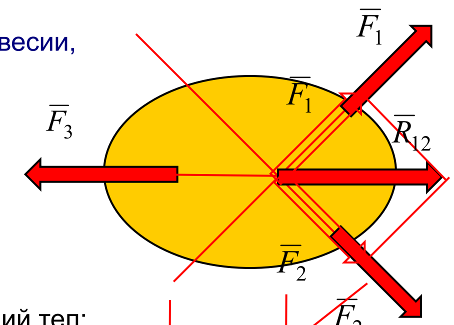
3. Если равнодействующая системы оказывается не равной нулю, тело под действием такой системы силы будет двигаться в направлении равнодействующей (система сил не уравновешена). Для того, чтобы уравновесить систему достаточно приложить силу, равную полученной равнодействующей и направленной в противоположную сторону (аксиома о двух силах). Таким образом, **условием равновесия системы сходящихся сил является обращение равнодействующей в ноль.**

$$\boxed{\overline{R} = \sum \overline{F}_i = 0}$$

Это условие эквивалентно замкнутости силового треугольника определенным образом, а именно, **направление всех сил при обходе по контуру не изменяется по направлению**:



- **Теорема о трех силах –** Если тело, под действием трех непараллельных сил находится в равновесии, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке.



1. Перенесем две силы по линии их действия в точку их пересечения (кинематическое состояние тела при этом не изменится – следствие из аксиомы присоединения).

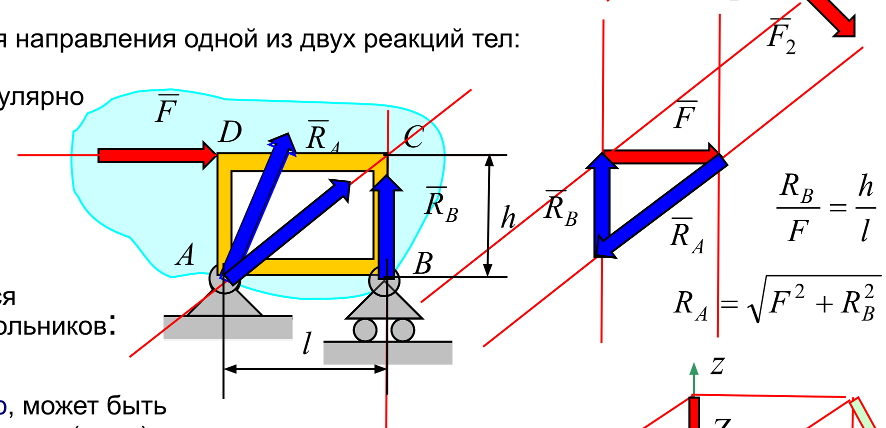
2. Сложим эти силы (аксиома параллелограмма). Теперь система состоит всего из двух сил. А такая система находится в равновесии, если эти силы равны между собой и направлены по одной линии в противоположные стороны. Таким образом, все три силы пересекаются в одной точке.

Теорема о трех силах может эффективно применяться для определения направления одной из двух реакций тел:

Реакция подвижного шарнира $\boldsymbol{R_B}$ направлена вертикально (перпендикулярно опорной плоскости). Направление (угол наклона к горизонту) реакции неподвижного шарнира $\boldsymbol{R_A}$ пока не определено.

Если тело под действием трех сил $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{R_A}$ и $\boldsymbol{R_B}$ находится в равновесии, то все три силы должны пересекаться в одной точке (в точке C) :

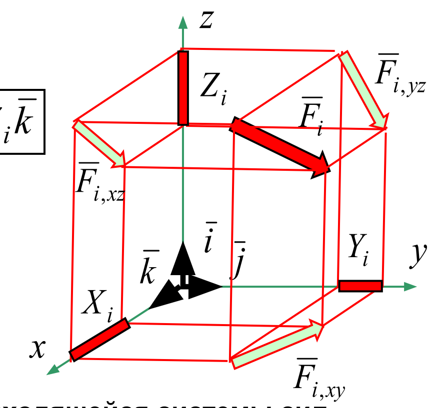
Действительные направления и величины реакций легко определяются построением силового треугольника и использованием подобия треугольников:



- **Аналитическое определение равнодействующей –**

Каждая из сил, геометрическая сумма которых дает равнодействующую, может быть представлена через ее проекции на координатные оси и единичные векторы (орты):

$$\boxed{\overline{F}_i = X_i\overline{i} + Y_i\overline{j} + Z_i\overline{k}}$$



Тогда равнодействующая выражается через проекции сил в виде:

$$\boxed{\overline{R} = \sum \overline{F}_i = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + ... = X_1\overline{i} + Y_1\overline{j} + Z_1\overline{k} + X_2\overline{i} + Y_2\overline{j} + Z_2\overline{k} + ...}$$

Группировка по ортам дает выражения для проекций равнодействующей:

$$\boxed{\overline{R} = (X_1 + X_2 + ...)\overline{i} + (Y_1 + Y_2 + ...)\overline{j} + (Z_1 + Z_2 + ...)\overline{k} = R_x\overline{i} + R_y\overline{j} + R_z\overline{k}}$$

Отсюда проекции равнодействующей :

$$\boxed{\begin{aligned} R_x &= \sum X_i; \\ R_y &= \sum Y_i; \\ R_z &= \sum Z_i; \end{aligned}}$$

