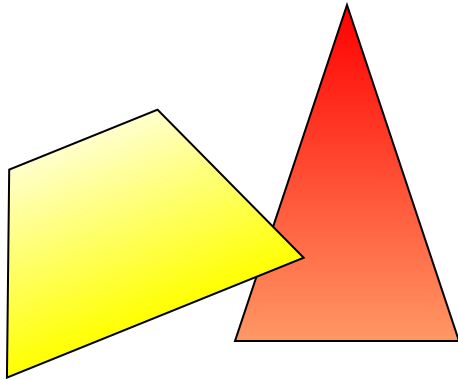


# Пирамида

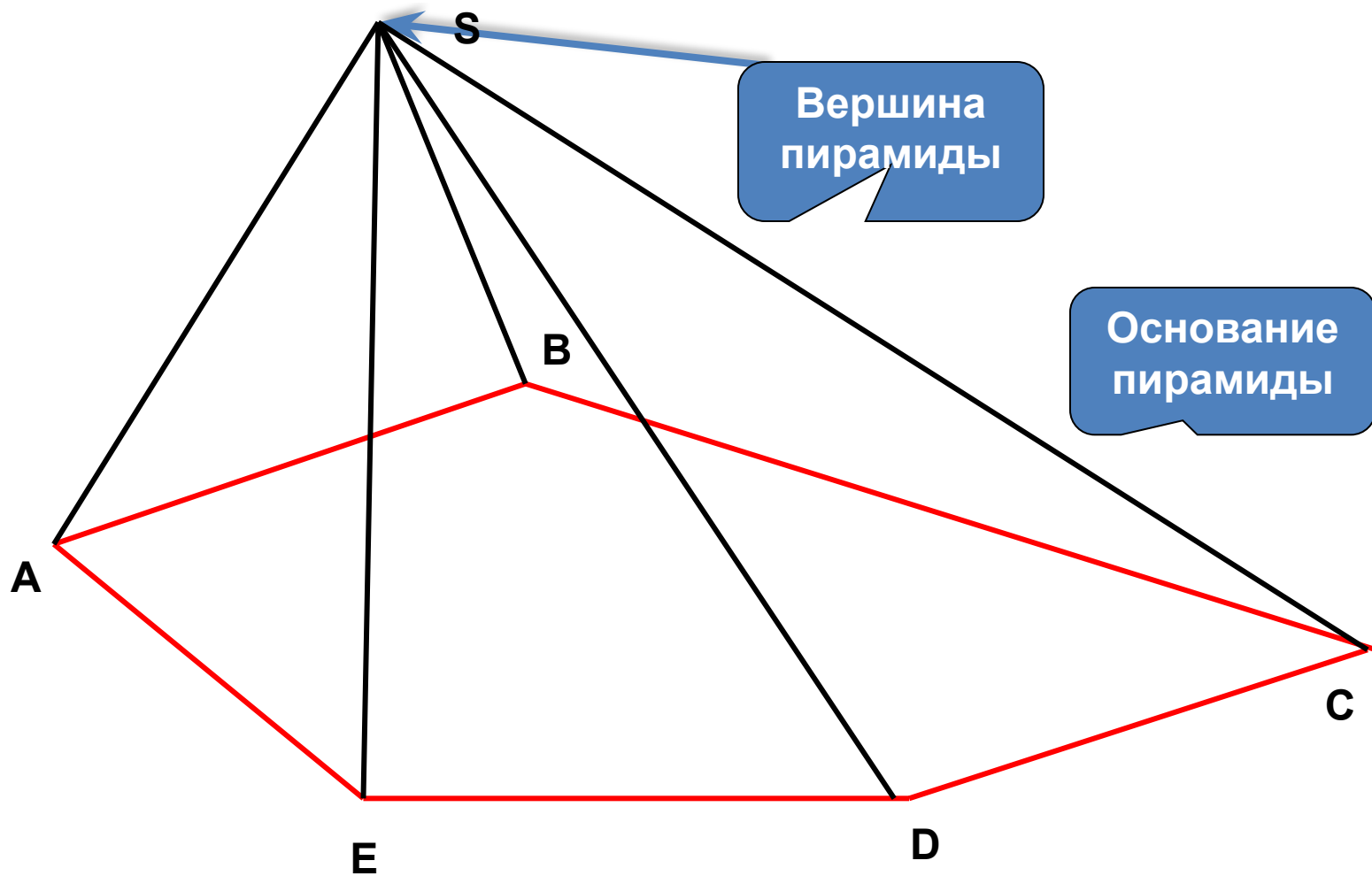


Её элементы.

Правильная  
пирамида.

