

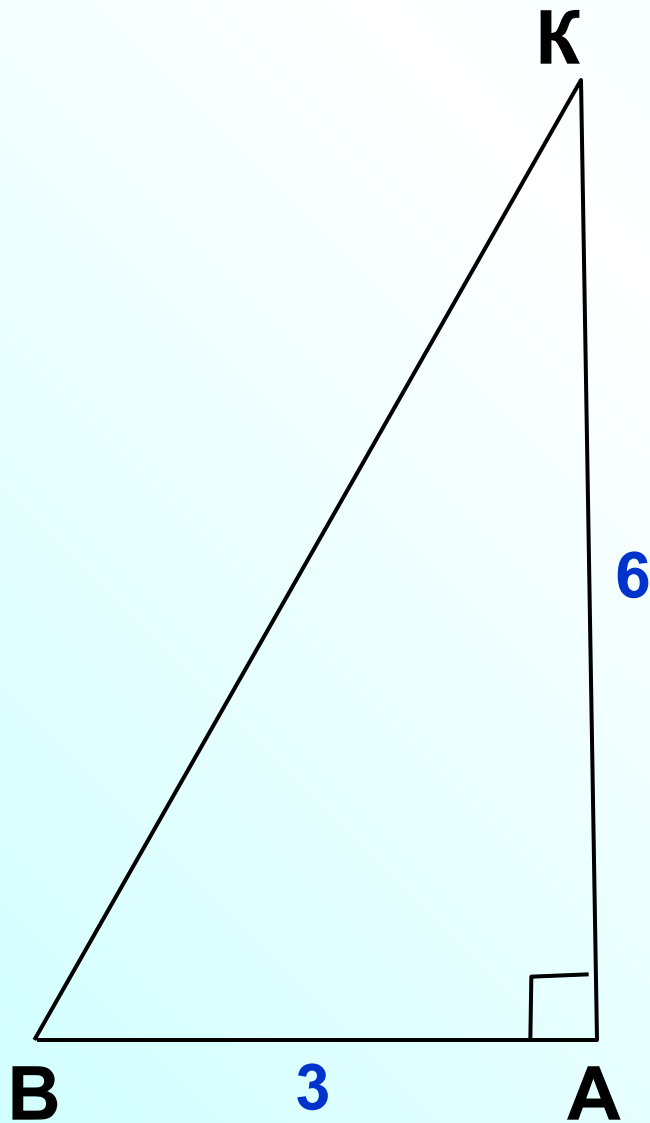
Савченко Е.М., учитель математики, МОУ гимназия № , д. Полярные Зори, Мурманской обл.



Теорема о площади треугольника

Л.С. Атанасян "Геометрия 7-9"

Повторение



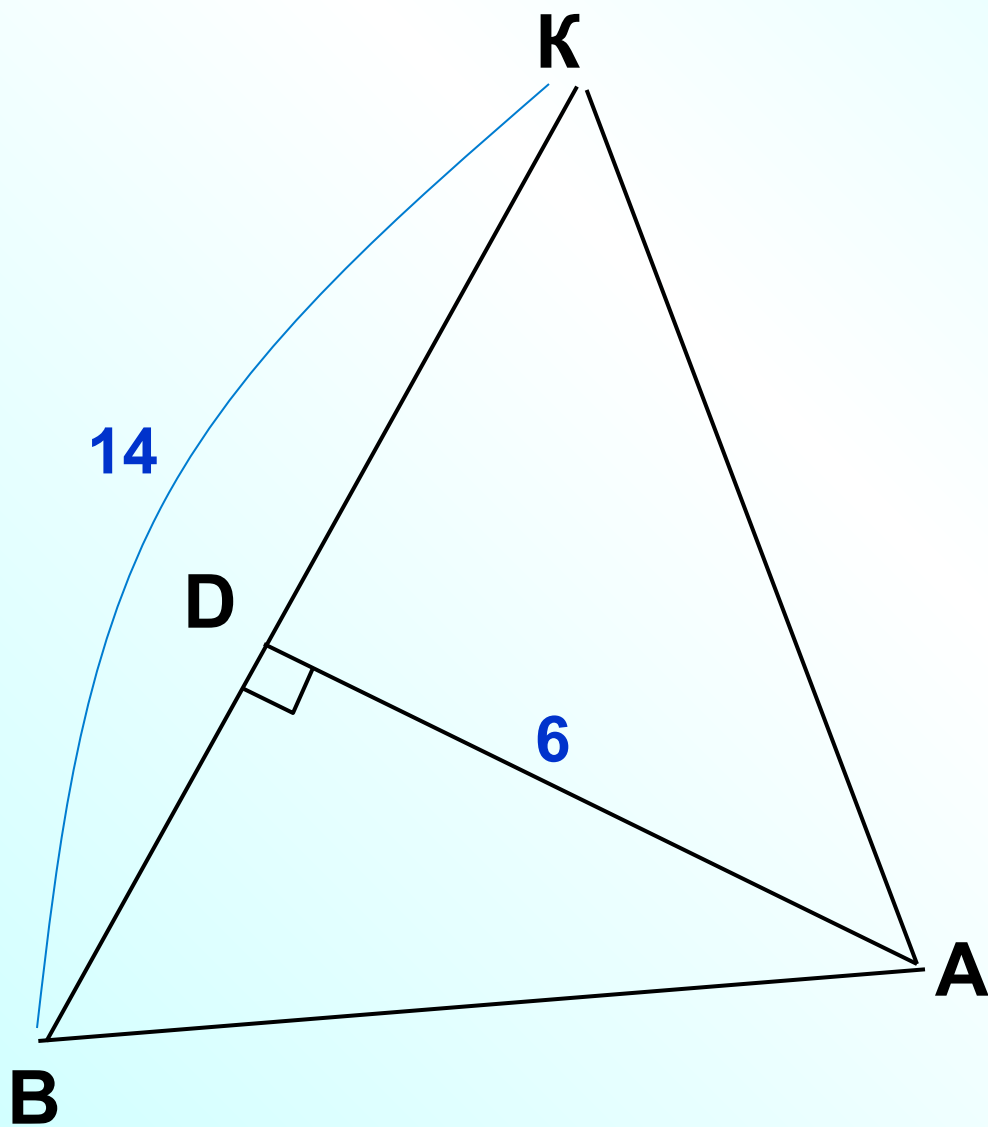
$$S = \frac{1}{2} ab$$

$$S = \frac{1}{2} AK \cdot AB$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3$$

$$S = 9$$

Повторение



$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

$$S = \frac{1}{2} BK \cdot AD$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 6$$

$$S = 42$$

Повторение



$$S = \frac{1}{2} ab$$

$$S = \frac{1}{2} CA \cdot CB$$

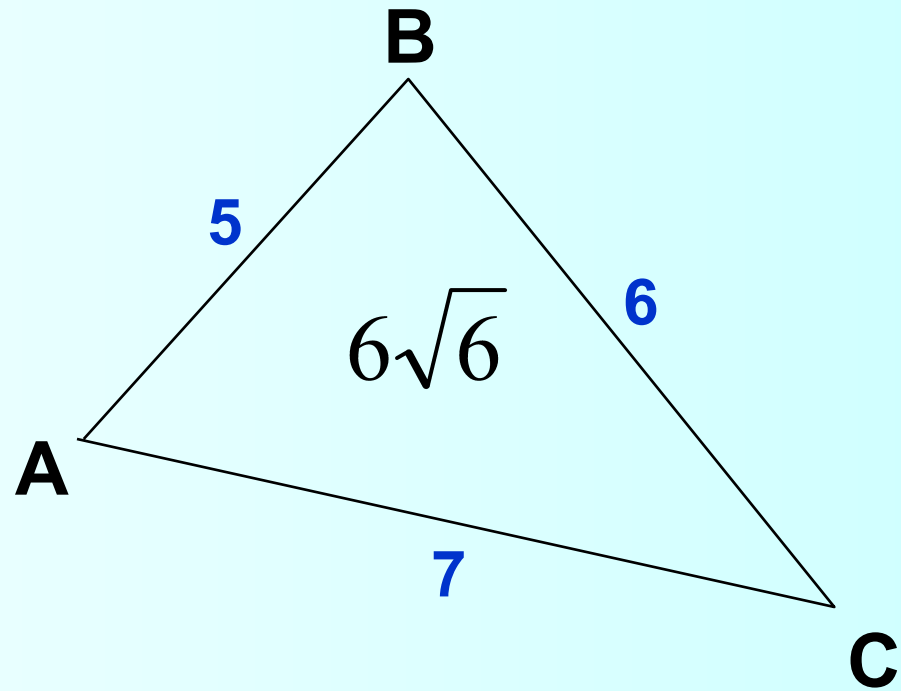
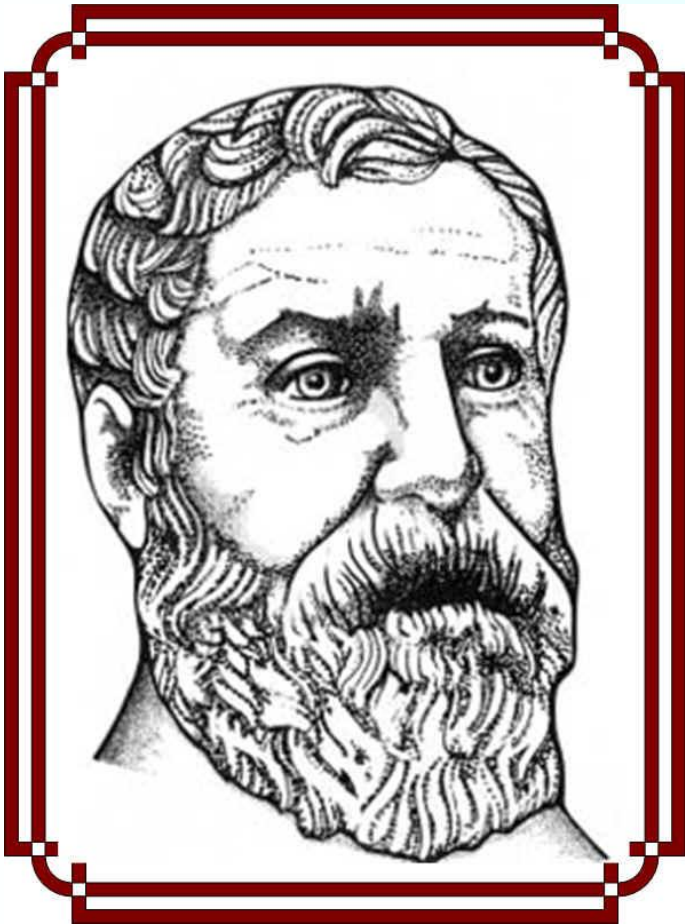
$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3$$

