

1

حل الف:

1

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{(6 * 5) + (20 * 9) + (44 * 13) + (10 * 17)}{80} = 11.9 \approx 12$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum x_i^2 - n\bar{x}^2 \right)$$

$$S^2 = \frac{1}{80-1} [6(5-12)^2 + 20(9-12)^2 + 44(13-12)^2 + 10(17-12)^2]$$

$$S^2 = 9.721 \longrightarrow S = \sqrt{9.721} = 3.11$$

ضريب
تغييرات

$$C.V = \frac{S}{\bar{x}} * 100 = \frac{3.11}{12} * 100 = 25.91\%$$

2

راه حل اول

$$\mu_o = L_{\mu_o} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} * I$$

مد μ_o $\xrightarrow{\text{بیشترین فراوانی}}$ طبقه سوم $\xrightarrow{\text{بیشترین فراوانی}}$ $\mu_o = 11 + \frac{24}{24 + 34} * 4 = 12.65$

$$\text{ضریب چولگی اول پیرسون} = \frac{\bar{x} - \mu_o}{s} \xrightarrow{\text{بیشترین فراوانی}} = \frac{12 - 12.65}{3.11} = -0.20$$

چولگی منفی است یعنی چولگی به سمت چپ است پس قله یا مد در سمت راست قرار دارد.

حل ب و ج:

راه حل دوم

$$\mu_d = L_{\mu_d} + \frac{\frac{n}{2} - F_{c_{i-1}}}{F_i} * I$$

میان μ_d $\xrightarrow{\text{بیشترین فراوانی}}$ $C_{\mu_d} = \frac{80}{2} = 40$ $\xrightarrow{\text{بیشترین فراوانی}}$ طبقه سوم $\xrightarrow{\text{بیشترین فراوانی}}$ $\mu_d = 11 + \frac{40 - 26}{44} * 4 = 12.27$

$$\text{ضریب چولگی دوم پیرسون} = \frac{3(\bar{x} - \mu_d)}{s} \xrightarrow{\text{بیشترین فراوانی}} = \frac{3(12 - 12.27)}{3.11} = -0.26$$

چولگی منفی است یعنی چولگی به سمت چپ است پس میانه در سمت راست قرار دارد.

3

$$22 + 20 + 6 = 48 \xrightarrow{\text{بیشترین فراوانی}} \frac{48}{80} * 100 = 60\%$$

	4	6	10	12	6
	18	28	36	42	30

2

حل:

1

مجموع سابقه کار

$$\sum X = 4 + 6 + 10 + 12 + 6 = 38$$

$$\rightarrow \bar{X} = \frac{38}{5} = 7.6$$

مجموع درآمد
سالانه

$$\sum Y = 18 + 28 + 36 + 42 + 30 = 154$$

$$\rightarrow \bar{Y} = \frac{154}{5} = 30.8$$

ادامه حل:

$$\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 46.08 + 4.48 + 12.48 + 49.28 + 1.28 = 113.6$$

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 = (12.96) + (2.56) + (5.76) + (19.36) + (2.56) = 43.2$$

$$\sum (Y_i - \bar{Y})^2 = (163.84) + (7.84) + (27.04) + (125.44) + (0.64) = 324.8$$

$$b = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \longrightarrow b = \frac{113.6}{43.2} \approx 2.629$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} \longrightarrow a = 30.8 - (2.629)(7.6) \approx 10.819$$

$$Y = a + bX \longrightarrow Y = 10.819 + 2.629X \text{ معادله خطی رگرسیون}$$

ادامه ب:

