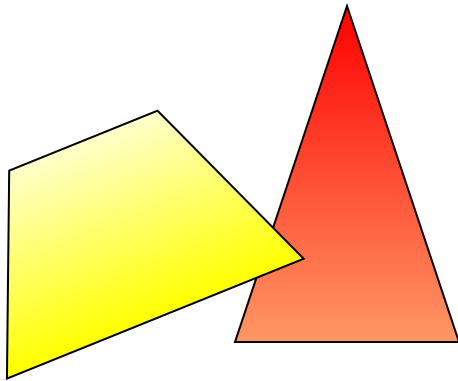


Пирамида

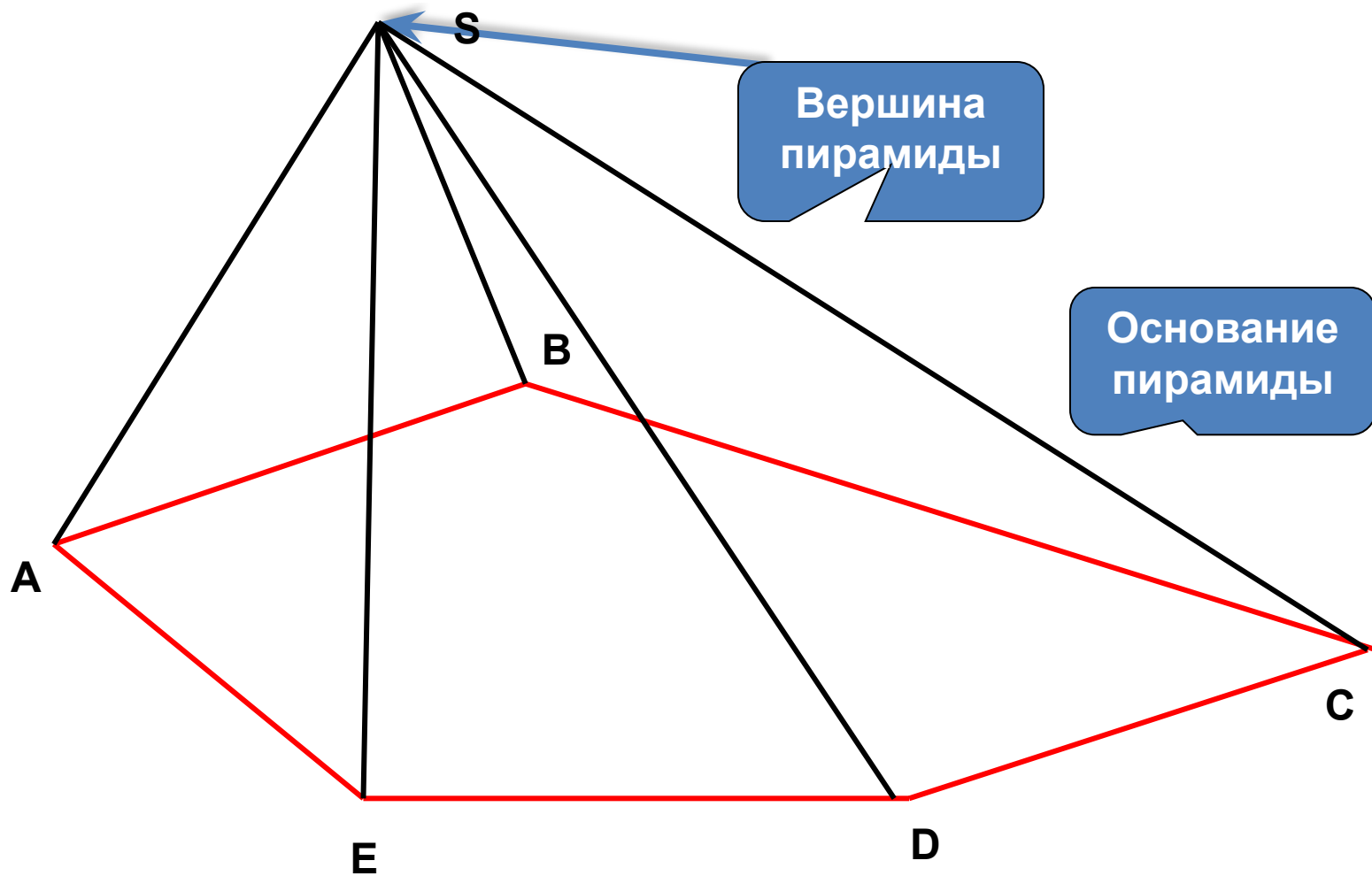


Её элементы.

Правильная
пирамида.

