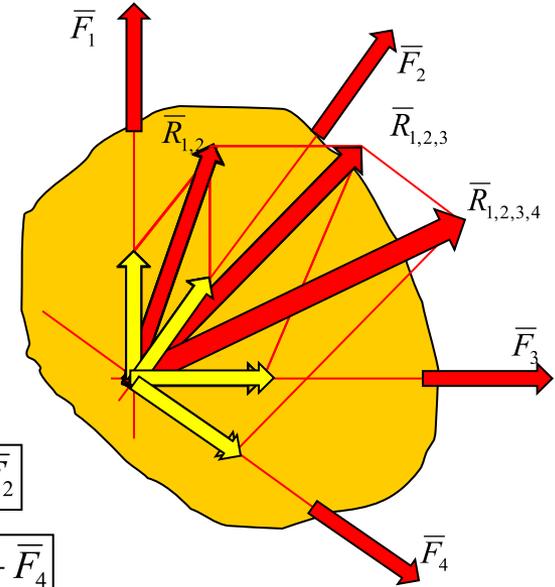


Система сходящихся сил

■ Система сходящихся сил – линии действия сил пересекаются в одной точке.
План исследования любой системы сил соответствует последовательному решению трех вопросов :

1. Как упростить систему?
2. Каков простейший вид системы?
3. Каковы условия равновесия системы?



$$\bar{R}_{1,2} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$$

$$\bar{R}_{1,2,3} = \bar{R}_{1,2} + \bar{F}_3$$

$$\bar{R}_{1,2,3,4} = \bar{R}_{1,2,3} + \bar{F}_4$$

1. Перенесем все силы по линии их действия в точку пересечения (кинематическое состояние тела при этом не изменится – следствие из аксиомы присоединения).

Сложим первые две силы F_1 и F_2 (аксиома параллелограмма).
Количество сил уменьшилось на единицу.

Сложим полученную равнодействующую R_{12} со следующей силой F_3 .
Количество сил вновь уменьшилось на единицу.

Повторим эту же операцию со следующей силой F_4 .
Осталась всего одна сила, эквивалентная исходной системе сил.

Сложение сил построением параллелограммов можно заменить построением **силового треугольника** – выбирается одна из сил или изображается параллельно самой себе с началом в любой произвольной точке, все другие силы изображаются параллельными самим себе с началом, **совпадающим с концом предыдущей силы**.

Результатом такого сложения является вектор, направленный из начала первой силы к концу последней из сил.

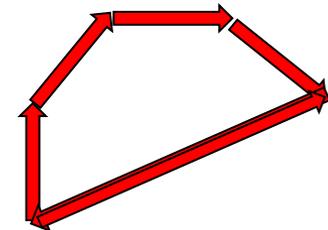
2. **Простейший вид системы** – сила, приложенная в точке пересечения исходных сил. Таким образом, сходящаяся система сил приводится к одной силе – **равнодействующей** (силе, эквивалентной исходной системе сил), равной геометрической сумме сил системы.

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_4 + \dots = \sum \bar{F}_i$$

3. Если равнодействующая системы оказывается не равной нулю, тело под действием такой системы силы будет двигаться в направлении равнодействующей (система сил не уравновешена). Для того, чтобы уравновесить систему достаточно приложить силу, равную полученной равнодействующей и направленной в противоположную сторону (аксиома о двух силах). Таким образом, **условием равновесия системы сходящихся сил является обращение равнодействующей в ноль**.

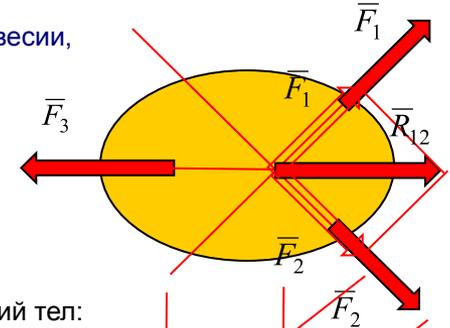
$$\bar{R} = \sum \bar{F}_i = 0$$

Это условие эквивалентно замкнутости силового треугольника определенным образом, а именно, **направление всех сил при обходе по контуру не изменяется по направлению**:



- **Теорема о трех силах** – Если тело, под действием трех непараллельных сил находится в равновесии, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке.