۲

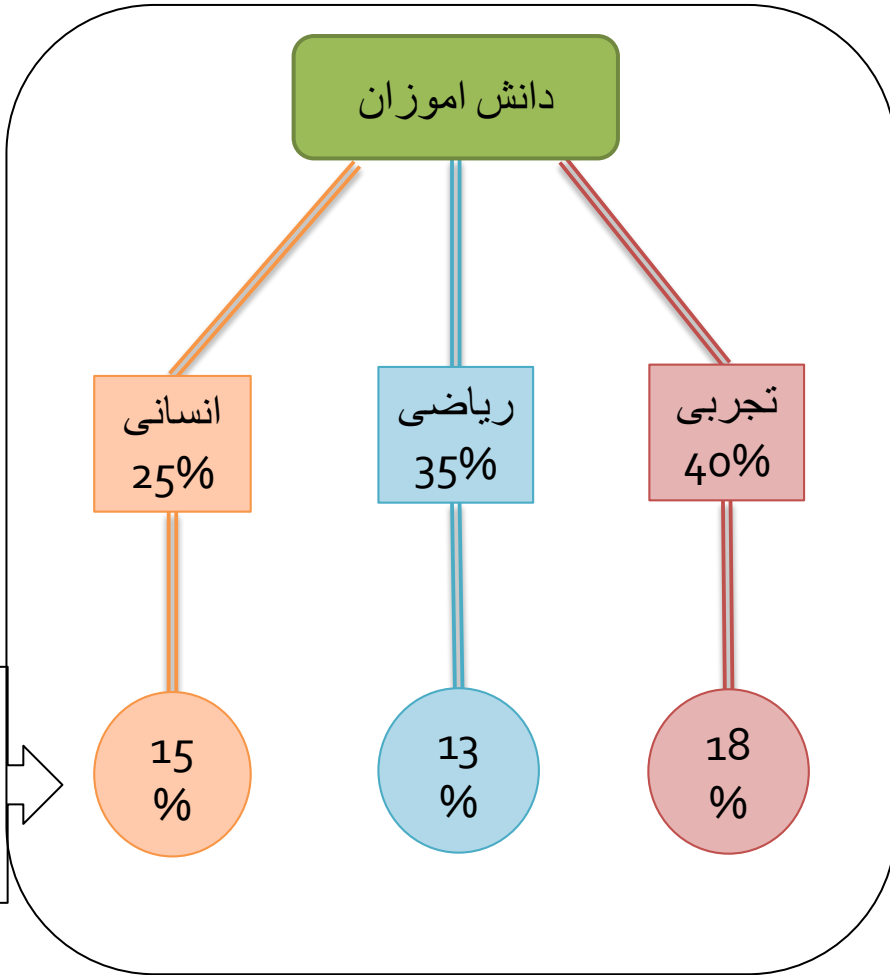
$$r = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(X_i - \bar{X})^2 * \sum(Y_i - \bar{Y})^2}}$$

ضریب همبستگی نمونه

$$\rightarrow r = \frac{113.6}{\sqrt{43.2 * 324.8}} = \frac{113.6}{118.454} \approx 0.959$$

رابطه بین سابقه کار و درآمد سالیانه **مستقیم** است (زیرا ضریب همبستگی **مثبت** است)
و رابطه **قوی** میباشد (زیرا ضریب به **یک** نزدیک است)

کلاس تقویتی



3
حل:

1

$$(0.25 * 0.15) + (0.35 * 0.13) + (0.4 * 0.18) = 0.0375 + 0.0445 + 0.072 = 0.154$$

2

$$\text{احتمال} = \frac{0.35 * 0.13}{0.154} \approx 0.2954$$

$$p = 6\% = 0.06 \quad n = 40$$

$$\lambda = np = 40 * 0.06 = 2.4$$

$$P(X \geq 5) \xrightarrow{\text{متمم}} 1 - P(X < 5) = 1 - P(X = 4) + P(X = 3) + P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0)$$

$$\frac{e^{-\lambda} + \lambda^x}{x!}$$

$$\xrightarrow{\quad} 1 - \frac{e^{(-2.4)} * (2.4)^4}{4!} + \frac{e^{(-2.4)} * (2.4)^3}{3!} + \frac{e^{(-2.4)} * (2.4)^2}{2!} + \frac{e^{(-2.4)} * (2.4)^1}{1!} + \frac{e^{(-2.4)} * (2.4)^0}{0!}$$

$$= 1 - 1.3824e^{(-2.4)} + 2.304e^{(-2.4)} + 2.88e^{(-2.4)} + 2.4e^{(-2.4)} + e^{(-2.4)}$$

$$= 1 - e^{(-2.4)}(1.3824 + 2.304 + 2.88 + 2.4 + 1) = 1 - 9.9664e^{(-2.4)} \approx 0.0959$$

