
1

حل الف:

1

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n}}$$

$$\bar{x} = \frac{(6 * 5) + (20 * 9) + (44 * 13) + (10 * 17)}{80} = 11.9 \approx 12$$

$$\boxed{S^2 = \frac{1}{n-1}\sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum {x_i}^2 - n\bar{x}^2\right)}$$

$$S^2 = \frac{1}{80-1}[6(5-12)^2 + 20(9-12)^2 + 44(13-12)^2 + 10(17-12)^2]$$

$$S^2 = 9.721 \Longrightarrow S = \sqrt{9.721} = 3.11$$

ضریب تغییرات $C.V = \frac{S}{\bar{x}} * 100 = \frac{3.11}{12} * 100 = 25.91\%$

2

راه حل اول

$$\mu o = L_{\mu o} + \frac{d_1}{d_{1+}d_2} * \mathrm{I}$$

حل ب و ج:

مد $\boldsymbol{\mu o}$ $\xrightarrow{\text{بیشترین فراوانی}}$ طبقه سوم $\rightarrow$ $\mu o = 11 + \frac{24}{24+34} * 4 = 12.65$

$$\text{ضریب چولگی اول پیرسون} = \frac{\bar{x} - \mu o}{s} \rightarrow = \frac{12 - 12.65}{3.11} = -0.20 \rightarrow$$

چولگی منفی است یعنی چولگی به سمت چپ است پس قله یا مد در سمت راست قرار دارد.

راه حل دوم

$$\mu d = L_{\mu d} + \frac{\frac{n}{2} - Fc_{i-1}}{F_i} * \mathrm{I}$$

میانه $\boldsymbol{\mu d} \rightarrow C_{\mu d} = \frac{80}{2} = 40 \rightarrow$ طبقه سوم $\rightarrow \mu d = 11 + \frac{40 - 26}{44} * 4 = 12.27$

$$\text{ضریب چولگی دوم پیرسون} = \frac{3(\bar{x} - \mu d)}{s} \rightarrow = \frac{3(12 - 12.27)}{3.11} = -0.26 \rightarrow$$

چولگی منفی است یعنی چولگی به سمت چپ است پس میانه در سمت راست قرار دارد.

3

$$22 + 20 + 6 = 48 \rightarrow \frac{48}{80} * 100 = 60\%$$

	4	6	10	12	6
	18	28	36	42	30

2

حل:

1

مجموع سابقه کار

$$\sum X = 4 + 6 + 10 + 12 + 6 = 38$$

$$\bar{X} = \frac{38}{5} = 7.6$$

مجموع درآمد
سالانه

$$\sum Y = 18 + 28 + 36 + 42 + 30 = 154$$

$$\bar{Y} = \frac{154}{5} = 30.8$$

ادامه حل:

$$\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 46.08 + 4.48 + 12.48 + 49.28 + 1.28 = 113.6$$

$$\sum(X_i - \bar{X})^2 = (12.96) + (2.56) + (5.76) + (19.36) + (2.56) = 43.2$$

$$\sum(Y_i - \bar{Y})^2 = (163.84) + (7.84) + (27.04) + (125.44) + (0.64) = 324.8$$

$$\boxed{b = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum(X_i - \bar{X})^2}} \Rightarrow b = \frac{113.6}{43.2} \approx 2.629$$

$$\boxed{a = \bar{Y} - b\bar{X}} \Rightarrow a = 30.8 - (2.629)(7.6) \approx 10.819$$

$$\boxed{Y = a + bX} \Rightarrow Y = 10.819 + 2.629X$$ معادله خطی رگرسیون

ادامه ب:

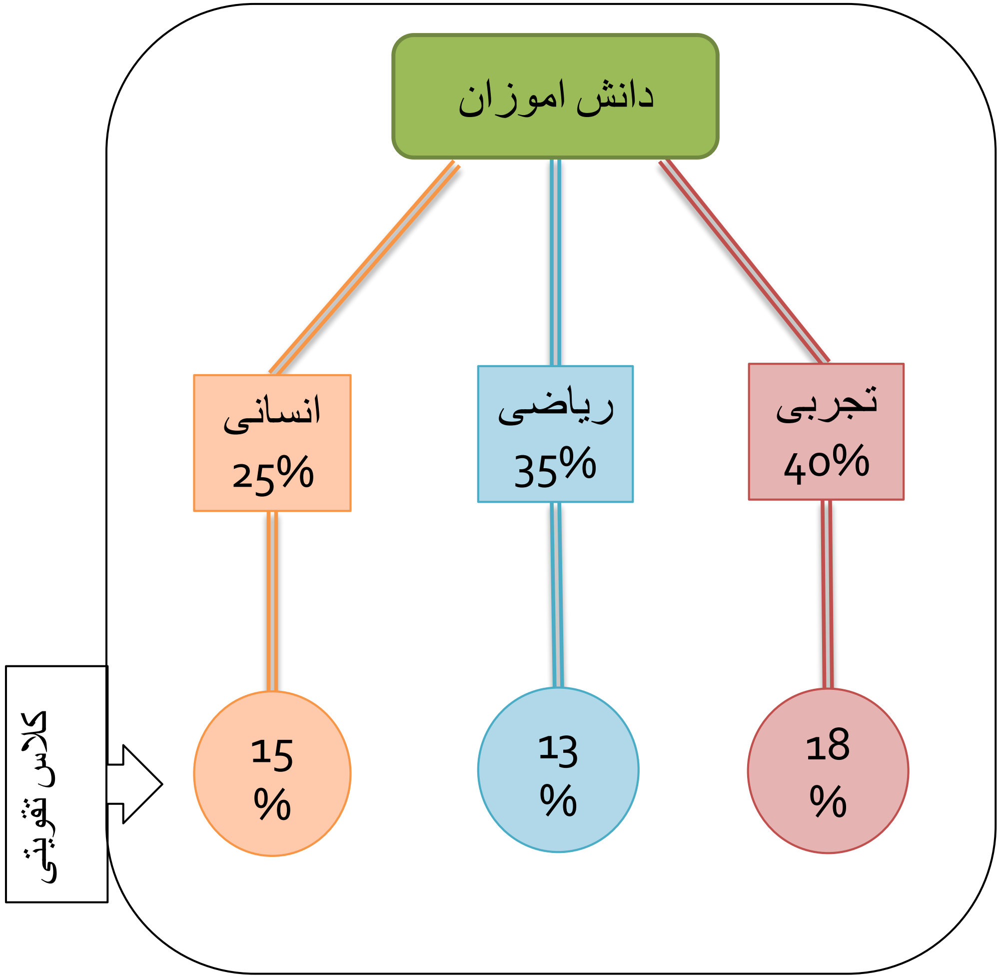
۲

ضریب همبستگی نمونه $r = \dfrac{\sum(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})}{\sqrt{\sum(X_i-\bar{X})^2 * \sum(Y_i--X)^2}}$

$$r = \frac{113.6}{\sqrt{43.2 * 324.8}} = \frac{113.6}{118.454} \approx 0.959$$

رابطه بین سابقه کار و درآمد سالیانه مستقیم است (زیرا ضریب همبستگی مثبت است)

و رابطه قوی میباشد (زیرا ضریب به یک نزدیک است)



3

حل:

1

$$(0.25 * 0.15) + (0.35 * 0.13) + (0.4 * 0.18) =$$

$$0.0375 + 0.0445 + 0.072 = 0.154$$

2

$$\text{احتمال} = \frac{0.35 * 0.13}{0.154} \approx 0.2954$$

4

حل:

$$\boxed{p = 6\% = 0.06 \quad n = 40}$$

$$\lambda = np = 40 * 0.06 = 2.4$$

$$P(X \geq 5) \xrightarrow{\text{متمم}} 1 - P(X < 5) = 1 - P(X = 4) + P(X = 3) + P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0)$$

$$\boxed{\frac{e^{-\lambda} + \lambda^{x}}{x!}}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{e^{(-2.4)} * (2.4)^4}{4!} + \frac{e^{(-2.4)} * (2.4)^3}{3!} + \frac{e^{(-2.4)} * (2.4)^2}{2!} + \frac{e^{(-2.4)} * (2.4)^1}{1!} + \frac{e^{(-2.4)} * (2.4)^0}{0!}$$

$$= 1 - 1.3824e^{(-2.4)} + 2.304e^{(-2.4)} + 2.88e^{(-2.4)} + 2.4e^{(-2.4)} + e^{(-2.4)}$$

$$= 1 - e^{(-2.4)}(1.3824+2.304+2.88+2.4+1) = 1 - 9.9664e^{(-2.4)} \approx 0.0959$$