$$S = 6$$

Формула
Герона

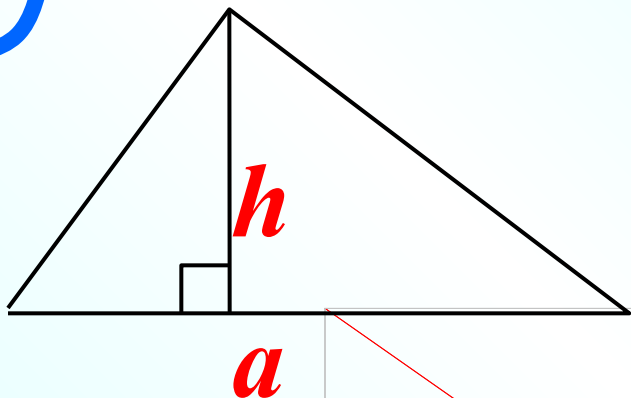
$$S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$$

p - полупериметр

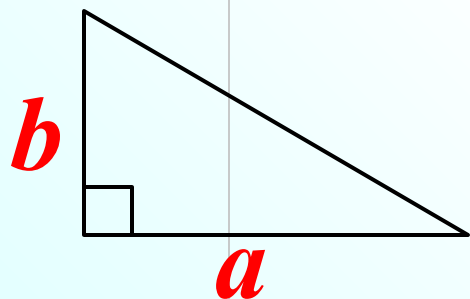


$$S = \sqrt{9(9 - 5)(9 - 6)(9 - 7)} = \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 3 \cdot 2\sqrt{6}$$

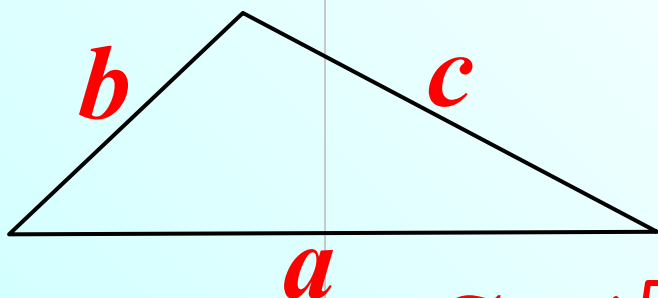
Формулы для вычисления площади треугольника



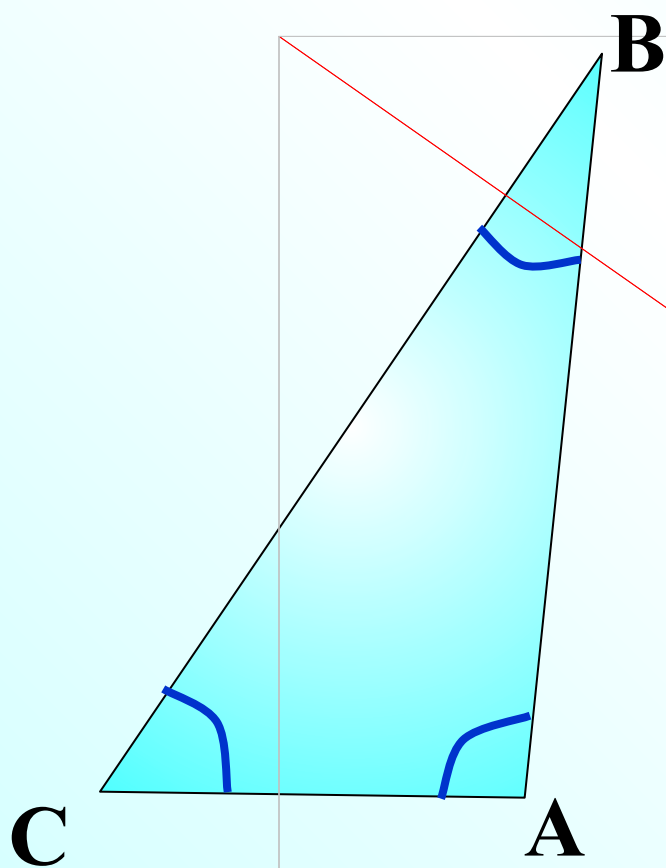
$$S = \frac{1}{2} a h_a$$



$$S = \frac{1}{2} ab$$



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



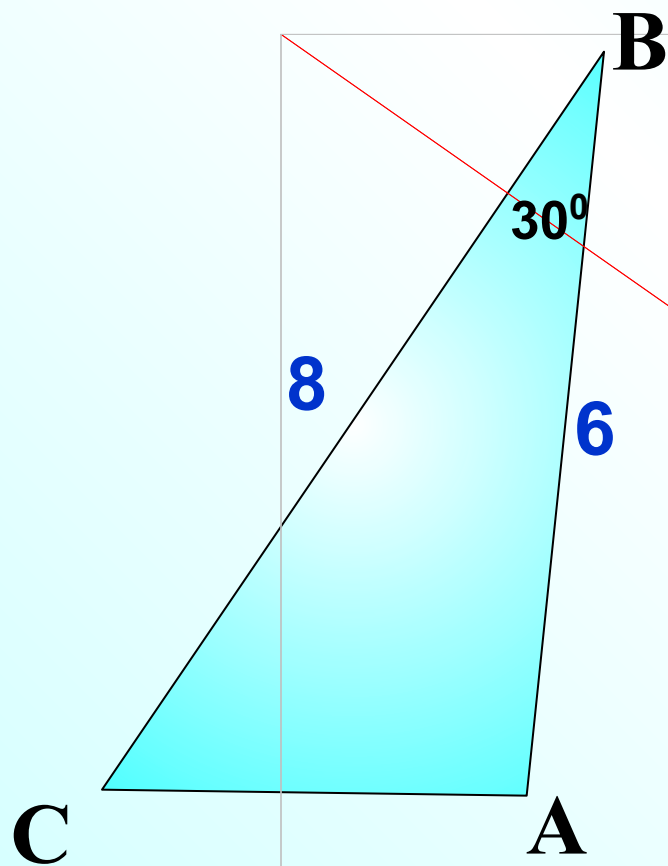
$$S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin B$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BA \cdot \sin A$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \cdot \sin C$$