Усечённая пирамида

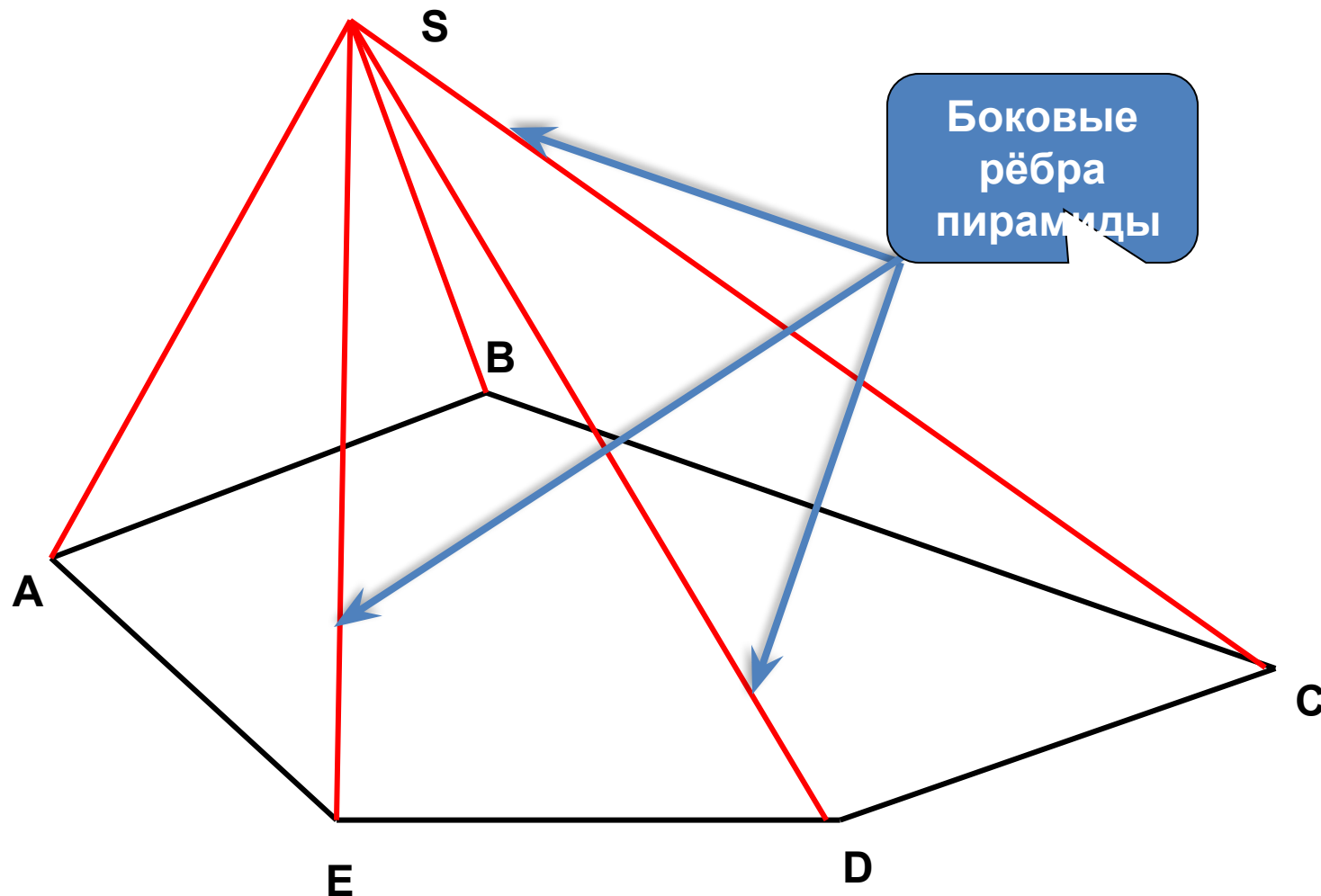
***S*** – вершина пирамиды  
***ABCDE*** – основание пирамиды



**Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются**

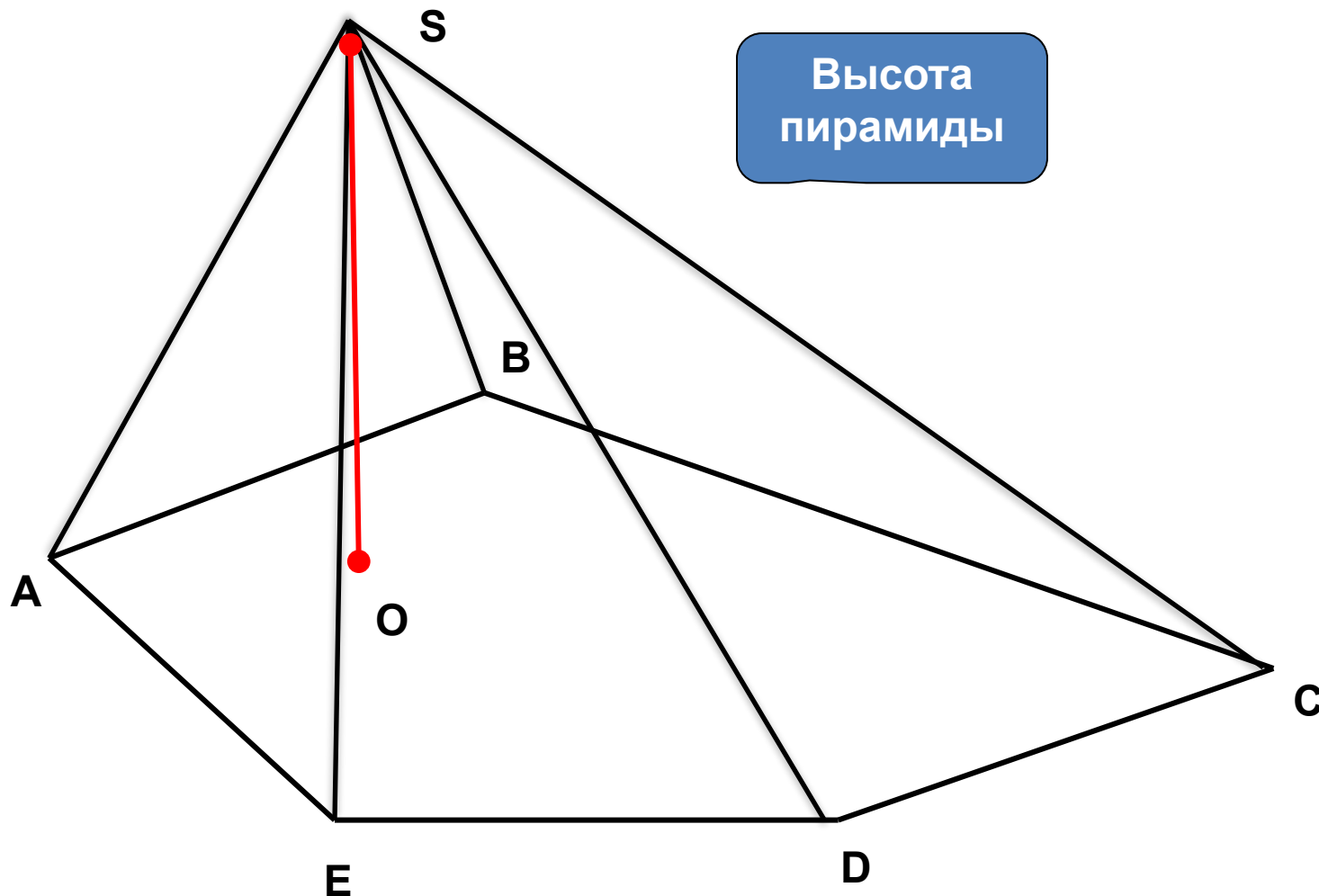
**боковыми рёбрами**

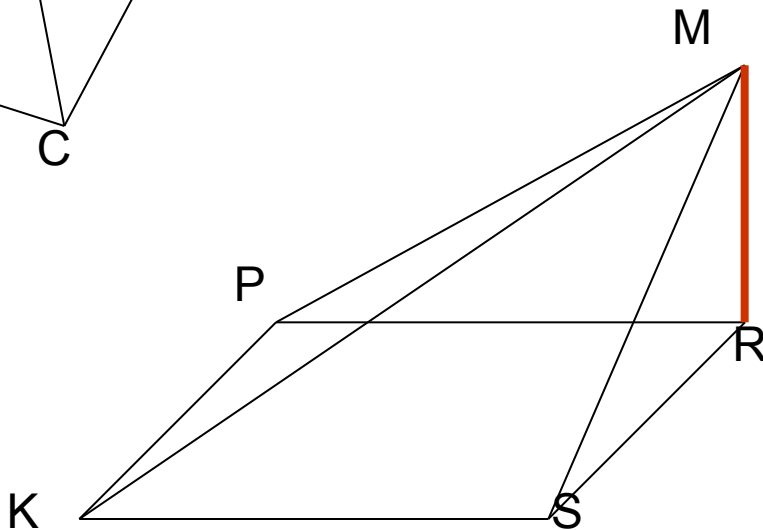
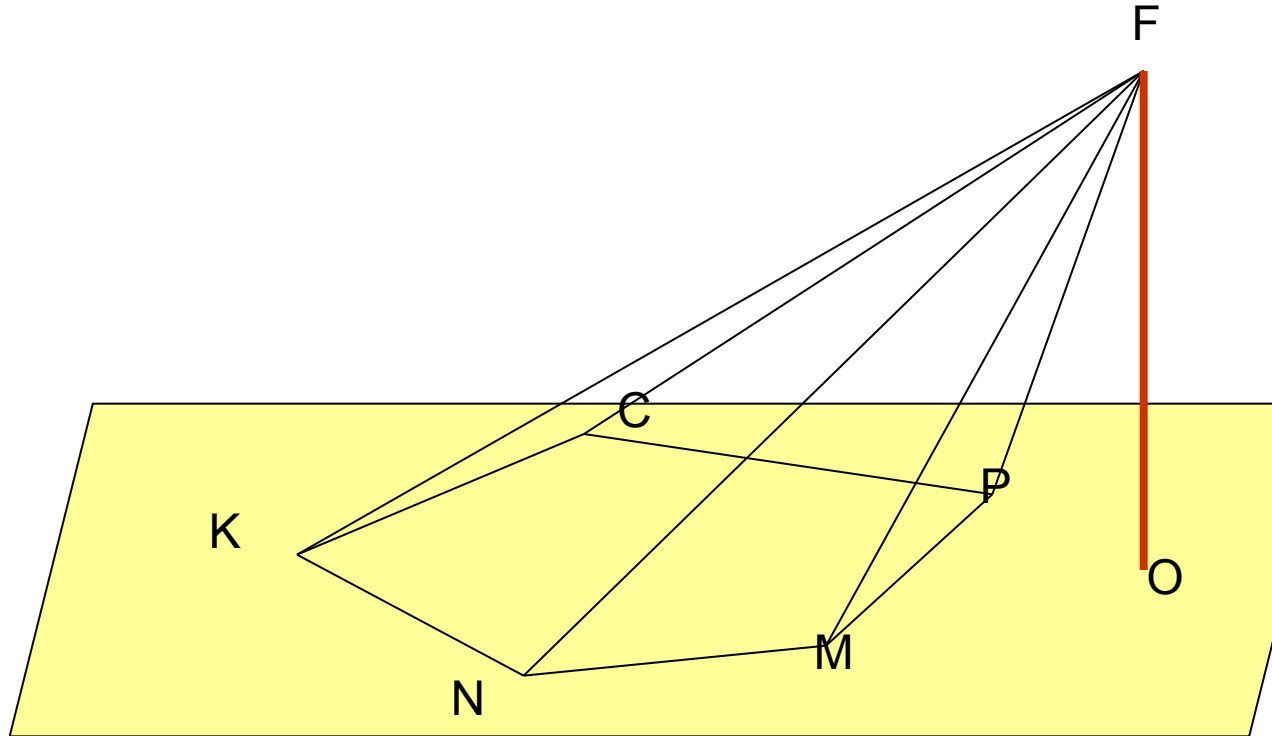
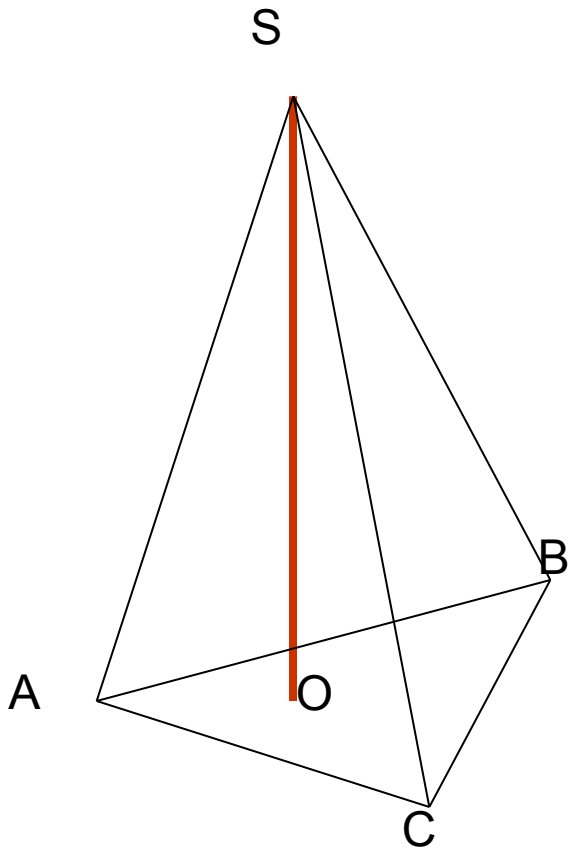
**$SA, SB, SC, SD, SE$  - боковые рёбра пирамиды  $SABCDE$ .**