5

حل:

$$N = 20\,,\ k = 4\,,\ n = 3$$

1 $\boxed{\dfrac{\binom{k}{x}\binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}} \Rightarrow \dfrac{\binom{4}{x}\binom{16}{3-x}}{\binom{20}{3}}\ ;\quad x = 0,1,2,3$

2 امید ریاضی $\boxed{E(X) = \dfrac{nk}{N}} \Rightarrow \dfrac{3*4}{20} = \dfrac{3}{5}$

3 $P(X \geq 1) \xrightarrow[\text{متمم}]{} 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \dfrac{\binom{4}{0}\binom{16}{3}}{\binom{20}{3}}$

6

حل:

$$F(x) = \frac{2x^2+x}{k} \quad , \quad 0 < x < 3$$

1 $$F_X(3) = 1 \longrightarrow F(3) = \frac{2(3)^2 + 3}{k} = 1 \longrightarrow k = 21$$

2 $$F(x) = \frac{2x^2+x}{21} = \frac{2}{21}x^2 + \frac{1}{21}x \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{4}{21}x + \frac{1}{21} = \frac{4x+1}{21} \quad , \quad 0 < x < 3$$

3 $$\int_0^3 x.F(x)dx = \int_0^3 x.\frac{2x^2+x}{21}dx = \frac{1}{21}\int_0^3 2x^3 + x^2 = \frac{1}{21}\left(2\int_0^3 x^3dx + \int_0^3 x^2dx\right)$$

$$= \frac{1}{21}\left(2\left(\frac{x^4}{4}\bigg|_0^3\right) + \left(\frac{x^3}{3}\bigg|_0^3\right)\right) = \frac{1}{21}\left(\left(\frac{81}{2}\right) + (9)\right) = \frac{1}{21}\left(\frac{99}{2}\right) = \frac{99}{42} = \frac{33}{14}$$

4 $$P(x > 1.5) = 1 - P(x \le 1.5) = 1 - F_X(1.5) = 1 - \frac{2(1.5)^2 + 1.5}{21} \approx 0.714$$

7

حل:

$\mu = 8, \ \sqrt{\sigma^2} = \sigma = 0.4$

1 $P(X \geq 7.6) \Longrightarrow P(\frac{X-8}{0.4} \geq \frac{7.6-8}{0.4}) \Longrightarrow P(Z \geq -1) = 1 - P(Z < -1) = 1 - 0.1587 = 0.8413$

جدول

2 $P(7 < X < 8.5) \Longrightarrow P(\frac{7-8}{0.4} < \frac{X-8}{0.4} < \frac{8.5-8}{0.4}) = P(\frac{-1}{0.4} < Z < \frac{0.5}{0.4}) = P(-2.5 < Z < 1.25) =$

$\Longrightarrow P(Z < 1.25) - P(Z \leq -2.5) = 0.8944 - 0.0062 = 0.8882$

8

$$n = 50 \;;\; \bar{x} = 14.7 \;;\; s = 3.8$$

حل: $1-\frac{\alpha}{2} = 0.975 \Longrightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Longrightarrow \alpha = 0.05 \Longrightarrow 1-\alpha = 0.95 \Longrightarrow$ فاصله اطمینان

$\Longrightarrow Z_{0.975} = 1.96$

$$\boxed{\mu \epsilon \left(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \;, \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}\right)}$$

$$\mu \epsilon \left(14.7 - (1.96) * \frac{3.8}{\sqrt{50}} \;؛\; 14.7 + (1.96) * \frac{3.8}{\sqrt{50}}\right) \Longrightarrow \mu \epsilon (13.64 \;؛\; 15.75)$$