Усечённая пирамида

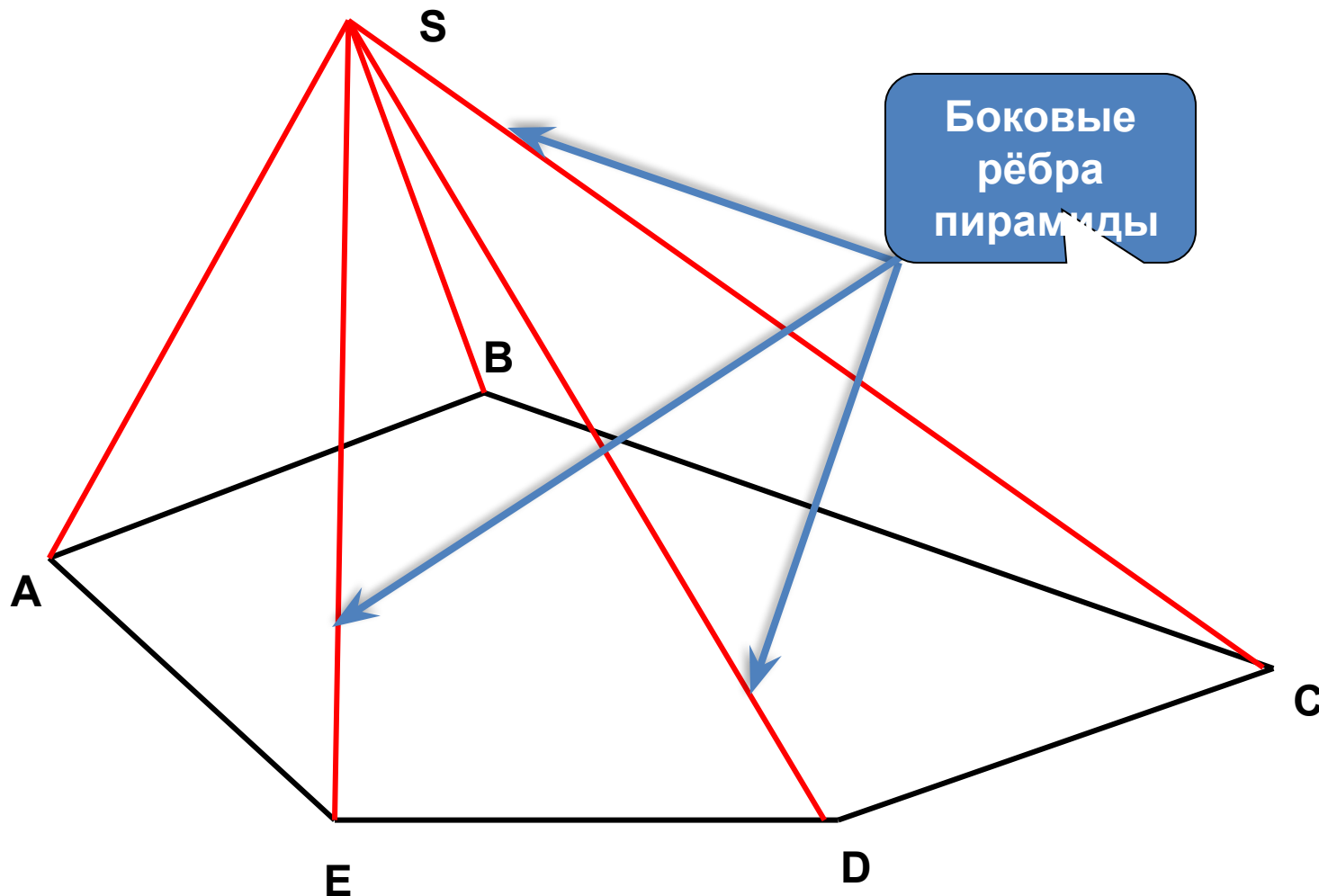
S – вершина пирамиды
ABCDE – основание пирамиды



Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются

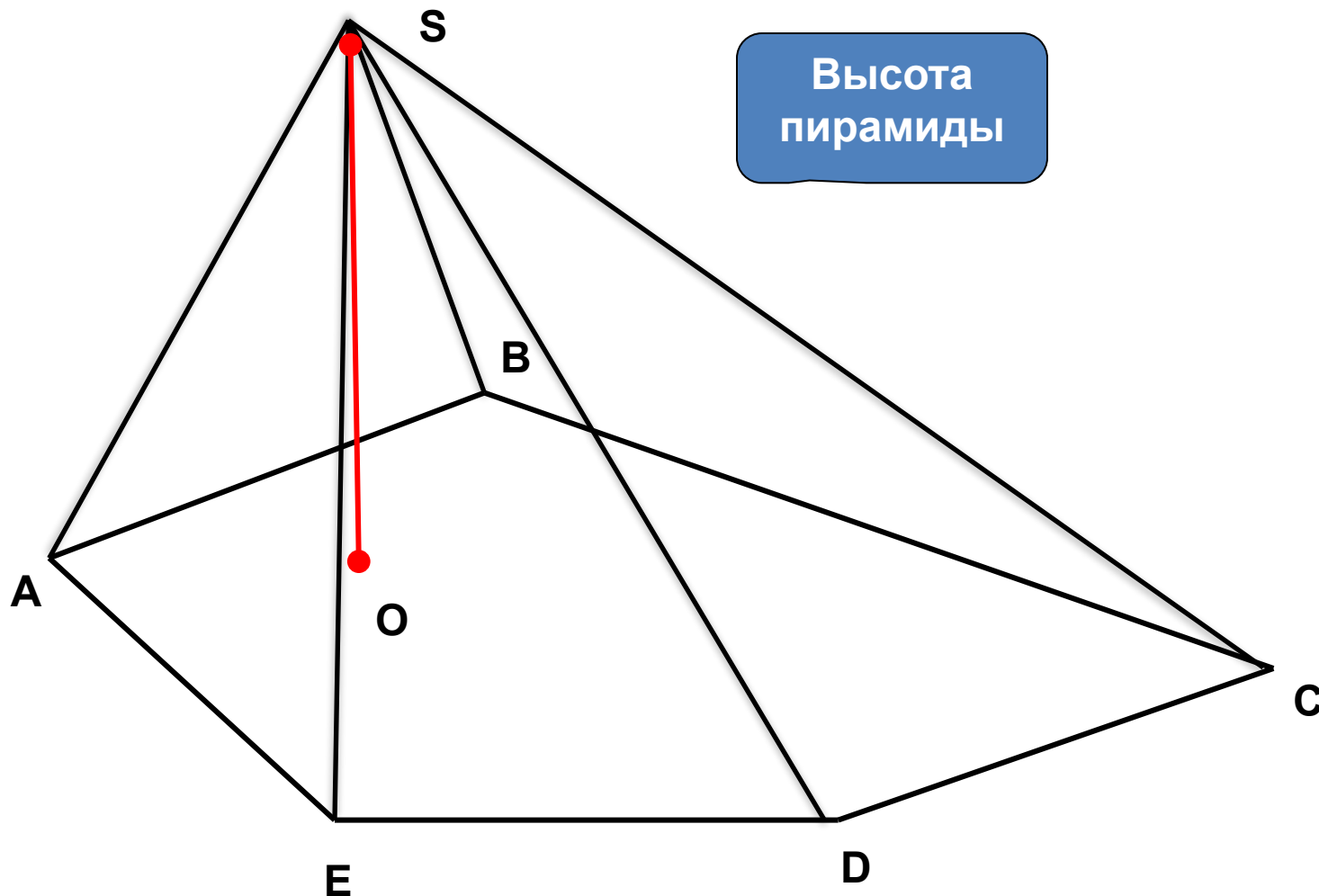
боковыми рёбрами

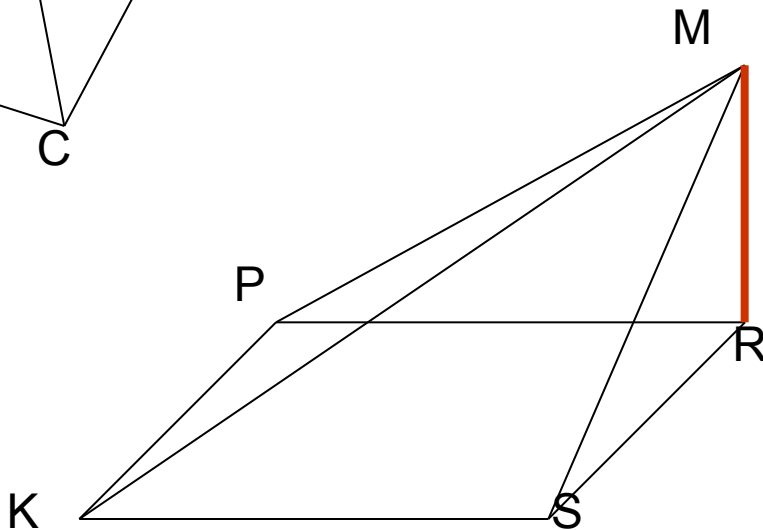
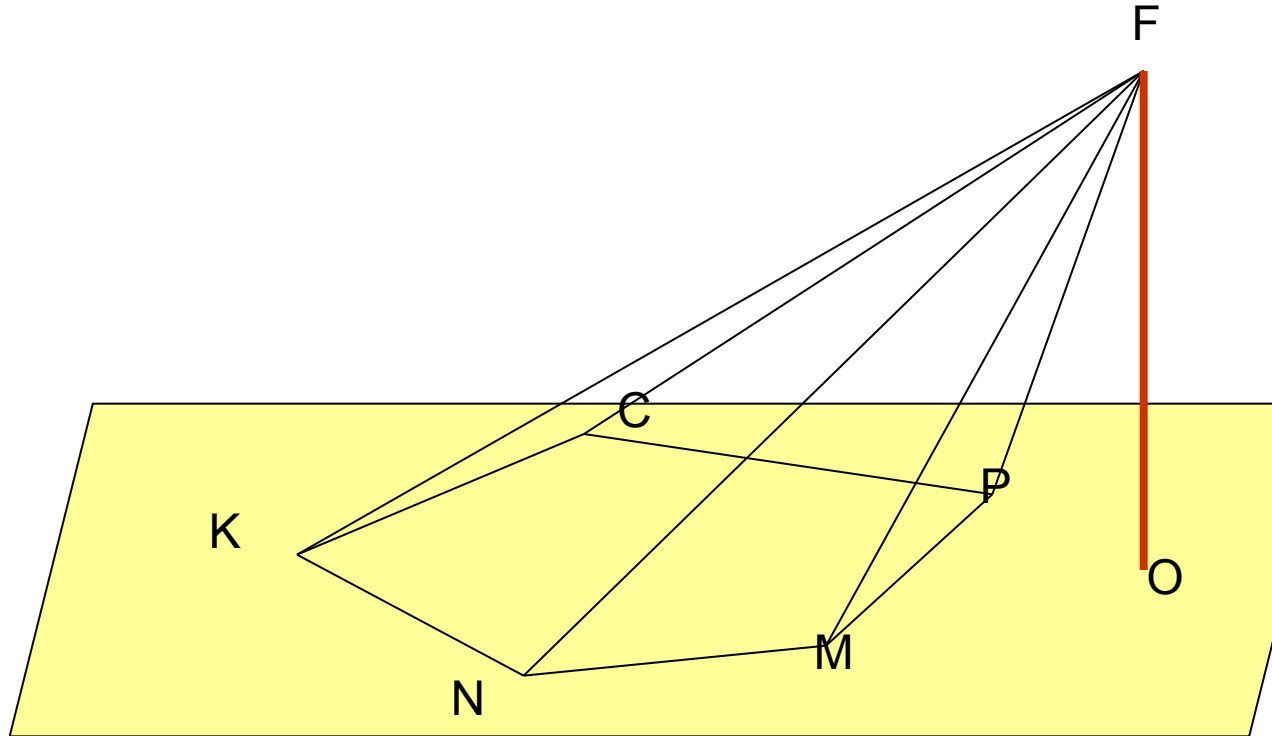
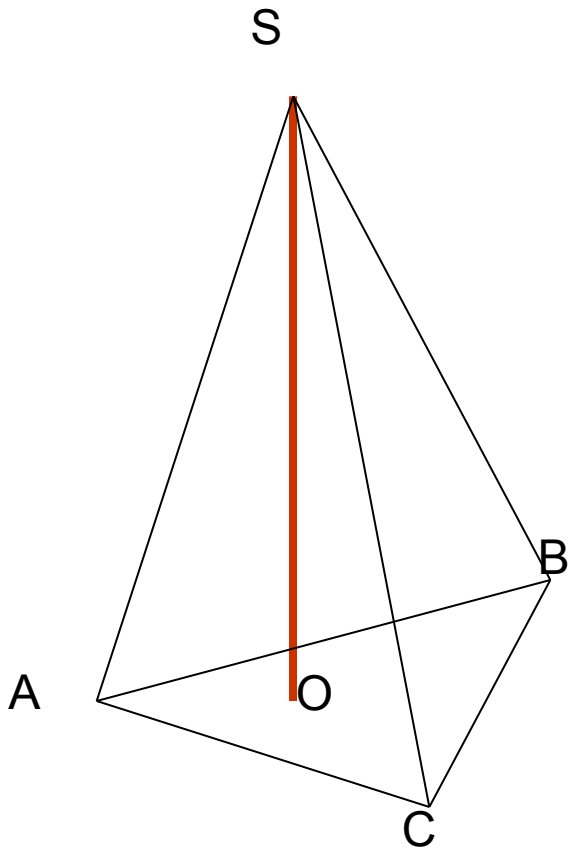
SA, SB, SC, SD, SE - боковые рёбра пирамиды $SABCDE$.