**Высотой** пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.

**$SO$**  - высота пирамиды  **$SABCDE$** .

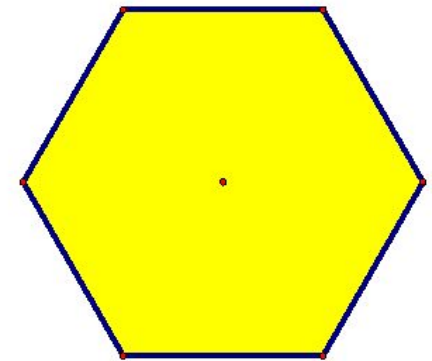
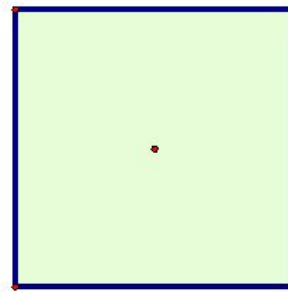
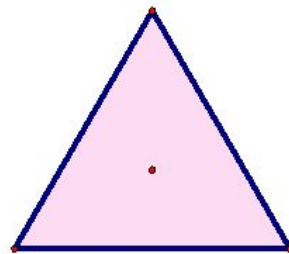
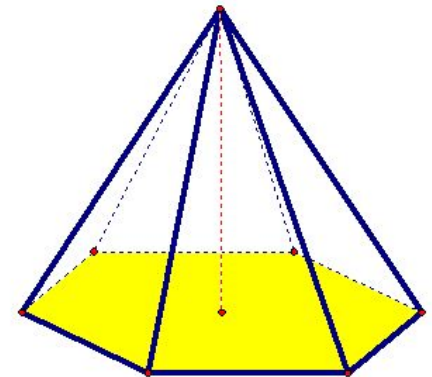
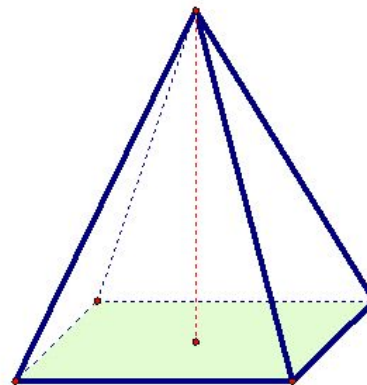
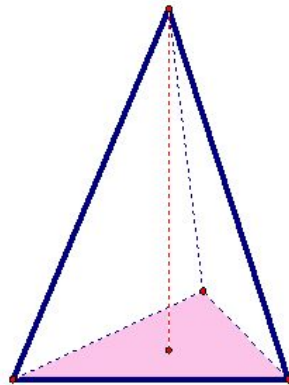




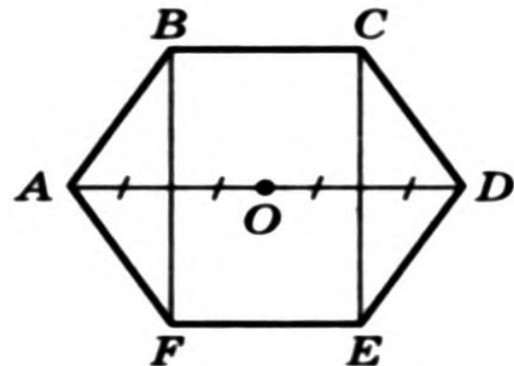
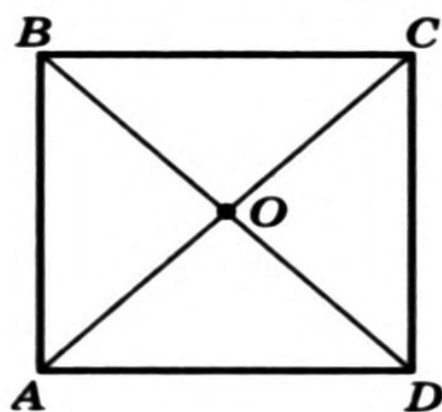
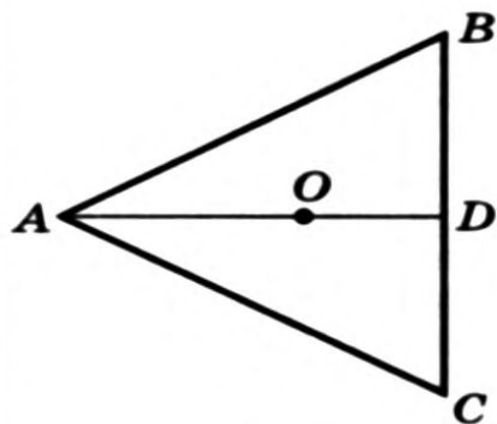
Высота –  
 перпендикуляр,  
 опущенный из  
 вершины  
 пирамиды на  
 плоскость  
 основания

Пирамида называется **правильной**, если её основанием является правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.