1. Перенесем две силы по линии их действия в точку их пересечения (кинематическое состояние тела при этом не изменится – следствие из аксиомы присоединения).
2. Сложим эти силы (аксиома параллелограмма). Теперь система состоит всего из двух сил. А такая система находится в равновесии, если эти силы равны между собой и направлены по одной линии в противоположные стороны. Таким образом, все три силы пересекаются в одной точке.

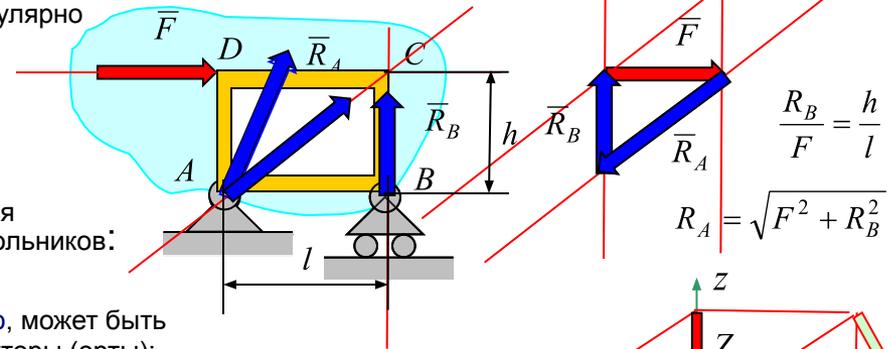


Теорема о трех силах может эффективно применяться для определения направления одной из двух реакций тел:

Реакция подвижного шарнира R_B направлена вертикально (перпендикулярно опорной плоскости). Направление (угол наклона к горизонту) реакции неподвижного шарнира R_A пока не определено.

Если тело под действием трех сил F , R_A и R_B находится в равновесии, то все три силы должны пересекаться в одной точке (в точке C) :

Действительные направления и величины реакций легко определяются построением силового треугольника и использованием подобия треугольников:



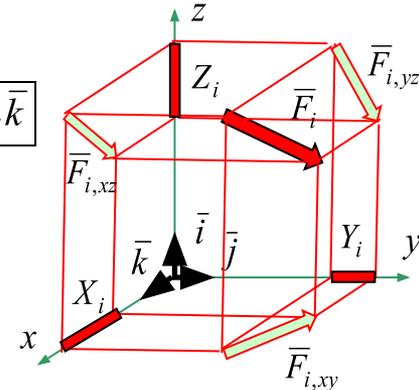
- **Аналитическое определение равнодействующей** – Каждая из сил, геометрическая сумма которых дает **равнодействующую**, может быть представлена через ее проекции на координатные оси и единичные векторы (орты):

Тогда равнодействующая выражается через проекции сил в виде:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = X_1\vec{i} + Y_1\vec{j} + Z_1\vec{k} + X_2\vec{i} + Y_2\vec{j} + Z_2\vec{k} + \dots$$

Группировка по ортам дает выражения для проекций равнодействующей:

$$\vec{R} = (X_1 + X_2 + \dots)\vec{i} + (Y_1 + Y_2 + \dots)\vec{j} + (Z_1 + Z_2 + \dots)\vec{k} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j} + R_z\vec{k}$$



Отсюда проекции равнодействующей :

$$\begin{aligned} R_x &= \sum X_i; \\ R_y &= \sum Y_i; \\ R_z &= \sum Z_i; \end{aligned}$$

Направляющие косинусы равнодействующей :

$$\begin{aligned} \cos(\vec{R}, x) &= \frac{R_x}{R}; \\ \cos(\vec{R}, y) &= \frac{R_y}{R}. \end{aligned}$$

Модуль равнодействующей :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

- **Уравнения равновесия сходящейся системы сил**

Условие равновесия:
Равнодействующая должна обращаться в ноль:

$$\vec{R} = 0$$

Отсюда **уравнения равновесия** :

$$\begin{aligned} \sum X_i &= 0; \\ \sum Y_i &= 0; \\ \sum Z_i &= 0. \end{aligned}$$

Задача 1

Цилиндр весом $G = 200 \text{ Н}$ удерживается нитью OA на идеальной гладкой наклонной плоскости MK , составляющей с горизонтом угол $\beta = 45^\circ$, и оказывает на плоскость давление $Q = 60 \text{ Н}$. Определить угол α и силу натяжения нити \vec{T} .