Найти площадь треугольника

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

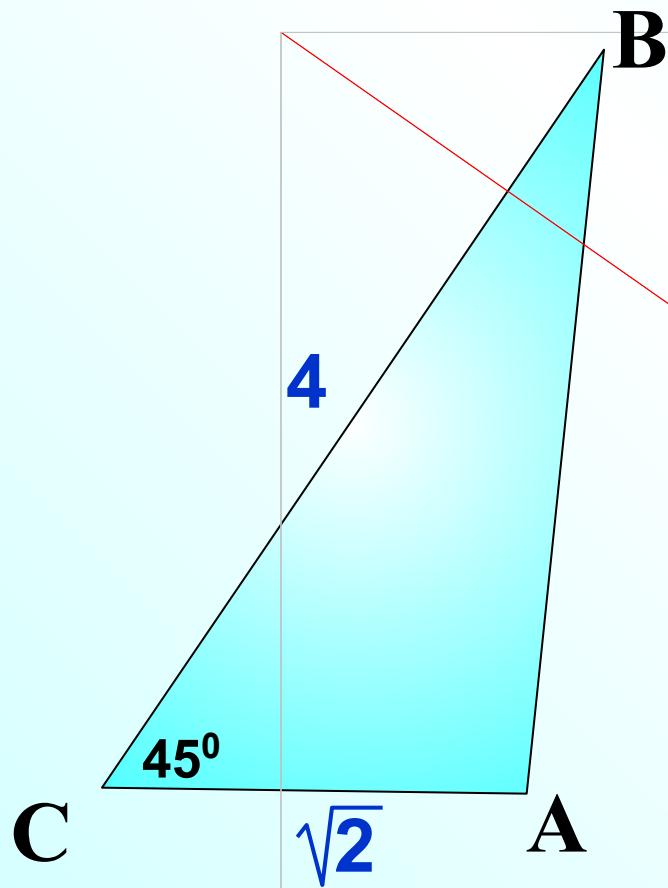


$$S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 \cdot \sin 30^\circ$$

$$S = 12$$

Найти площадь треугольника

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$



$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ$$

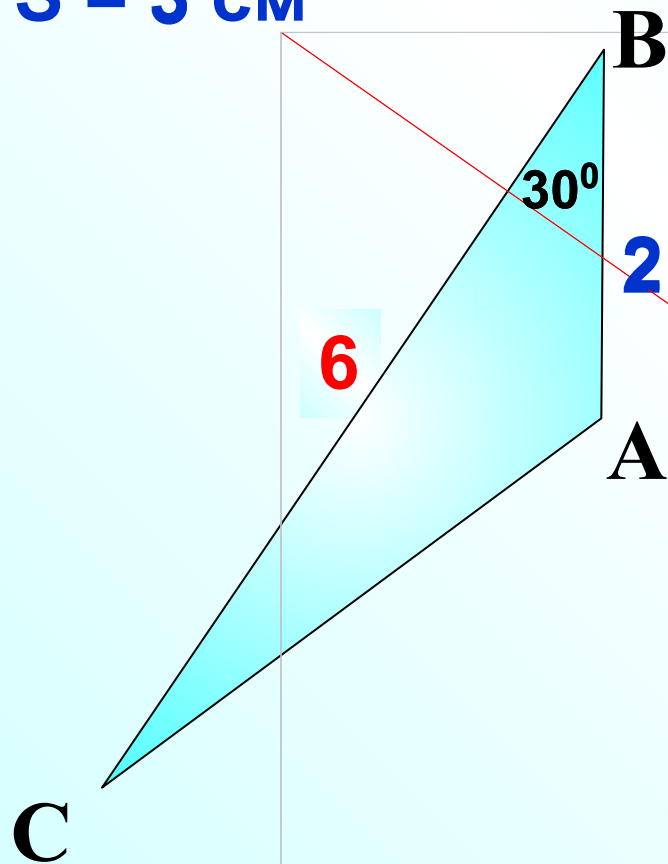
$$S = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S = 2$$

Найти BC

$$S = \frac{1}{2} ab \sin a$$

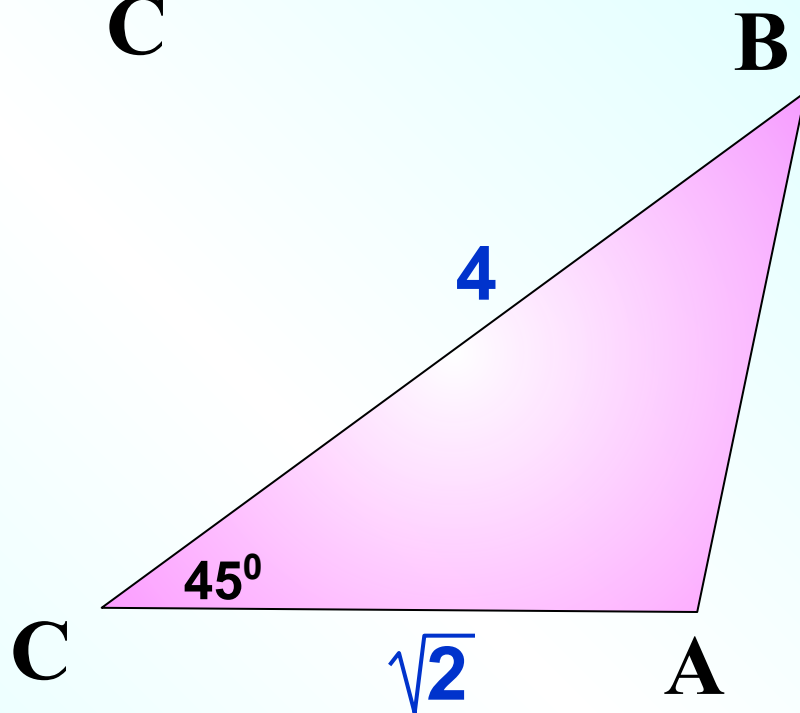
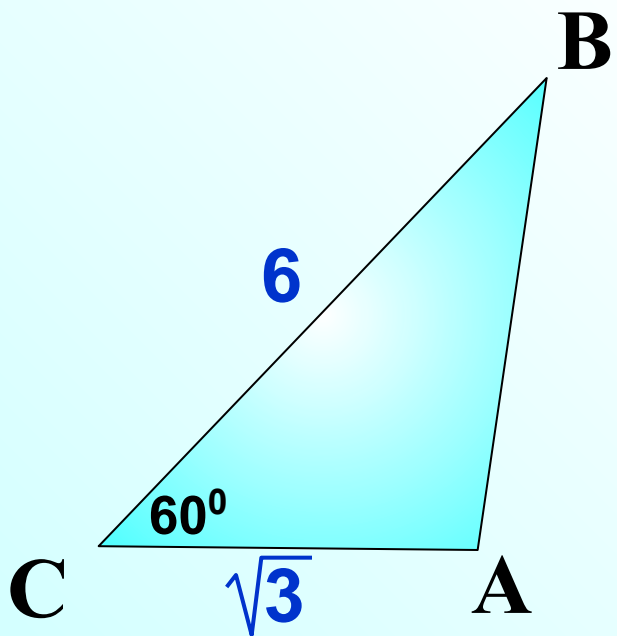
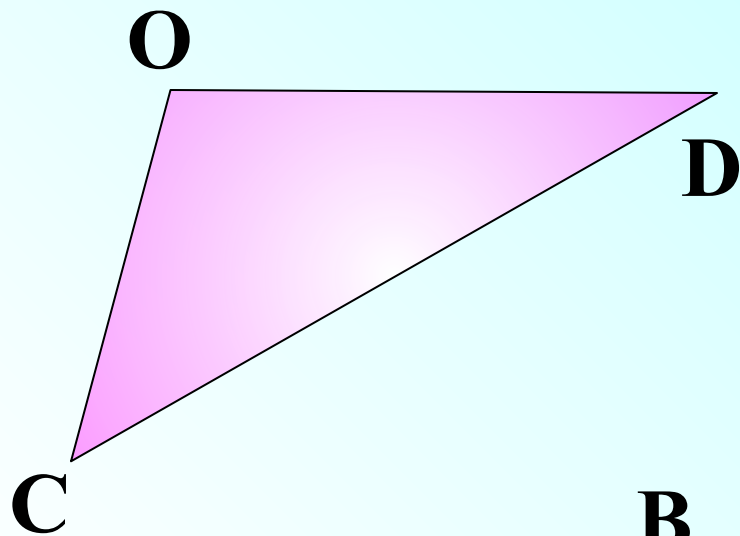
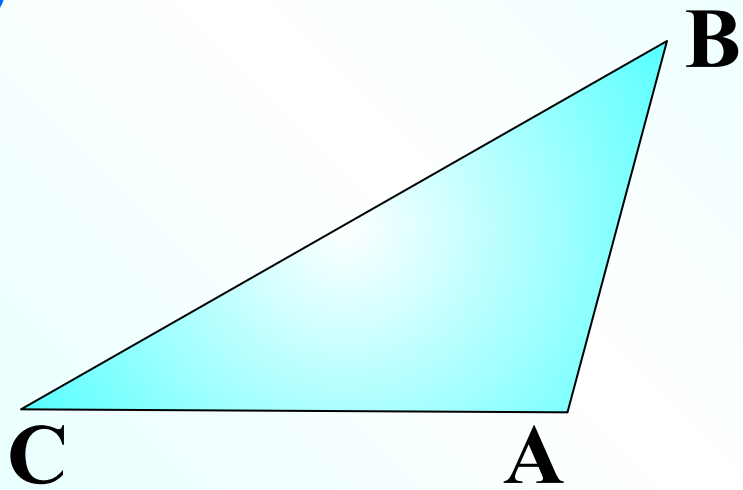
$$S = 3 \text{ см}^2$$



$$3 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot b \cdot \sin 30^\circ$$

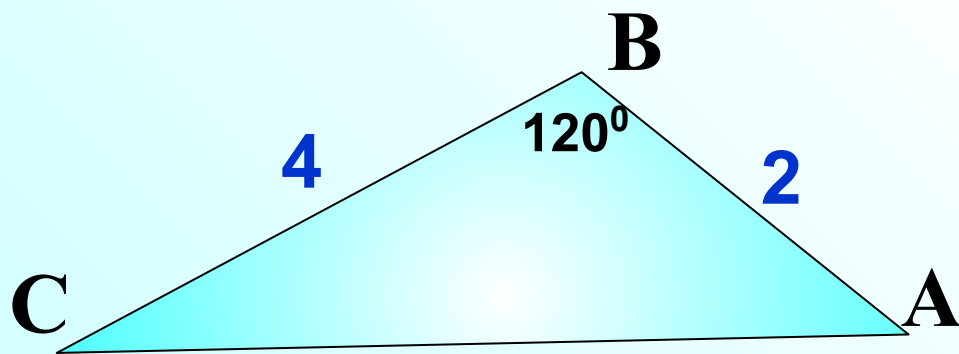
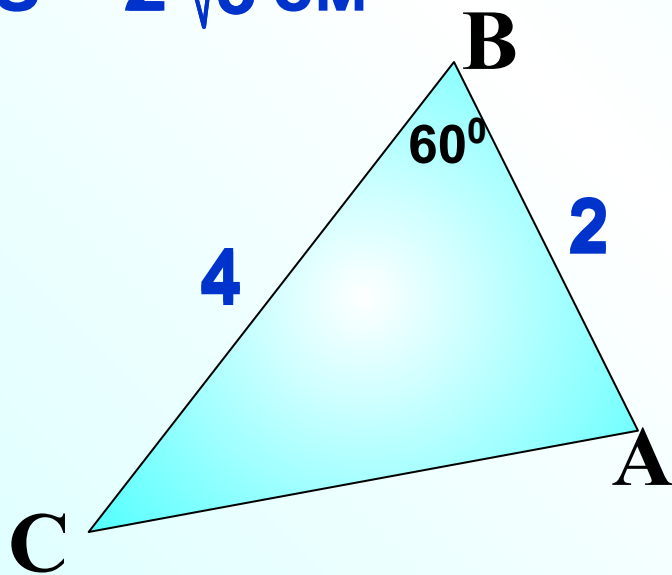
$$3 = b \cdot \frac{1}{2} \cdot 2$$

$$b = 6$$



Найти $\angle B$

$$S = 2\sqrt{3} \text{ см}^2$$



$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$2\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \cdot \sin \alpha$$

$$2\sqrt{3} = 4 \cdot \sin \alpha \quad /:4$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha_1 = 60^\circ \quad \alpha_2 = 120^\circ$$

№ 1021 Докажите, что площадь параллелограмма равна произведению двух его смежных на синус угла между ними.