4

حل:

$$N = 20, k = 4, n = 3$$

1

$$\frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}} \rightarrow \frac{\binom{4}{x} \binom{16}{3-x}}{\binom{20}{3}} ; x = 0, 1, 2, 3$$

2

امید ریاضی

$$E(X) = \frac{nk}{N} \rightarrow \frac{3*4}{20} = \frac{3}{5}$$

3

$$P(X \geq 1)$$

متنم

$$\rightarrow 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{\binom{4}{0} \binom{16}{3}}{\binom{20}{3}}$$

$$F(x) = \frac{2x^2 + x}{k}, \quad 0 < x < 3$$

6

1 $F_X(3) = 1 \longrightarrow F(3) = \frac{2(3)^2 + 3}{k} = 1 \longrightarrow k = 21$

حل:

2 $F(x) = \frac{2x^2 + x}{21} = \frac{2}{21}x^2 + \frac{1}{21}x \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{4}{21}x + \frac{1}{21} = \frac{4x+1}{21}, \quad 0 < x < 3$

3
$$\int_0^3 x \cdot F(x) dx = \int_0^3 x \cdot \frac{2x^2 + x}{21} dx = \frac{1}{21} \int_0^3 2x^3 + x^2 = \frac{1}{21} \left(2 \int_0^3 x^3 dx + \int_0^3 x^2 dx \right)$$
$$= \frac{1}{21} \left(2 \left(\frac{x^4}{4} \Big|_0^3 \right) + \left(\frac{x^3}{3} \Big|_0^3 \right) \right) = \frac{1}{21} \left(\left(\frac{81}{2} \right) + (9) \right) = \frac{1}{21} \left(\frac{99}{2} \right) = \frac{99}{42} = \frac{33}{14}$$

4 $P(x > 1.5) = 1 - P(x \leq 1.5) = 1 - F_X(1.5) = 1 - \frac{2(1.5)^2 + 1.5}{21} \approx 0.714$

$$\mu = 8, \sqrt{\sigma^2} = \sigma = 0.4$$

7
حل:

$$1 \quad P(X \geq 7.6) \longrightarrow P\left(\frac{X-8}{0.4} \geq \frac{7.6-8}{0.4}\right) \longrightarrow P(Z \geq -1) = 1 - P(Z < -1) = 1 - 0.1587 = 0.8413$$

جدول

$$2 \quad P(7 < X < 8.5) \longrightarrow P\left(\frac{7-8}{0.4} < \frac{X-8}{0.4} < \frac{8.5-8}{0.4}\right) = P\left(\frac{-1}{0.4} < Z < \frac{0.5}{0.4}\right) = P(-2.5 < Z < 1.25) =$$
$$\longrightarrow P(Z < 1.25) - P(Z \leq -2.5) = 0.8944 - 0.0062 = 0.8882$$

$$n = 50 ; \bar{x} = 14.7 ; s = 3.8$$

فاصله اطمینان $\longrightarrow 1 - \alpha = 0.95 \longrightarrow \alpha = 0.05 \longrightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \longrightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975$ حل:

$$\longrightarrow Z_{0.975} = 1.96$$

$$\mu \in \left(\bar{x} - z_{1 - \frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} , \bar{x} + z_{1 - \frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\mu \in \left(14.7 - (1.96) * \frac{3.8}{\sqrt{50}} ; 14.7 + (1.96) * \frac{3.8}{\sqrt{50}} \right) \longrightarrow \mu \in (13.64 ; 15.75)$$

8