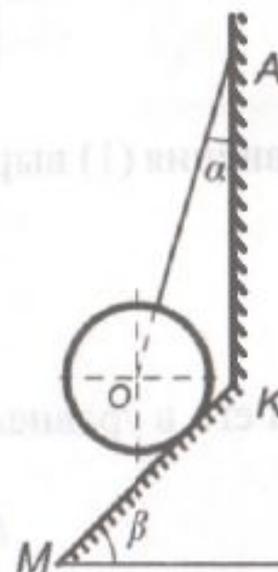
Дано:

$$G=200 \text{ Н};$$

$$Q=60 \text{ Н};$$

$$\beta=45^\circ.$$

Найти: α, \vec{T} .



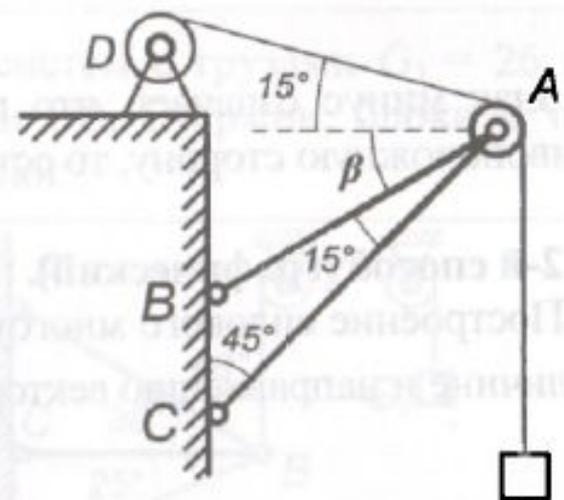
Задача 2

Груз весом $G = 3000 \text{ Н}$ подвешен с помощью каната, перекинутого через блок А и намотанного на лебёдку D. Определить усилия в стержнях АВ и АС. Углы указаны на рисунке. Размерами блоков пренебречь.

Дано:

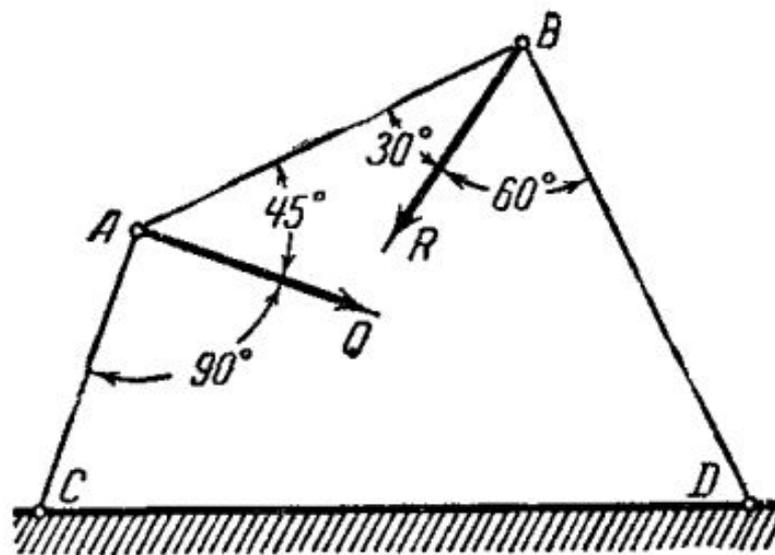
$$G=3000 \text{ Н.}$$

Найти: \vec{S}_1, \vec{S}_2 .



Задача 3

К шарниру A стержневого шарнирного четырехугольника $ABDC$, сторона CD которого закреплена, приложена сила $Q = 100$ Н под углом $BAQ = 45^\circ$. Определить величину силы R , приложенной в шарнире B под углом $ABR = 30^\circ$ таким образом, чтобы четырехугольник $ABDC$ был в равновесии, если углы: $CAQ = 90^\circ$, $DBR = 60^\circ$.



Задача 4

Два трамвайных провода подвешены к поперечным проволочным канатам, из которых каждый прикреплен к двум столбам. Столбы расставлены вдоль пути на расстоянии 40 м друг от друга. Для каждого поперечного каната расстояния

$$AK = KL = LB = 5 \text{ м} \quad KC = LD = 0.5 \text{ м}$$

Пренебрегая весом проволочного каната найти натяжения T_1 , T_2 , и T_3 в частях его FC, CD и DB, если вес 1 м провода равен 7,5 Н.