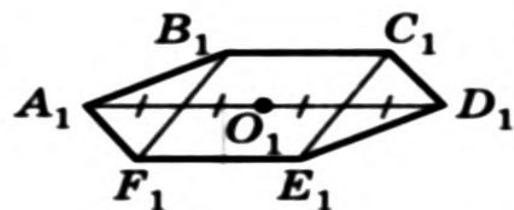
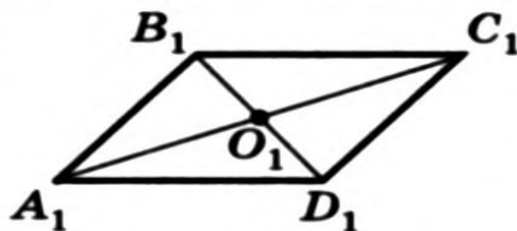
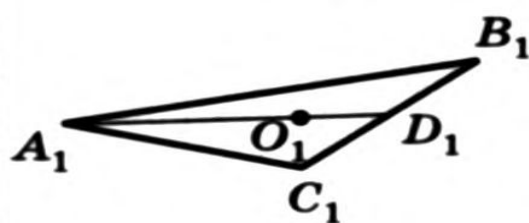
Все боковые рёбра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются **равнобедренными треугольниками**



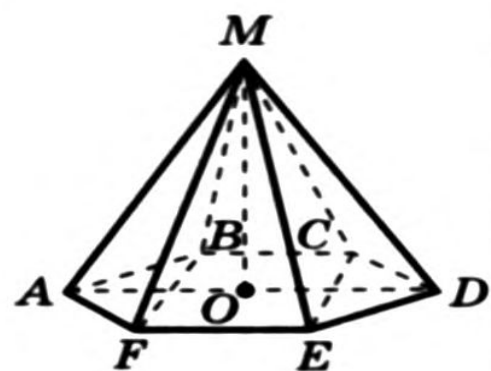
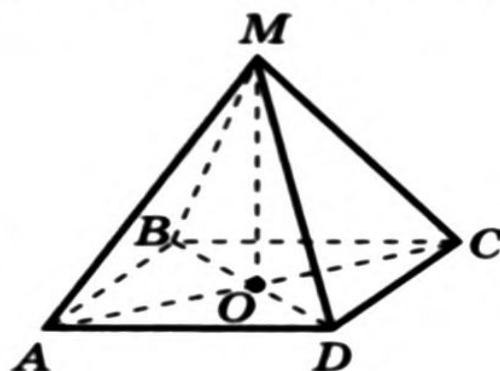
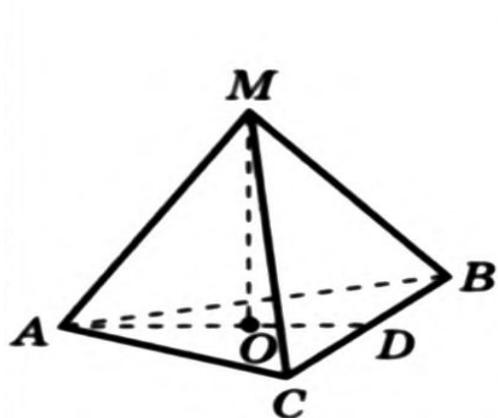
### Правильные многоугольники