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

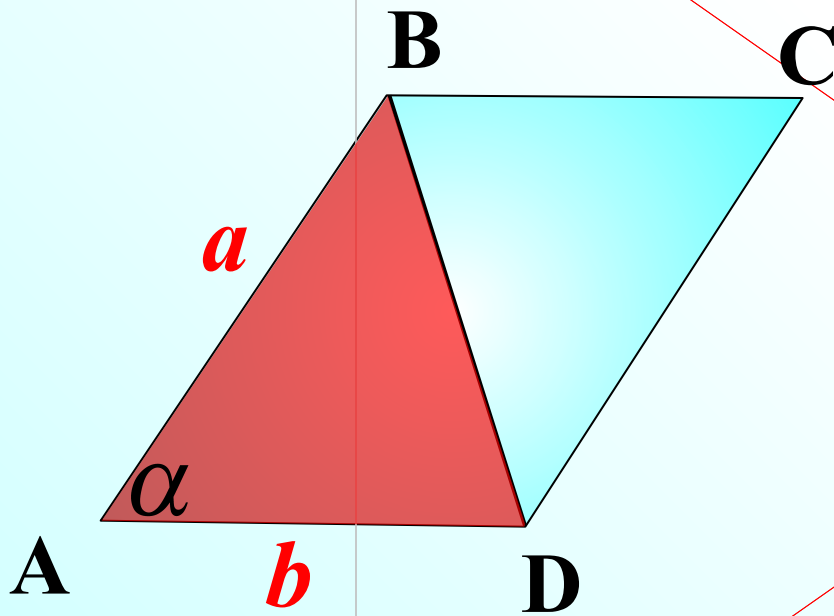
$$\Delta ABD = \Delta CBD$$

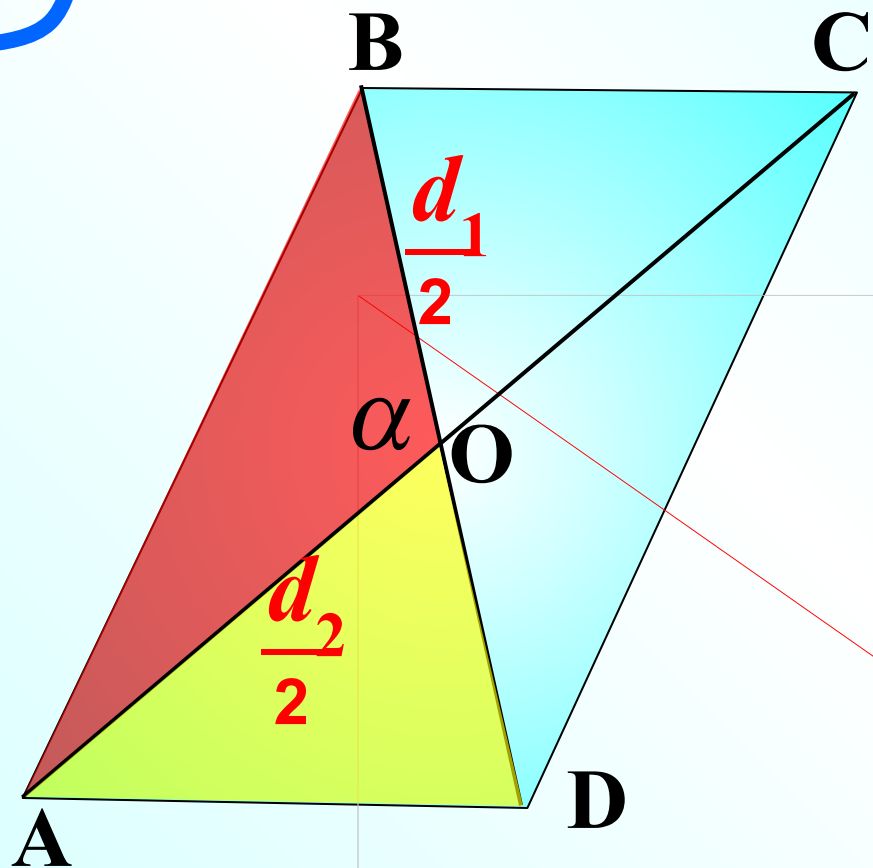
$$S_{ABD} = S_{CBD}$$

$$S_{ABCD} = 2 \cdot S_{ABD}$$

$$S_{ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$S = ab \sin \alpha$$





Докажите, что площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними.

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

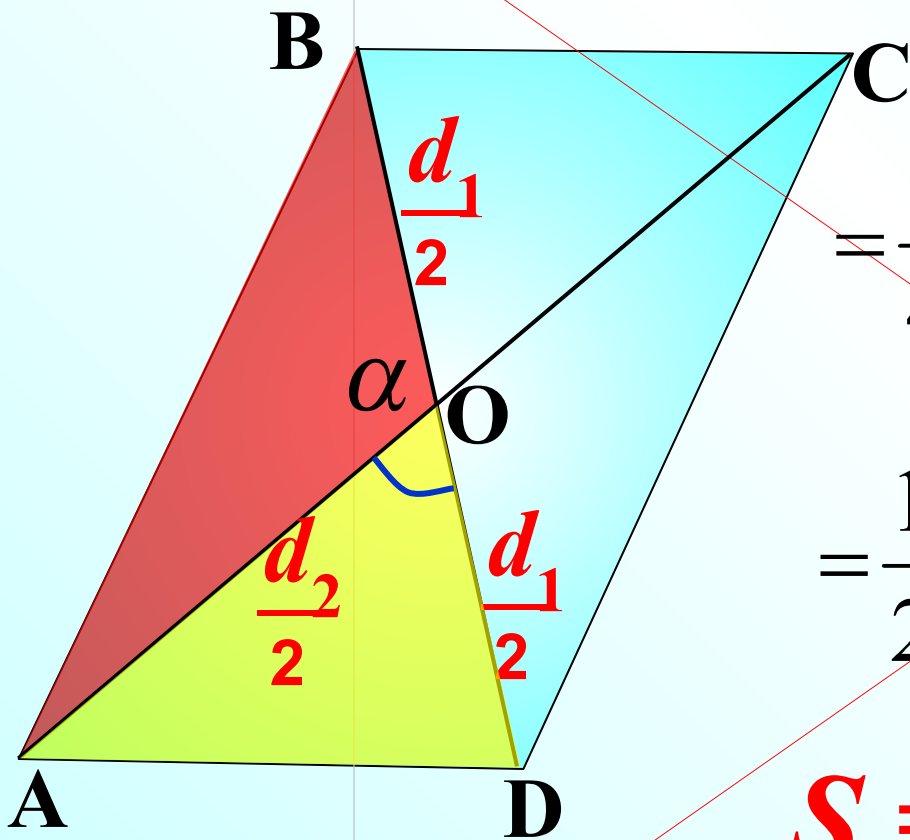
$$\Delta AOB = \Delta COD \Rightarrow S_{AOB} = S_{COD}$$

$$\Delta AOD = \Delta COB \Rightarrow S_{AOD} = S_{COB}$$

$$S_{ABCD} = 2S_{AOB} + 2S_{AOD}$$

$$S_{ABCD} = 2S_{AOB} + 2S_{AOD} =$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2} \sin \alpha + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2} \overbrace{\sin(180^\circ - \alpha)}^{\sin \alpha} =$$



$$= \frac{1}{4} d_1 d_2 \sin \alpha + \frac{1}{4} d_1 d_2 \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