Высотой пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.

SO - высота пирамиды **$SABCDE$** .

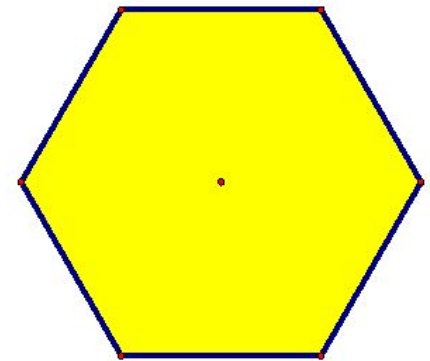
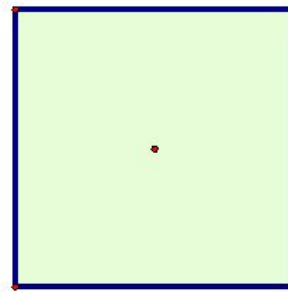
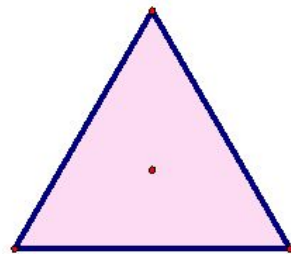
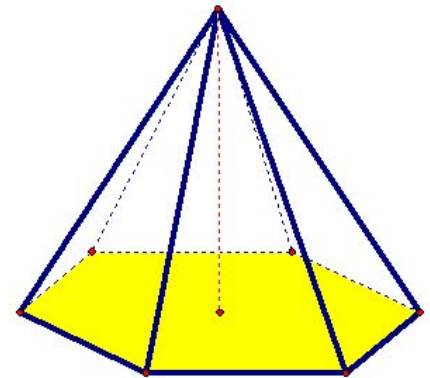
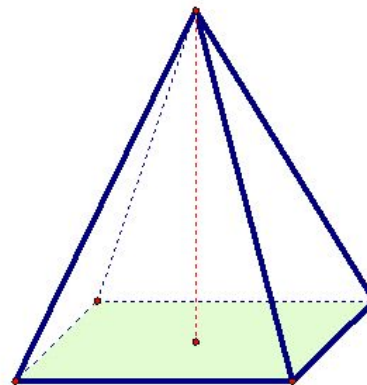
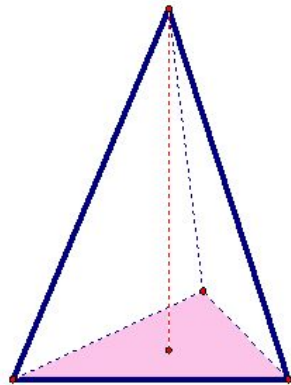




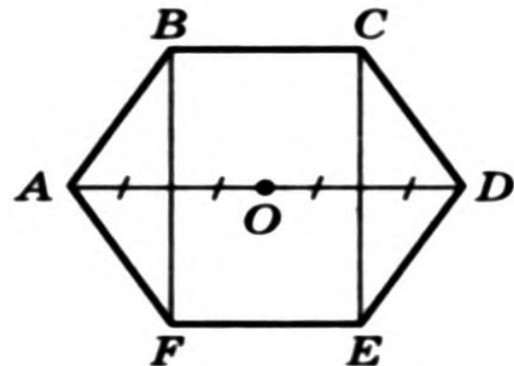
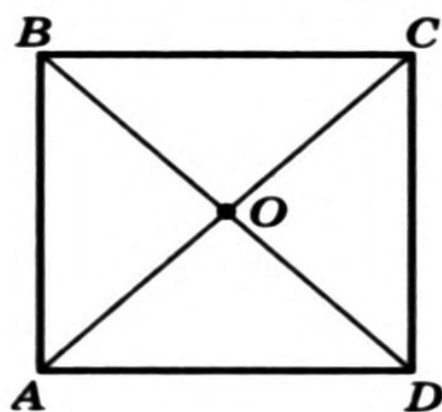
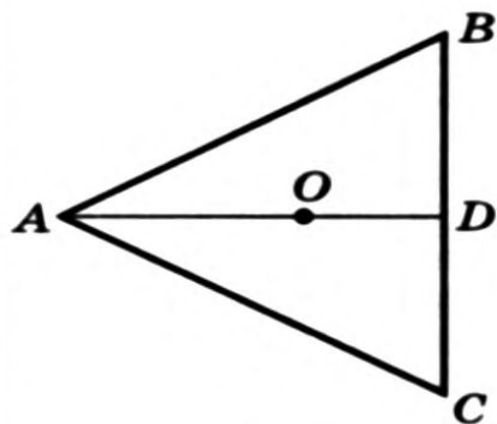
Высота –
 перпендикуляр,
 опущенный из
 вершины
 пирамиды на
 плоскость
 основания