### Параллельные проекции многоугольников

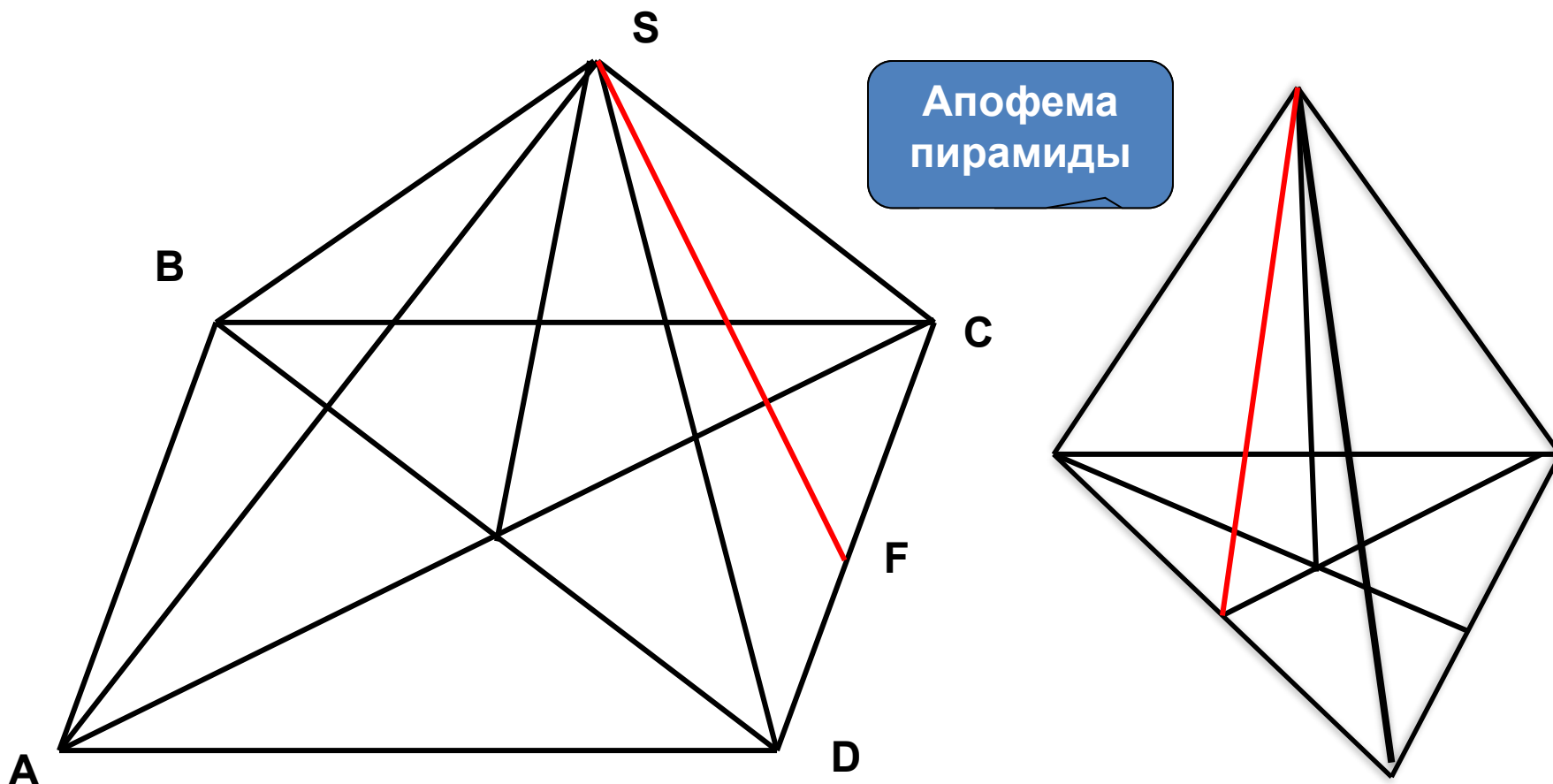


### Правильные пирамиды



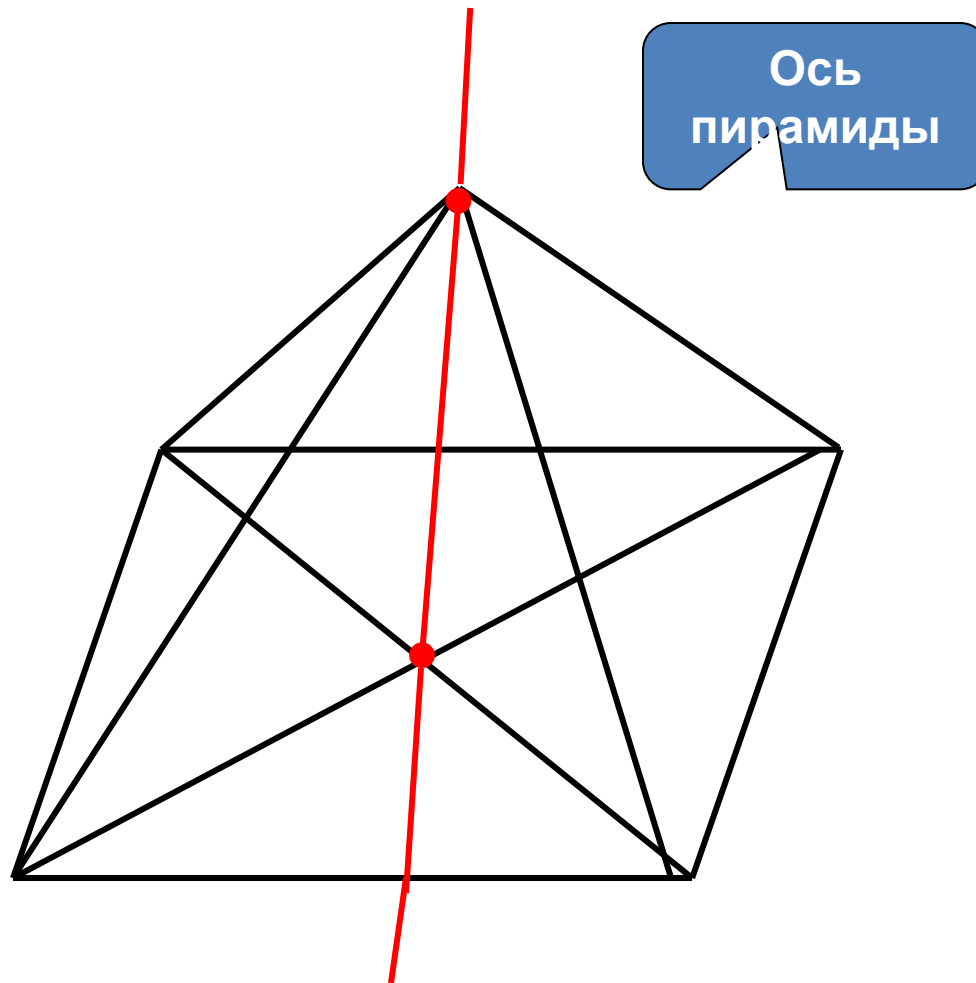
Высота боковой грани правильной пирамиды,  
проведённая из её вершины, называется  
**апофемой**.