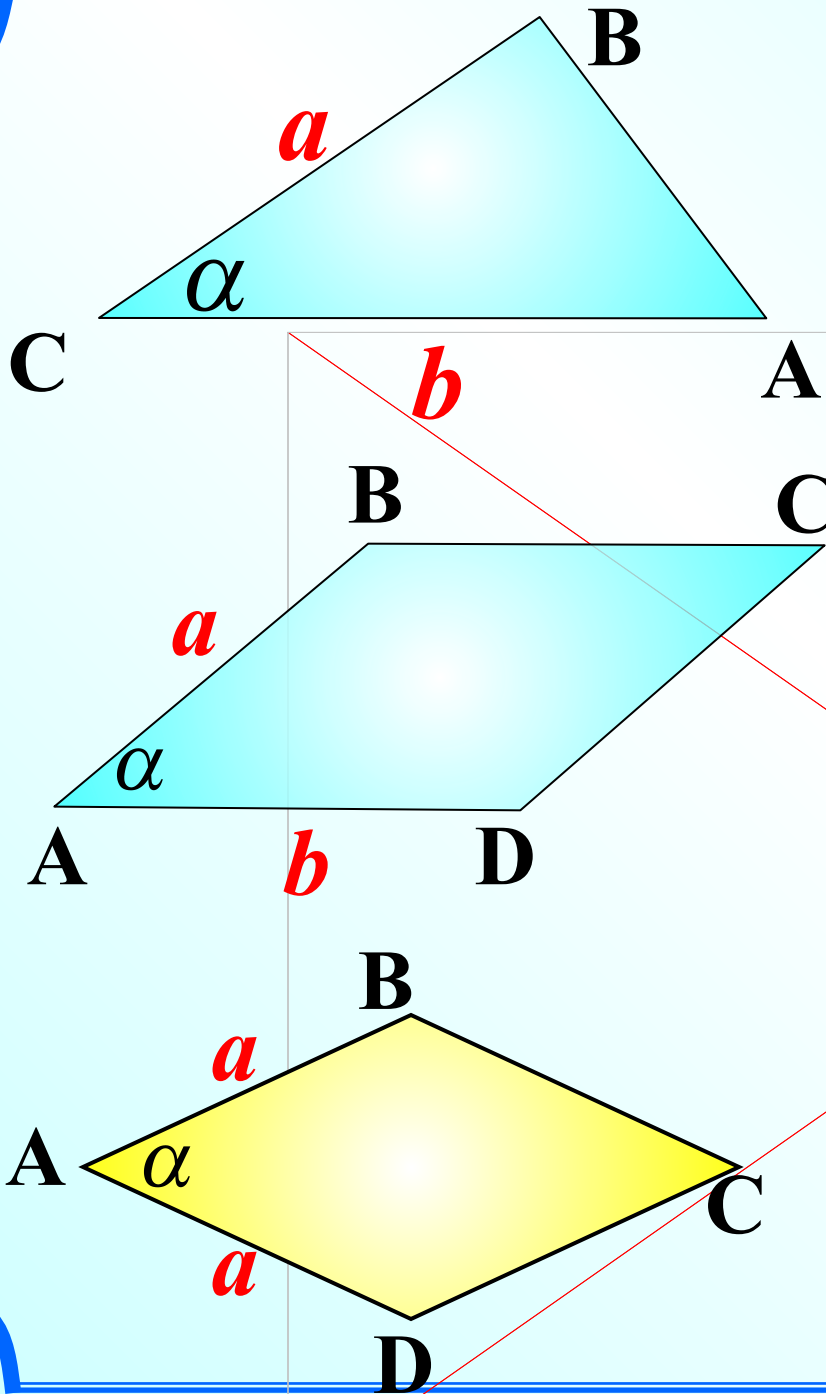
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

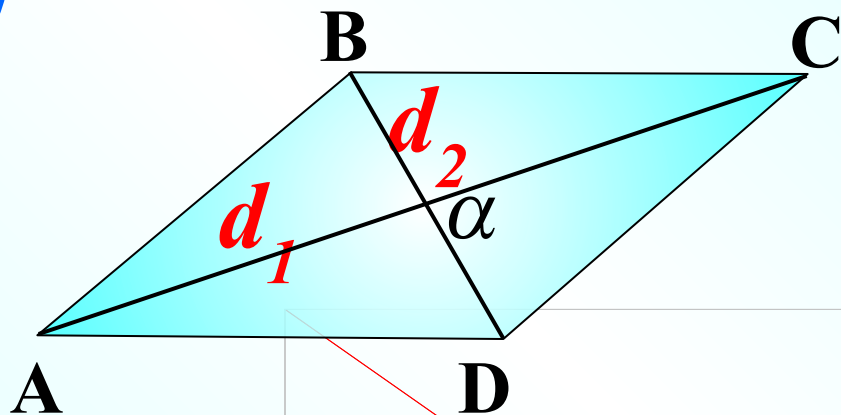
параллелограмм

$$S = ab \sin \alpha$$

ромб

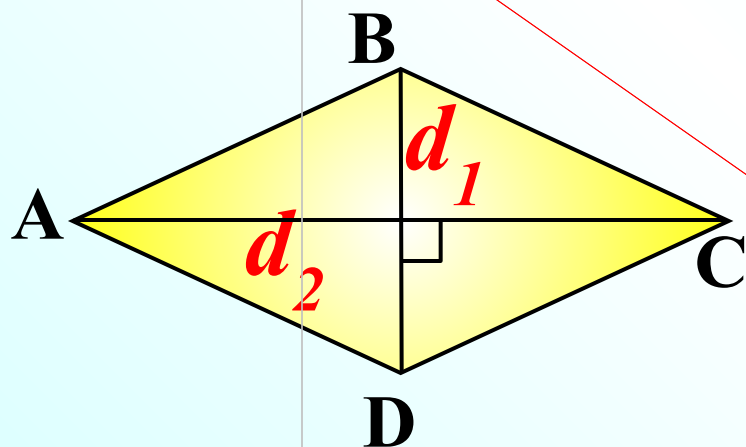
$$S = a^2 \sin \alpha$$





параллелограмм

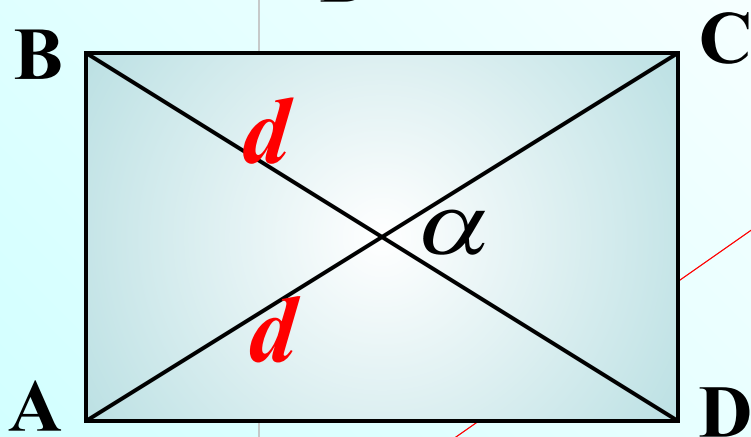
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$



ромб

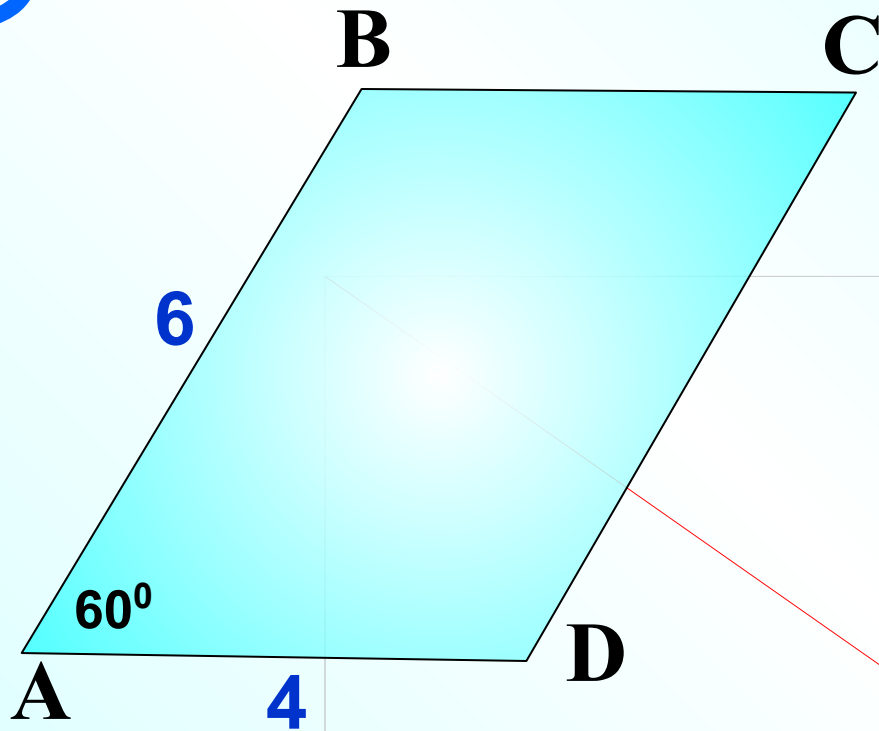
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

1



прямоугольник

$$S = \frac{1}{2} d^2 \sin \alpha$$



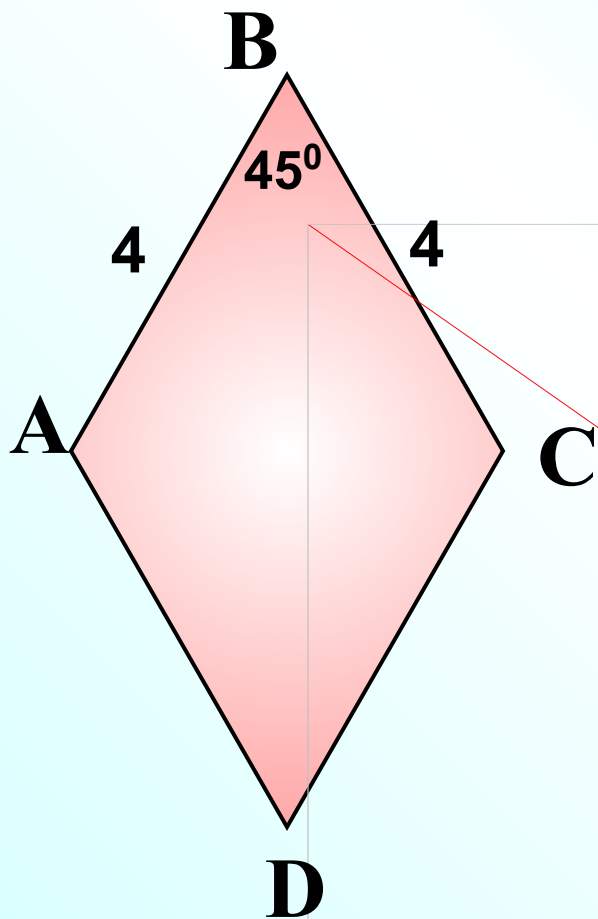
ABCD – параллелограмм,
AB = 6, AD = 4.