Пирамида называется **правильной**, если её основанием является правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.

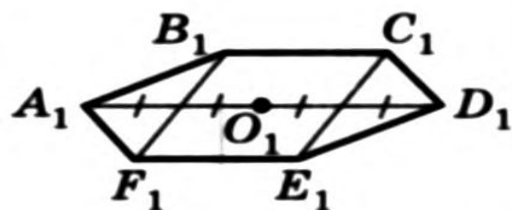
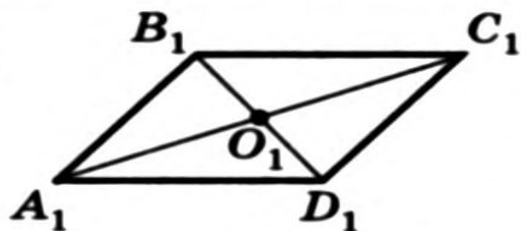
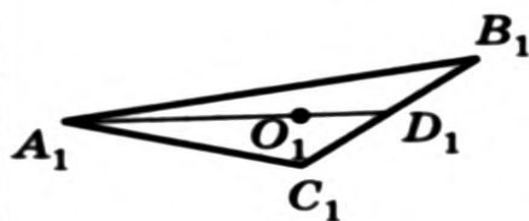
Все боковые рёбра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются **равнобедренными треугольниками**



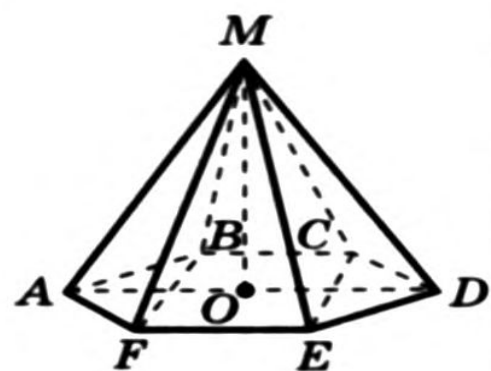
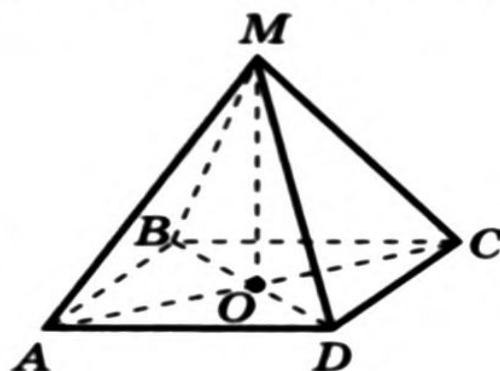
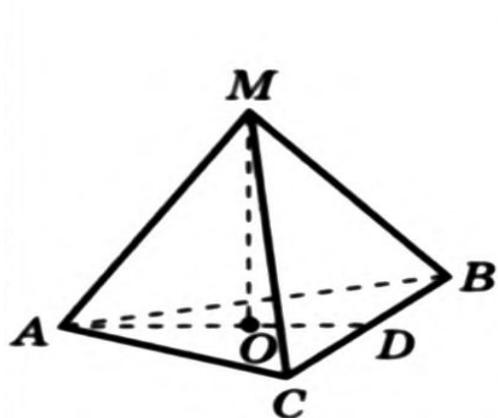
Правильные многоугольники