**SF** – апофема пирамиды **SABCD**.





**Ось** правильной пирамиды называется прямая, содержащая её высоту.



Рассмотрим пирамиду  $PA_1A_2\dots A_n$  и проведём секущую плоскость  $\beta$ , параллельную плоскости  $\alpha$  основания пирамиды и пересекающую боковые рёбра в точках  $B_1, B_2, \dots, B_n$

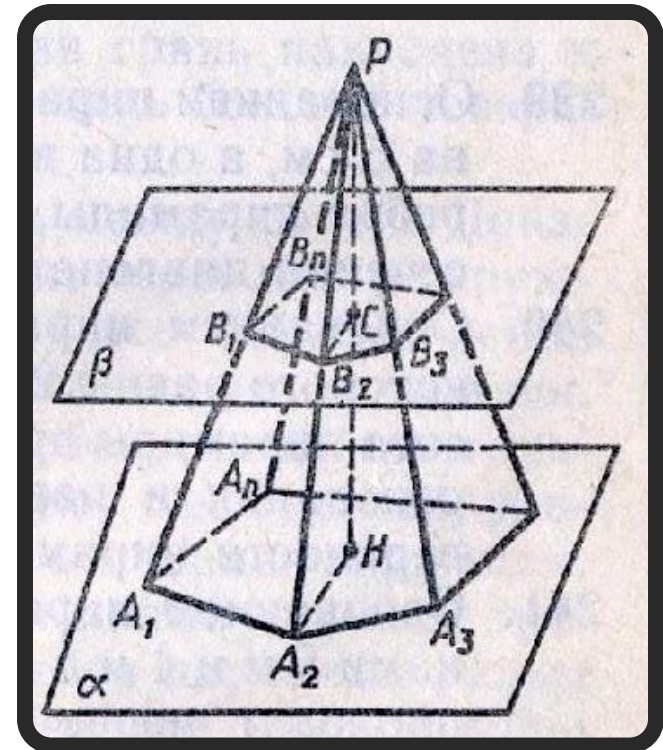
Плоскость  $\beta$  разбивает пирамиду на 2 многогранника

$A_1A_2\dots A_nB_1B_2\dots B_n$  – **усечённая пирамида**

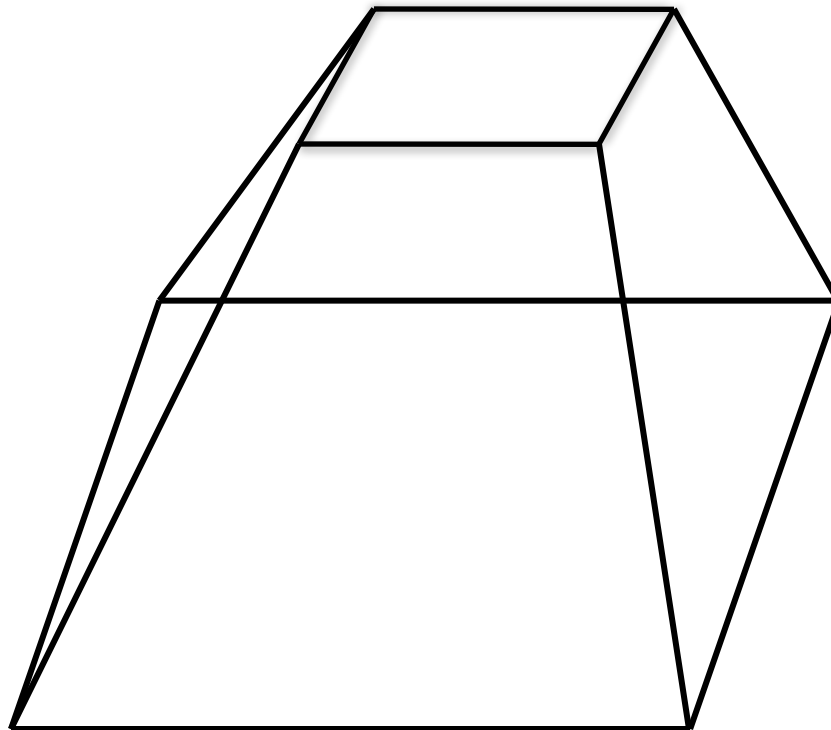
$A_1B_1, \dots, A_nB_n$  – **боковые рёбра**

$A_1B_1B_2A_2, \dots$  – **боковые грани**

$A_1A_2\dots A_n, B_1B_2\dots B_n$  – **основания усечённой пирамиды**



*Усечённая пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.*



**Боковой поверхностью пирамиды называется сумма площадей её боковых граней.**

**Площадь полной поверхности пирамиды равна сумме площади боковой поверхности и площади основания:**

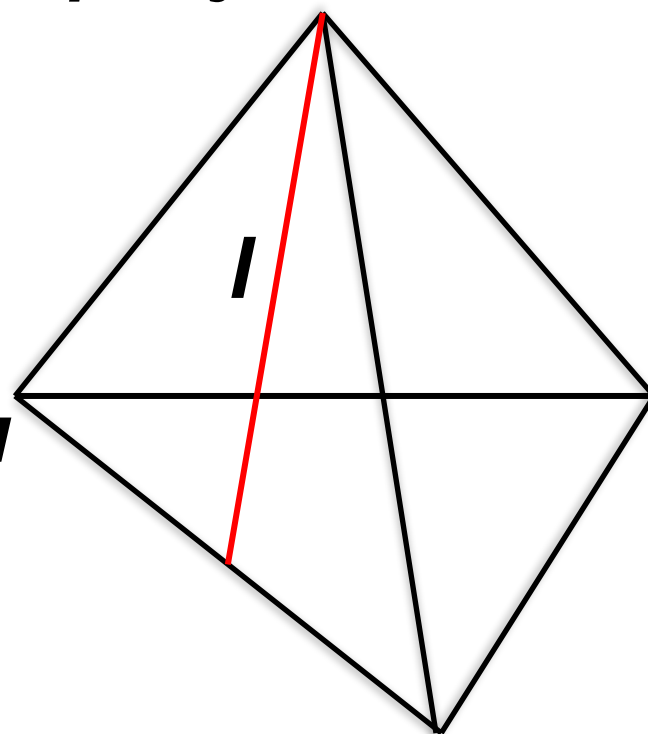
$$S_{\text{пол}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