Найти S_{ABCD}

$$S = ab \sin \alpha$$

$$S_{ABCD} = 4 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = 4 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$

Найти S_{ABCD}



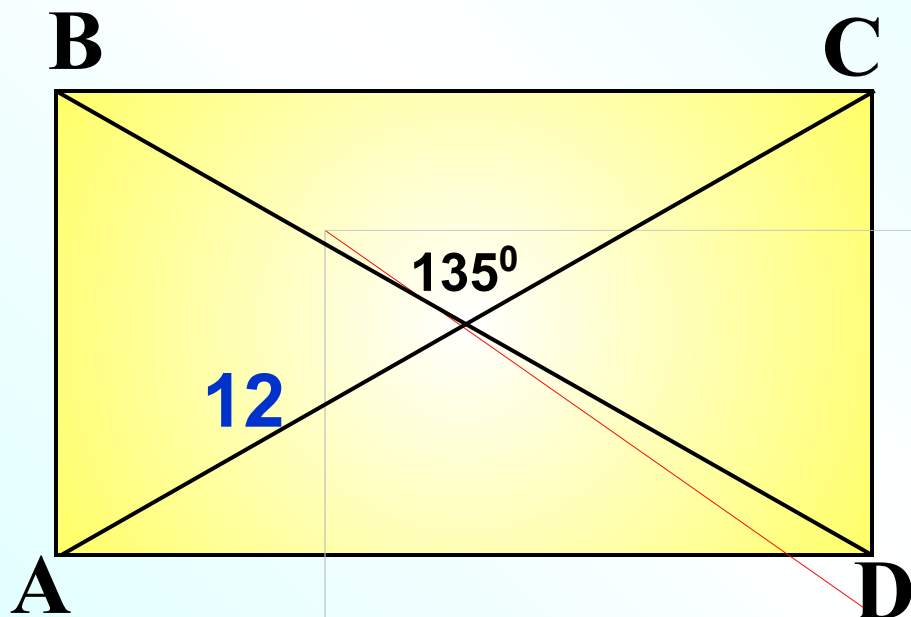
$$S = a^2 \sin \alpha$$

$$S = 4^2 \cdot \sin 45^\circ$$

$$S = 16 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S = 8\sqrt{2}$$

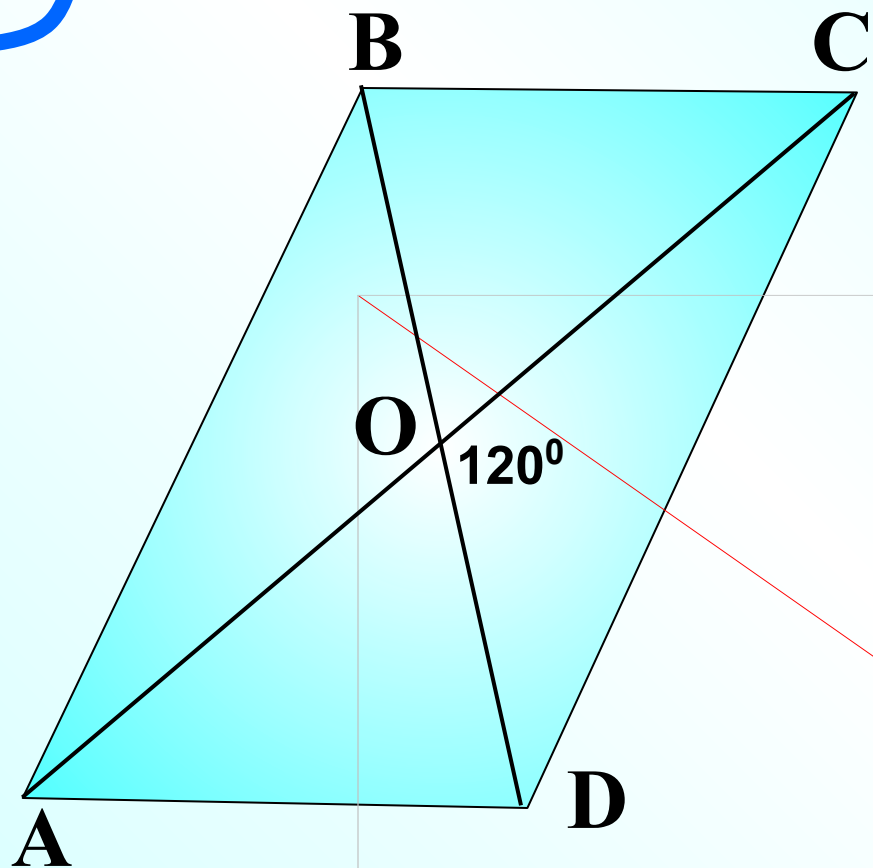
ABCD – прямоугольник,
AC = 12.



Найти S_{ABCD}

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 \cdot \sin 135^\circ = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 36\sqrt{2}$$



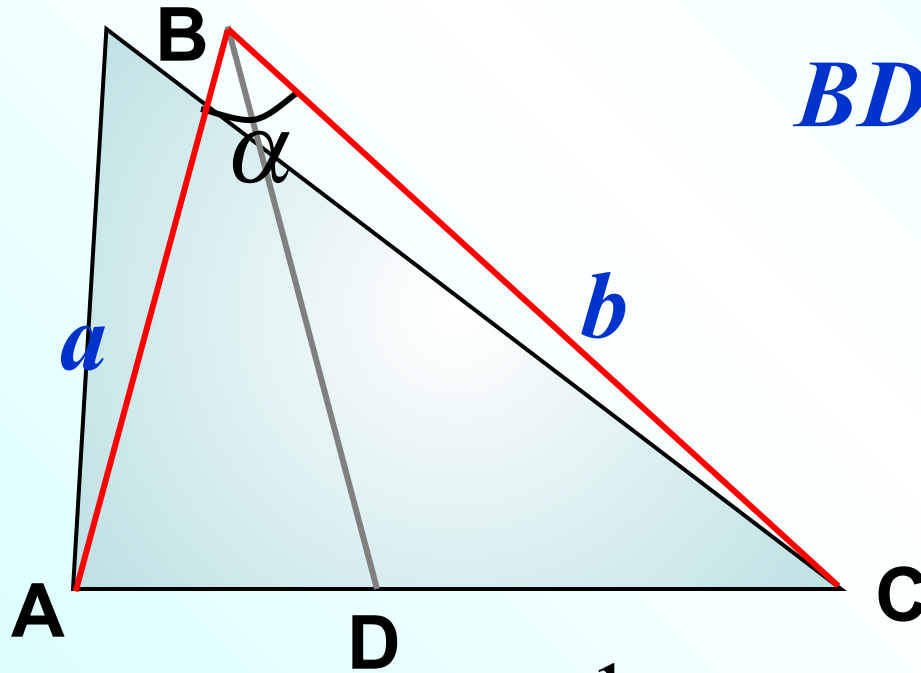
ABCD – параллелограмм,
BD = 6, AC = 10.

Найти S_{ABCD}

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$$

Докажите, что биссектриса треугольника делит его на треугольники, площади которых пропорциональны прилежащим сторонам треугольника.



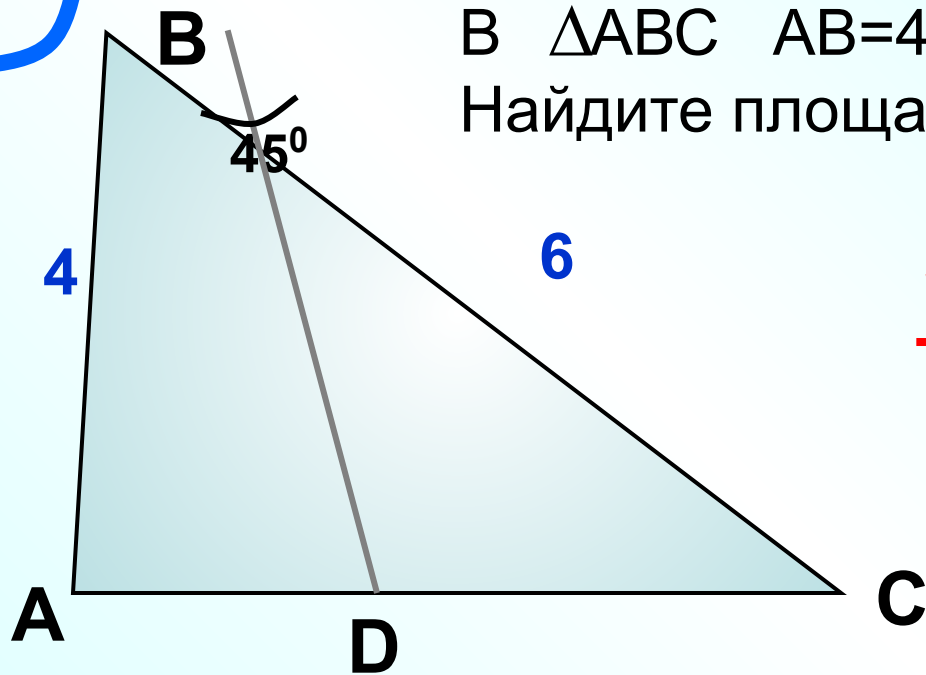
BD — биссектриса угла B

Доказать

$$\frac{S_{ABD}}{S_{DBC}} = \frac{BA}{BC}$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{DBC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BA \cdot BD \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{1}{2} \cdot BD \cdot BC \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{BA}{BC}$$

В $\triangle ABC$ $AB=4$, $BC=6$, $\angle C=45^\circ$.
Найдите площади треугольников ABD и CBD .