Параллельные проекции многоугольников

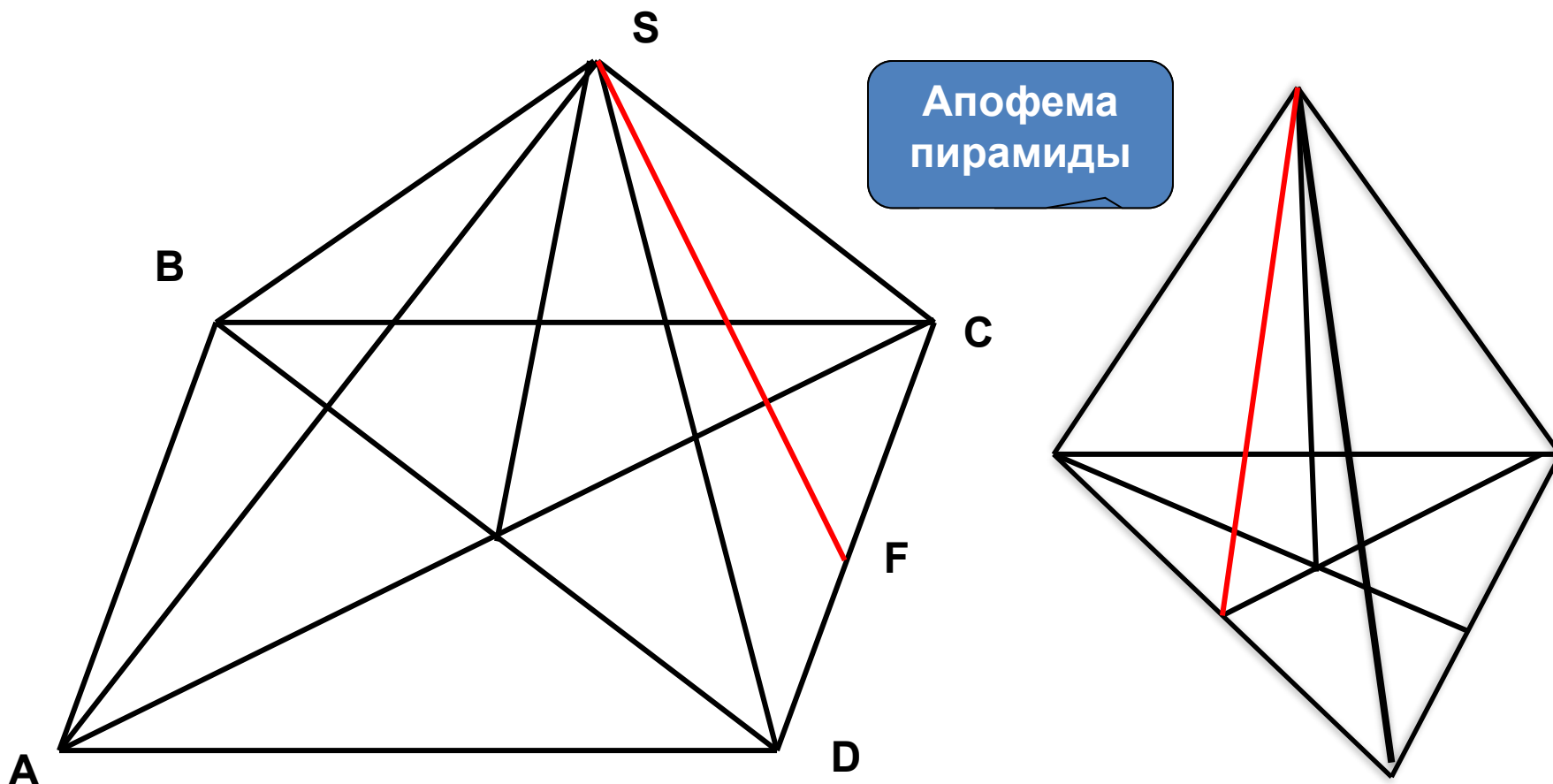


Правильные пирамиды

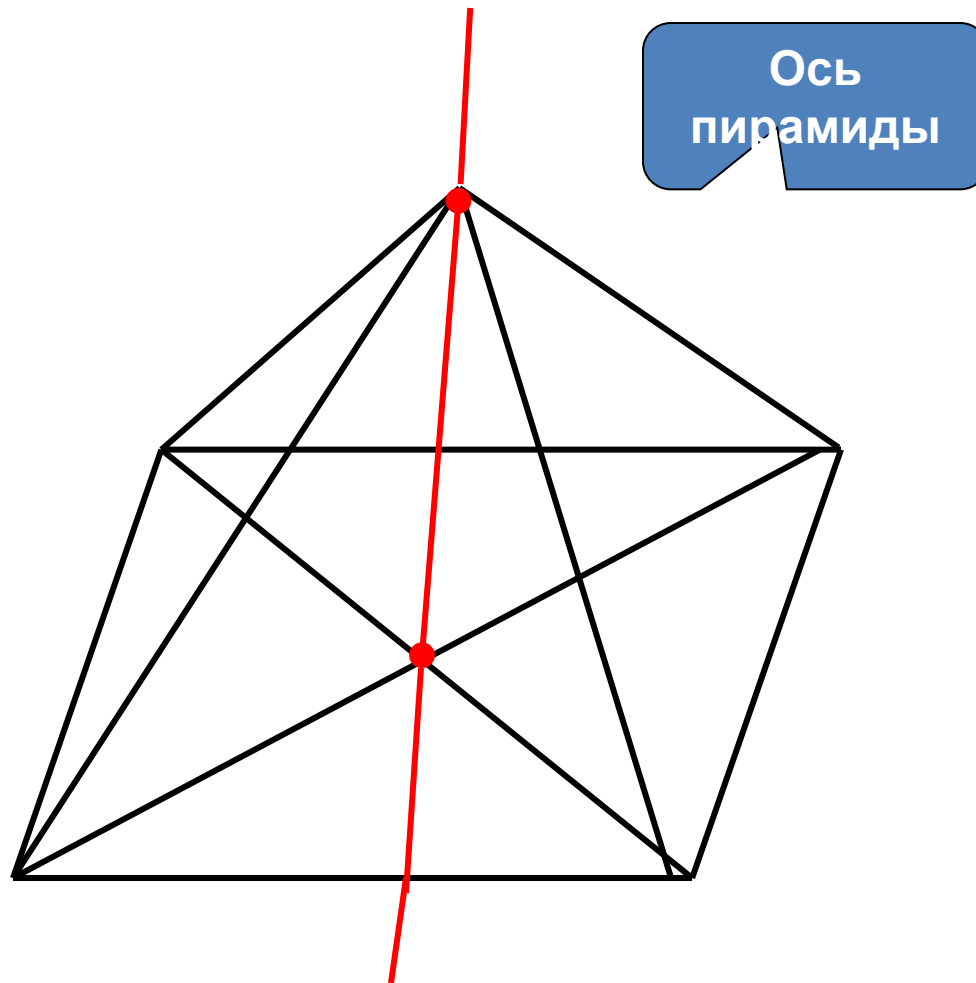


Высота боковой грани правильной пирамиды,
проведённая из её вершины, называется
апофемой.