Направляющие косинусы равнодействующей :

$$\boxed{\begin{aligned} \cos(\overline{R}, x) &= \frac{R_x}{R}; \\ \cos(\overline{R}, y) &= \frac{R_y}{R}. \end{aligned}}$$

Модуль равнодействующей :

$$\boxed{R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}}$$

- **Уравнения равновесия сходящейся системы сил**

Условие равновесия:
Равнодействующая должна обращаться в ноль:

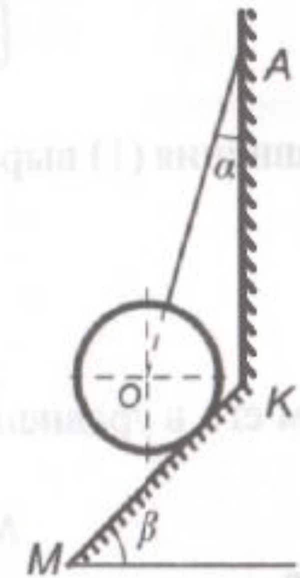
$$\boxed{\overline{R} = 0}$$

Отсюда **уравнения равновесия** :

$$\boxed{\begin{aligned} \sum X_i &= 0; \\ \sum Y_i &= 0; \\ \sum Z_i &= 0. \end{aligned}}$$

Задача 1

Цилиндр весом $G = 200$ Н удерживается нитью ОА на идеальной гладкой наклонной плоскости МК, составляющей с горизонтом угол $\beta = 45^\circ$, и оказывает на плоскость давление $Q = 60$ Н. Определить угол α и силу натяжения нити $\vec{T}$.

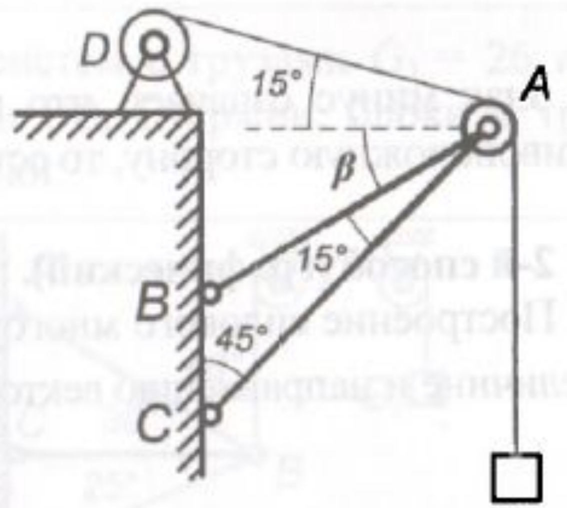


Дано:
G=200 Н;
Q=60 Н;
β=45°.

Найти: α, $\overline{T}$.

Задача 2

Груз весом G = 3000 Н подвешен с помощью каната, перекинутого через блок А и намотанного на лебёдку D. Определить усилия в стержнях АВ и АС. Углы указаны на рисунке. Размерами блоков пренебречь.

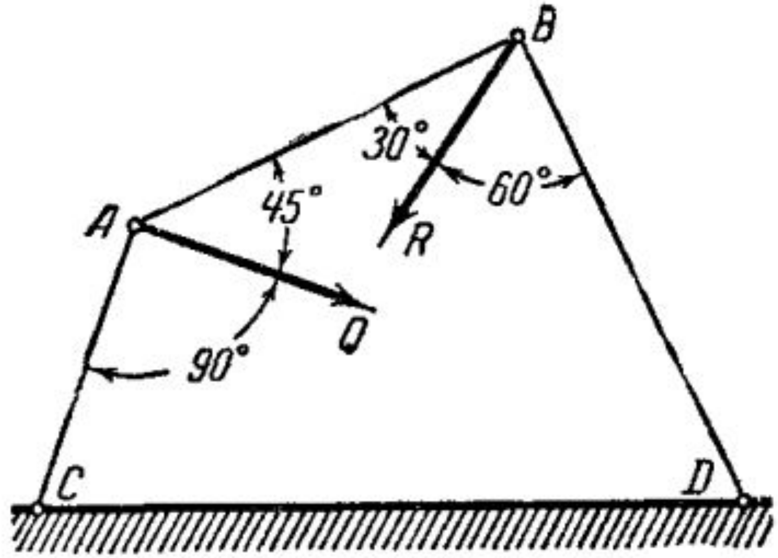


Дано:
G=3000 Н.

Найти: $\vec{S}_1$, $\vec{S}_2$.

Задача 3

К шарниру A стержневого шарнирного четырехугольника $ABDC$, сторона CD которого закреплена, приложена сила $Q=100$ Н под углом $BAQ=45°$. Определить величину силы R, приложенной в шарнире B под углом $ABR=30°$ таким образом, чтобы четырехугольник $ABDC$ был в равновесии, если углы: $CAQ=90°$, $DBR=60°$.



Задача 4

Два трамвайных провода подвешены к поперечным проволочным канатам, из которых каждый прикреплен к двум столбам. Столбы расставлены вдоль пути на расстоянии 40 м друг от друга. Для каждого поперечного каната расстояния

$AK = KL = LB = 5$ м $\qquad KC = LD = 0.5$ м

Пренебрегая весом проволочного каната найти натяжения T_1, T_2, и T_3 в частях его FC. CD и DB, если вес 1 м провода равен 7,5 Н.