**Площадь боковой поверхности  
правильной пирамиды равна  
произведению полупериметра  
основания на апофему:**

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} Pl$$

**$p$  – периметр основания**

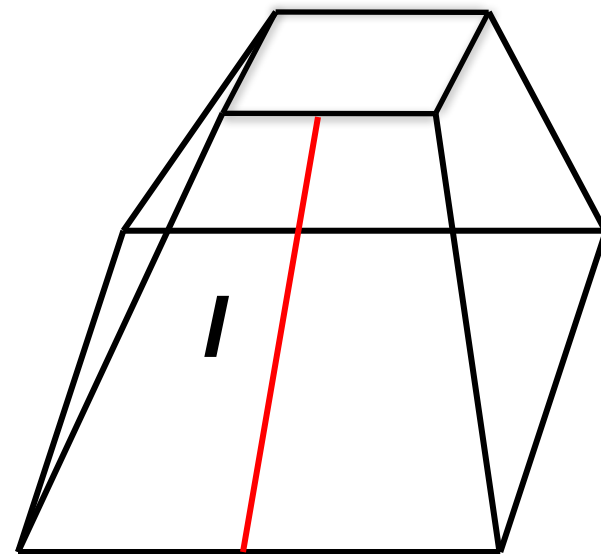
**$l$  – апофема пирамиды**



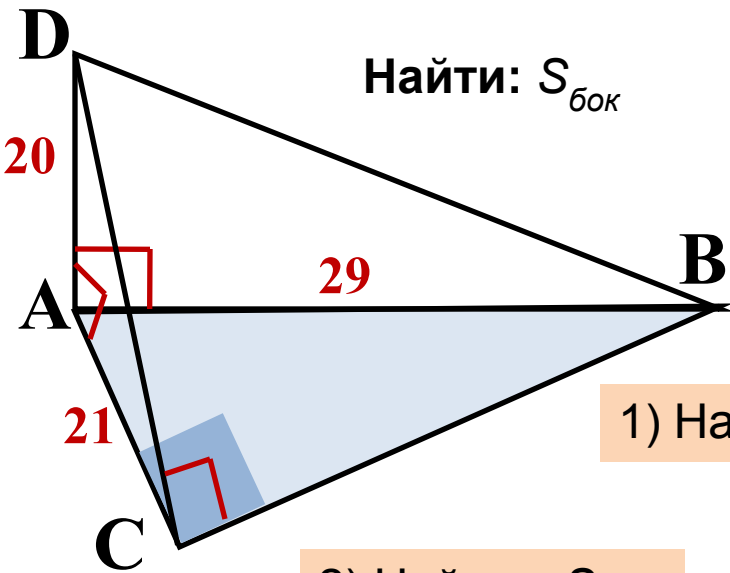
**Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему:**

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2) l$$

$p_1$  и  $p_2$  – периметры оснований  
 $l$  – апофема пирамиды



**Задача № 1.** Основанием пирамиды DABC является прямоугольный треугольник ABC, у которого гипотенуза  $AB=29$  см, а катет  $AC=21$  см. Боковое ребро DA перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



Найти:  $S_{бок}$

**Решение:**  $S_{бок} = S_{ADC} + S_{ADB} + S_{CDB}$

Треугольники ADC, ADB, DCB – прямоугольные

$$DC = \sqrt{20^2 + 21^2} = \sqrt{400 + 441} = \sqrt{841} = 29 \text{ см}$$

$$BC = \sqrt{29^2 - 21^2} = \sqrt{841 - 441} = \sqrt{400} = 20 \text{ см}$$

1) Найдем  $S_{ADC}$   $S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 21 = 210 \text{ см}^2$

2) Найдем  $S_{ADB}$   $S_{ADB} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 29 = 290 \text{ см}^2$

3) Найдем  $S_{CDB}$   $S_{CDB} = \frac{1}{2} \cdot DC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 29 \cdot 20 = 290 \text{ см}^2$

4) Найдем площадь боковой поверхности пирамиды

$$S_{бок} = S_{ADC} + S_{ADB} + S_{CDB} = 210 + 290 + 290 = 790 \text{ см}^2$$

**Задача №2.** В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а угол наклона боковой грани к плоскости основания равен 60 градусам. Найдите боковое ребро пирамиды.

**Найти:**  $MC$  – ?

**Решение:** 1) Т.к. дана прав. четырёхугол. пирамида, то в основании лежит квадрат со стороной 6 см.

2) Угол  $\angle MKO = 60^\circ$  и треугольник  $\triangle MOK$  –прямоугольный

$$\cos 60^\circ = \frac{OK}{MK} \implies MK = \frac{3}{\cos 60^\circ} = 6 \text{ см}$$

3) Рассмотрим треугольник  $\triangle MCK$  – прямоугольный: по т. Пифагора найдем  $MC$

$$MC^2 = MK^2 + KC^2$$

$$MC^2 = 6^2 + 3^2$$

$$MC = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ см}$$