SF – апофема пирамиды **$SABCD$** .



Осью правильной пирамиды называется прямая, содержащая её высоту.



Рассмотрим пирамиду $PA_1A_2\dots A_n$ и проведём секущую плоскость β , параллельную плоскости α основания пирамиды и пересекающую боковые рёбра в точках B_1, B_2, \dots, B_n

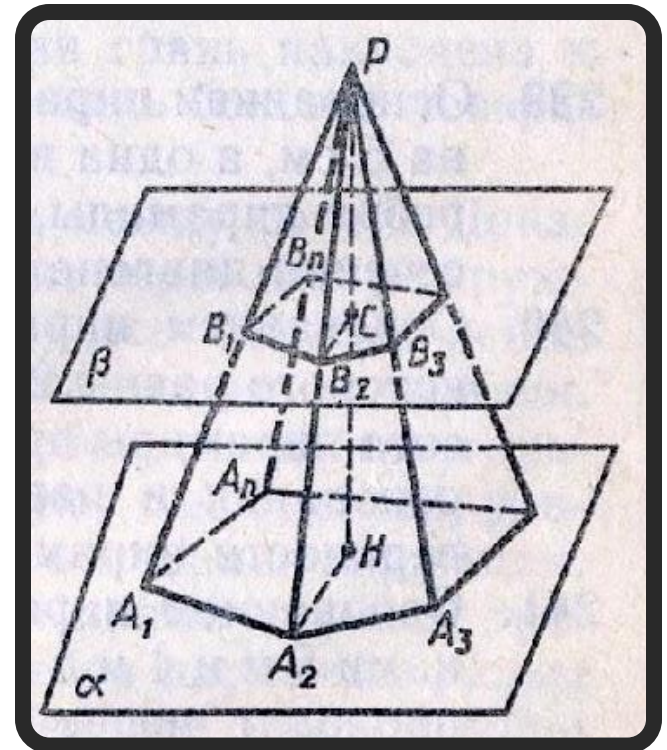
Плоскость β разбивает пирамиду на 2 многогранника

$A_1A_2\dots A_nB_1B_2\dots B_n$ – **усечённая пирамида**

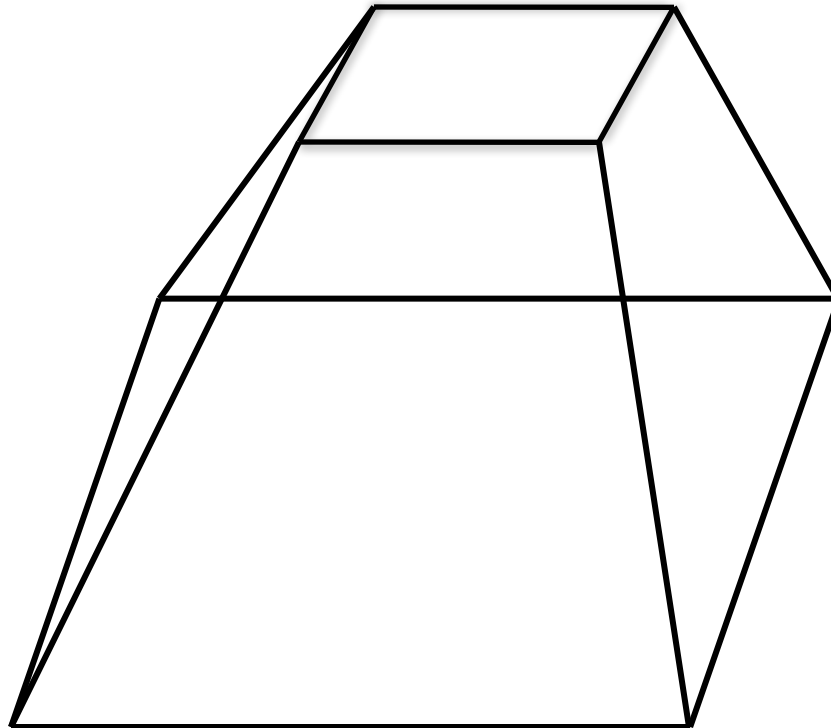
A_1B_1, \dots, A_nB_n – **боковые рёбра**

$A_1B_1B_2A_2, \dots$ – **боковые грани**

$A_1A_2\dots A_n, B_1B_2\dots B_n$ – **основания усечённой пирамиды**



*Усечённая пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.*



Боковой поверхностью пирамиды
называется сумма площадей её
боковых граней.

Площадь полной поверхности
пирамиды равна сумме площади
боковой поверхности и площади
основания:

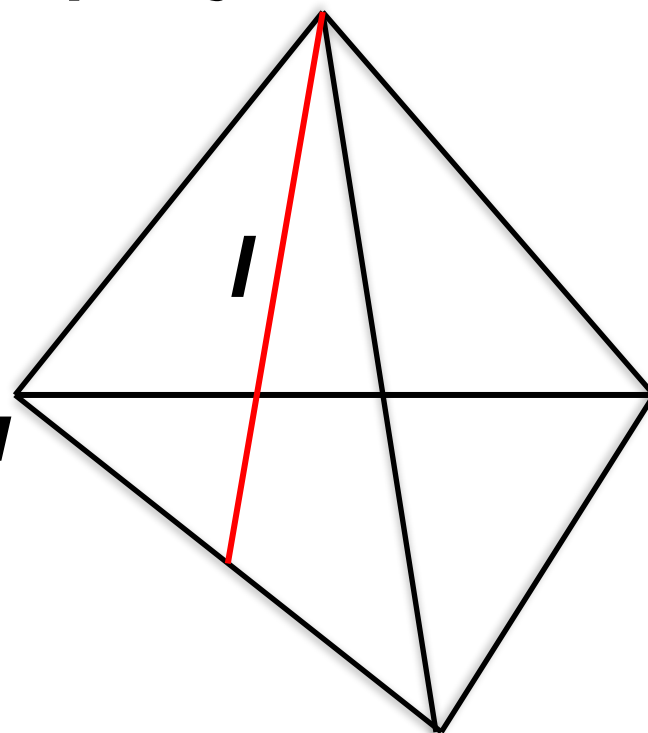
$$S_{\text{пол}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