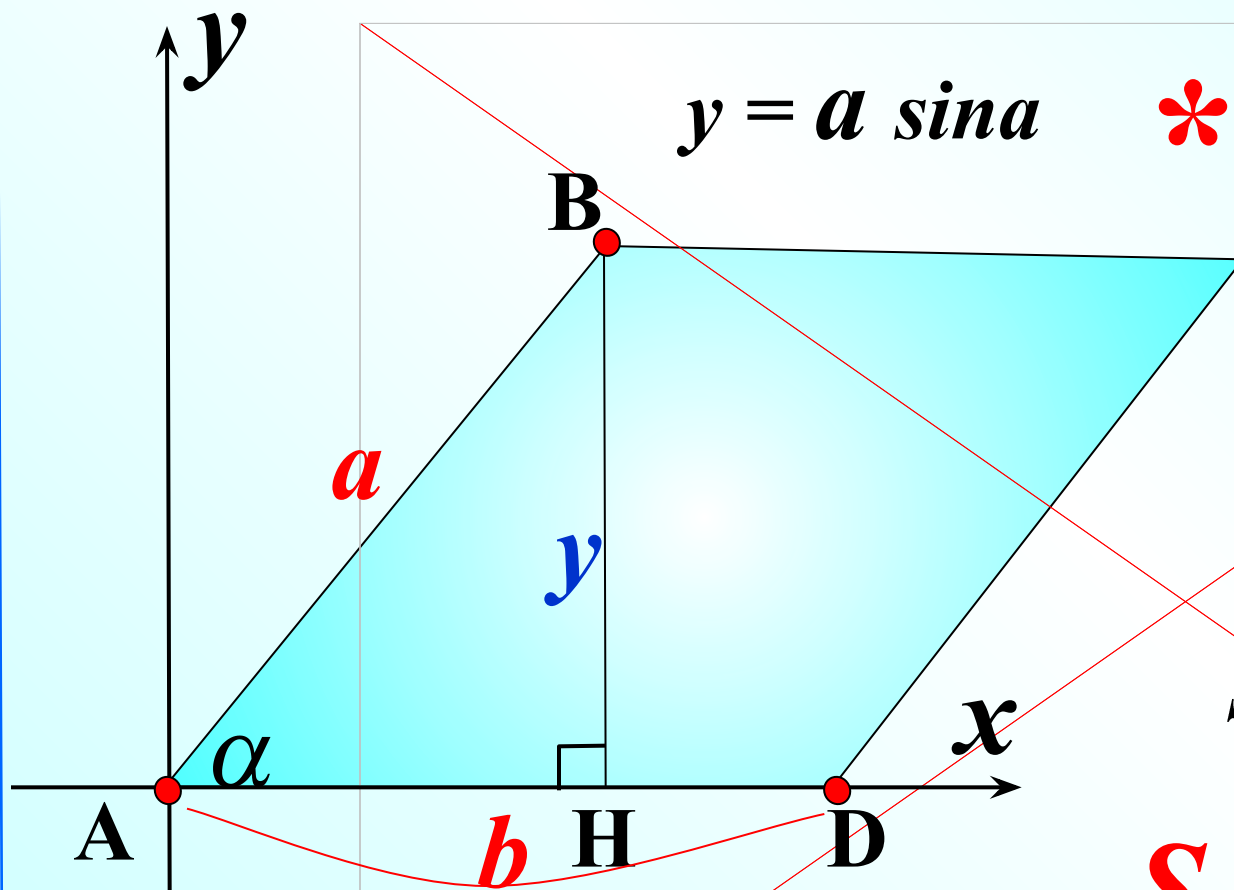
$$\frac{S_{ABD}}{S_{DBC}} = \frac{BA}{BC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \sin 45^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\frac{6\sqrt{2}}{5} - 1 \text{ часть}, \quad S_{ABD} = \frac{12\sqrt{2}}{5}; \quad S_{CBD} = \frac{18\sqrt{2}}{5}$$

Формула для вычисления площади параллелограмма



$$x = a \cos \alpha$$



$$x = OA \cdot \cos \alpha$$

$$y = a \sin \alpha$$



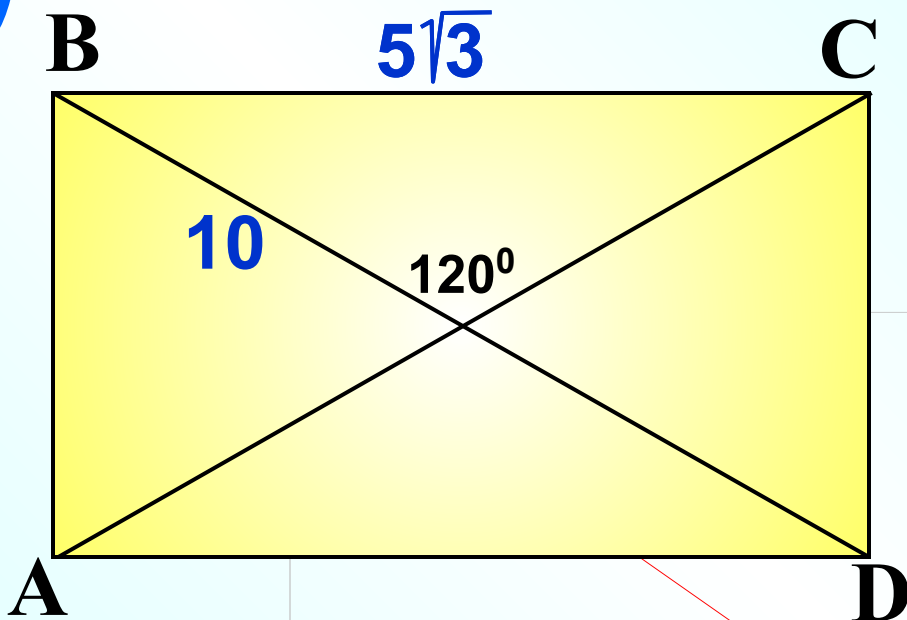
$$y = OA \cdot \sin \alpha$$

$$S = ah_a$$

$$S = AD \cdot BH$$

$$S = b \cdot (a \cdot \sin \alpha)$$

$$S = ab \sin \alpha$$



ABCD – прямоугольник,
 $BD = 10$, $BC = 5\sqrt{3}$.

Найти CD.

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

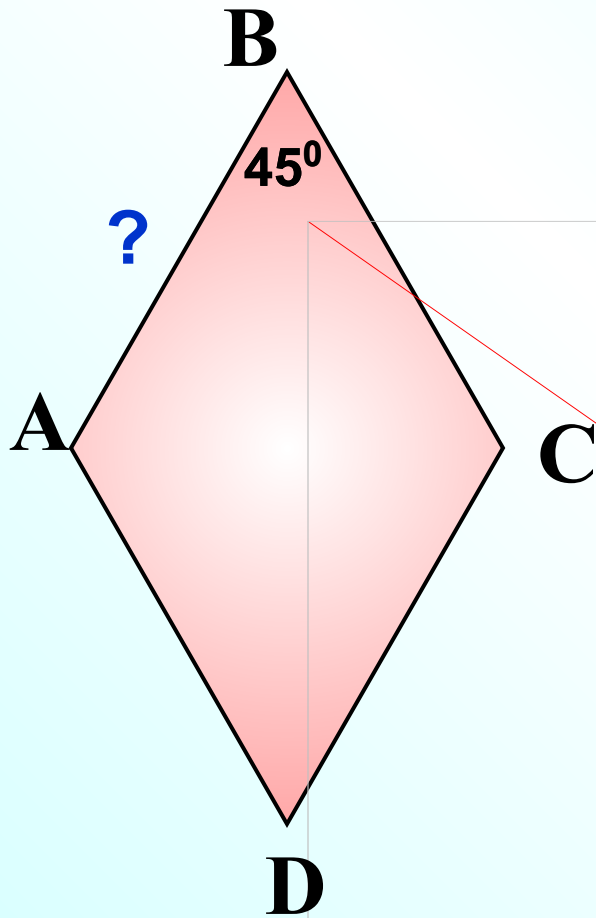
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$$

$$S = a b$$

$$25\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \cdot CD \quad / : 5\sqrt{3}$$

$$CD = 5$$

$S_{ABCD} = 8\sqrt{2}$ см². Найти сторону ромба.



$$S = a^2 \sin \alpha$$

$$8\sqrt{2} = a^2 \cdot \sin 45^\circ$$

$$8\sqrt{2} = a^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad / : \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a^2 = 16$$