**Площадь боковой поверхности
правильной пирамиды равна
произведению полупериметра
основания на апофему:**

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P l$$

***p* – периметр основания**

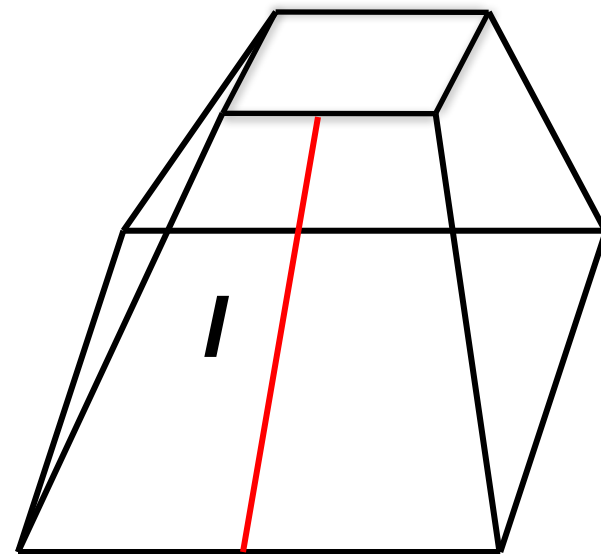
***l* – апофема пирамиды**



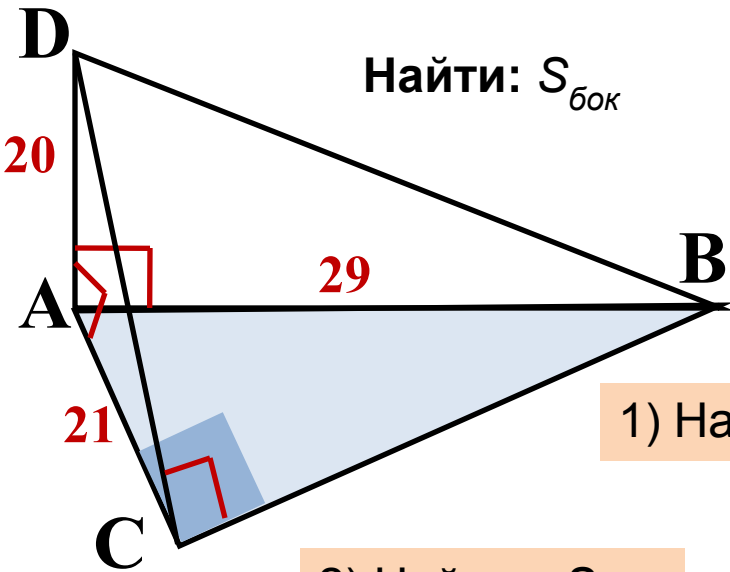
Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему:

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2) l$$

p_1 и p_2 – периметры оснований
 l – апофема пирамиды



Задача № 1. Основанием пирамиды DABC является прямоугольный треугольник ABC, у которого гипотенуза $AB=29$ см, а катет $AC=21$ см. Боковое ребро DA перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



Найти: $S_{бок}$

Решение: $S_{бок} = S_{ADC} + S_{ADB} + S_{CDB}$

Треугольники ADC, ADB, DCB – прямоугольные

$$DC = \sqrt{20^2 + 21^2} = \sqrt{400 + 441} = \sqrt{841} = 29 \text{ см}$$

$$BC = \sqrt{29^2 - 21^2} = \sqrt{841 - 441} = \sqrt{400} = 20 \text{ см}$$

1) Найдем S_{ADC} $S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 21 = 210 \text{ см}^2$

2) Найдем S_{ADB} $S_{ADB} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 29 = 290 \text{ см}^2$

3) Найдем S_{CDB} $S_{CDB} = \frac{1}{2} \cdot DC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 29 \cdot 20 = 290 \text{ см}^2$

4) Найдем площадь боковой поверхности пирамиды

$$S_{бок} = S_{ADC} + S_{ADB} + S_{CDB} = 210 + 290 + 290 = 790 \text{ см}^2$$

Задача №2. В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а угол наклона боковой грани к плоскости основания равен 60 градусам. Найдите боковое ребро пирамиды.

Найти: MC – ?

Решение: 1) Т.к. дана прав. четырёхугол. пирамида, то в основании лежит квадрат со стороной 6 см.

2) Угол $\angle MKO = 60^\circ$ и треугольник $МОК$ –прямоугольный

$$\cos 60^\circ = \frac{OK}{MK} \implies MK = \frac{3}{\cos 60^\circ} = 6 \text{ см}$$

3) Рассмотрим треугольник $МСК$ – прямоугольный: по т. Пифагора найдем MC

$$MC^2 = MK^2 + KC^2$$

$$MC^2 = 6^2 + 3^2$$

$$MC = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ см}$$