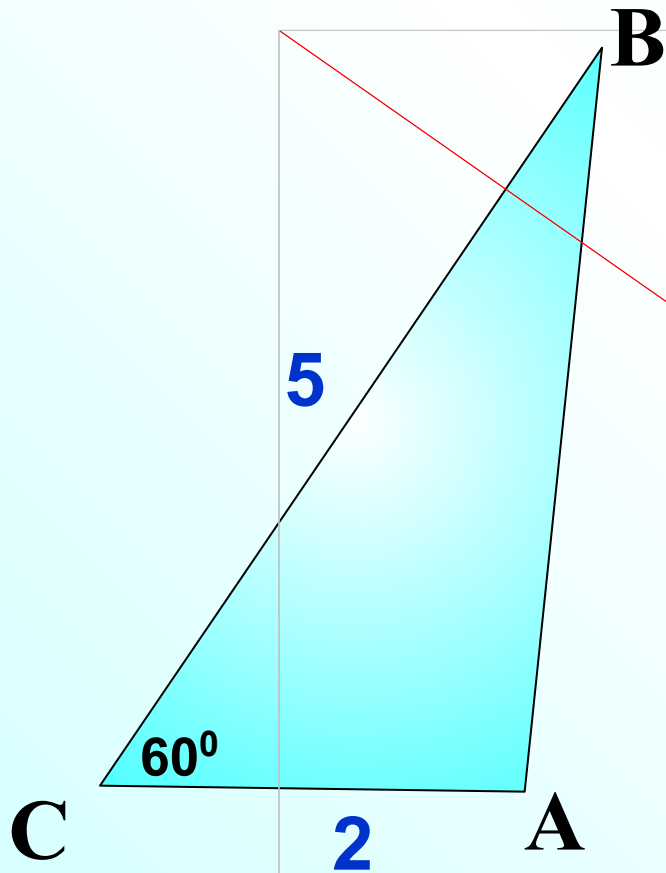
$$a = \pm 4$$

$$AB = 4$$

Блиц-опрос

Найти площадь треугольника

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

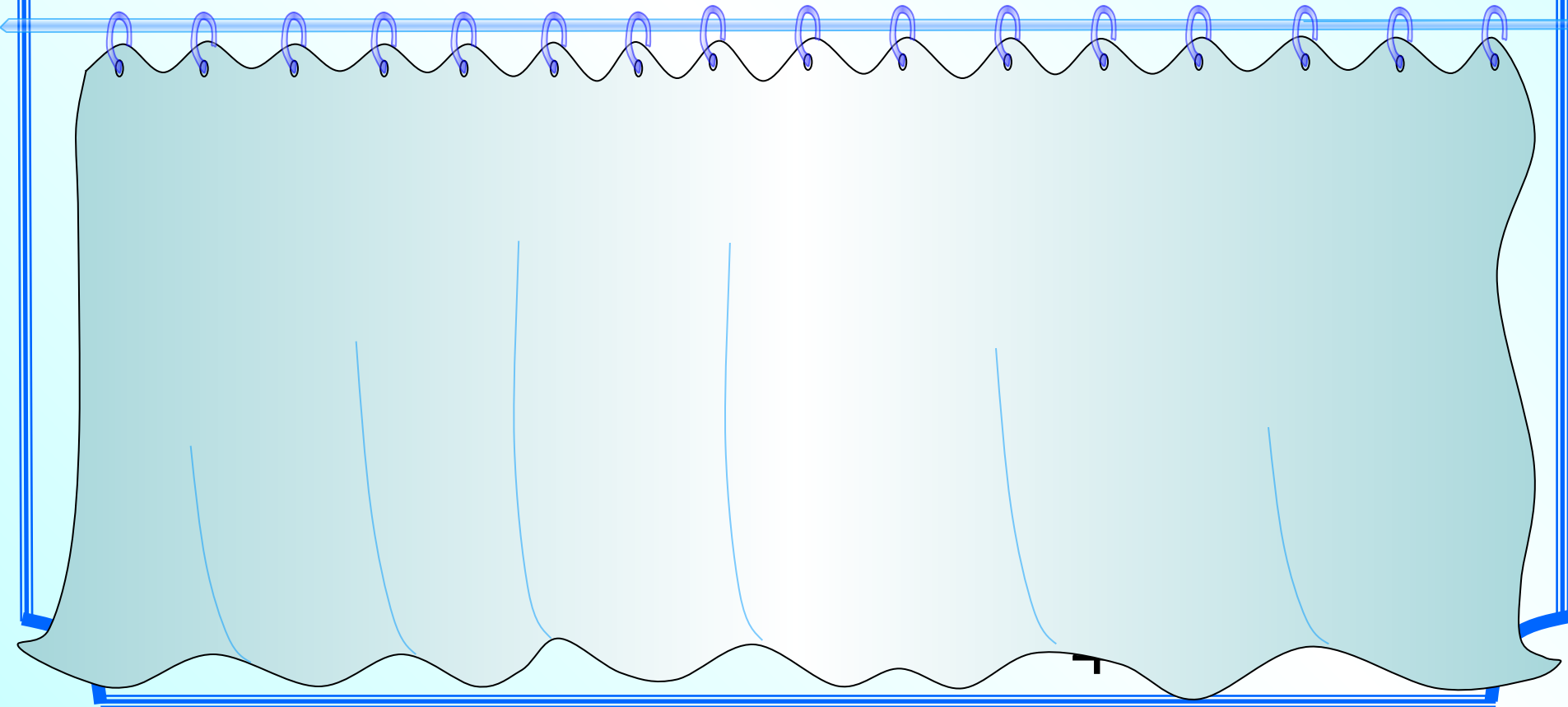
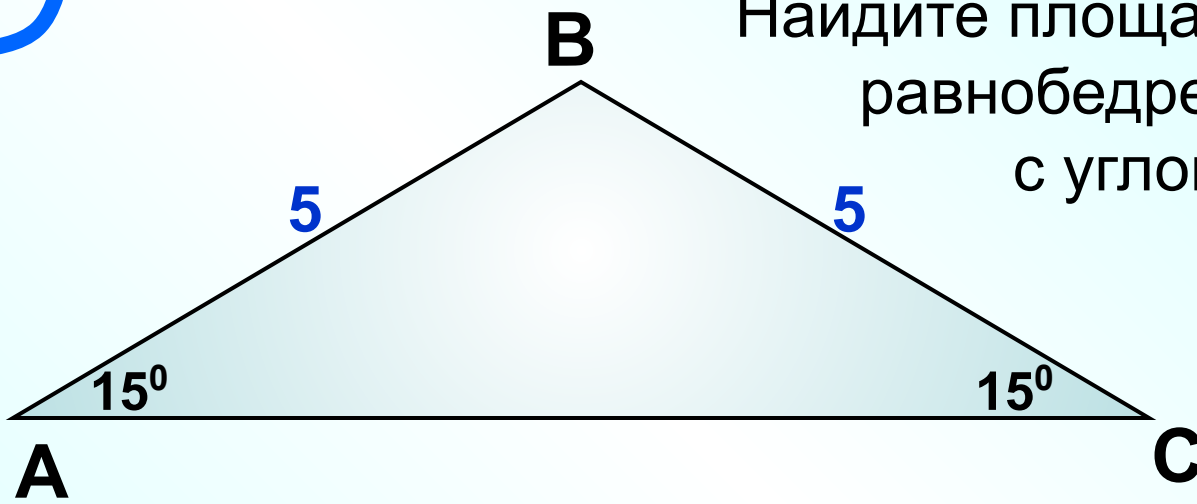


$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ$$

$$S = 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

Найдите площадь
равнобедренного треугольника
с углом при основании 15°
и боковой стороной,
равной 5 см.



- 1832.** Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150° . Боковая сторона треугольника равна 7. Найдите площадь этого треугольника.
- 1833.** Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150° . Боковая сторона треугольника равна 34. Найдите площадь этого треугольника.
- 1834.** Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 16 и 12, а угол между ними равен 30° .
- 1835.** Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 44 и 8, а угол между ними равен 30° .

1852. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30° . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 81.

1853. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30° . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 400.

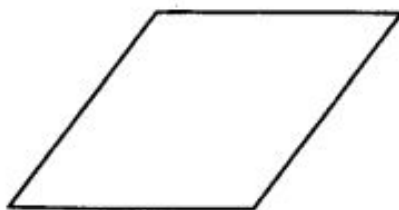
1856. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150° . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 169.

1857. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150° . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 49.

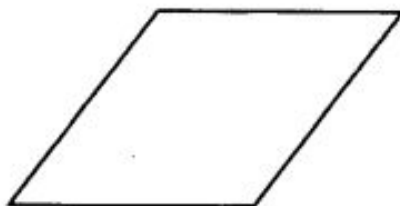
2016. Найдите площадь ромба, если его стороны равны 6, а один из углов равен 150° .

2017. Найдите площадь ромба, если его стороны равны 14, а один из углов равен 150° .

1874. Периметр ромба равен 60, а один из углов равен 30° .
Найдите площадь этого ромба.



1875. Периметр ромба равен 36, а один из углов равен 30° .
Найдите площадь этого ромба.



- 1998.** Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 20 и 10.
- 1999.** Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 15 и 8.
- 2000.** Площадь ромба равна 48. Одна из его диагоналей в 6 раз больше другой. Найдите меньшую диагональ.
- 2001.** Площадь ромба равна 64. Одна из его диагоналей в 2 раза больше другой. Найдите меньшую диагональ.