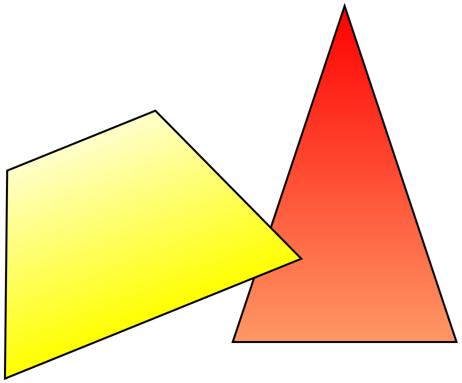
Пирамида



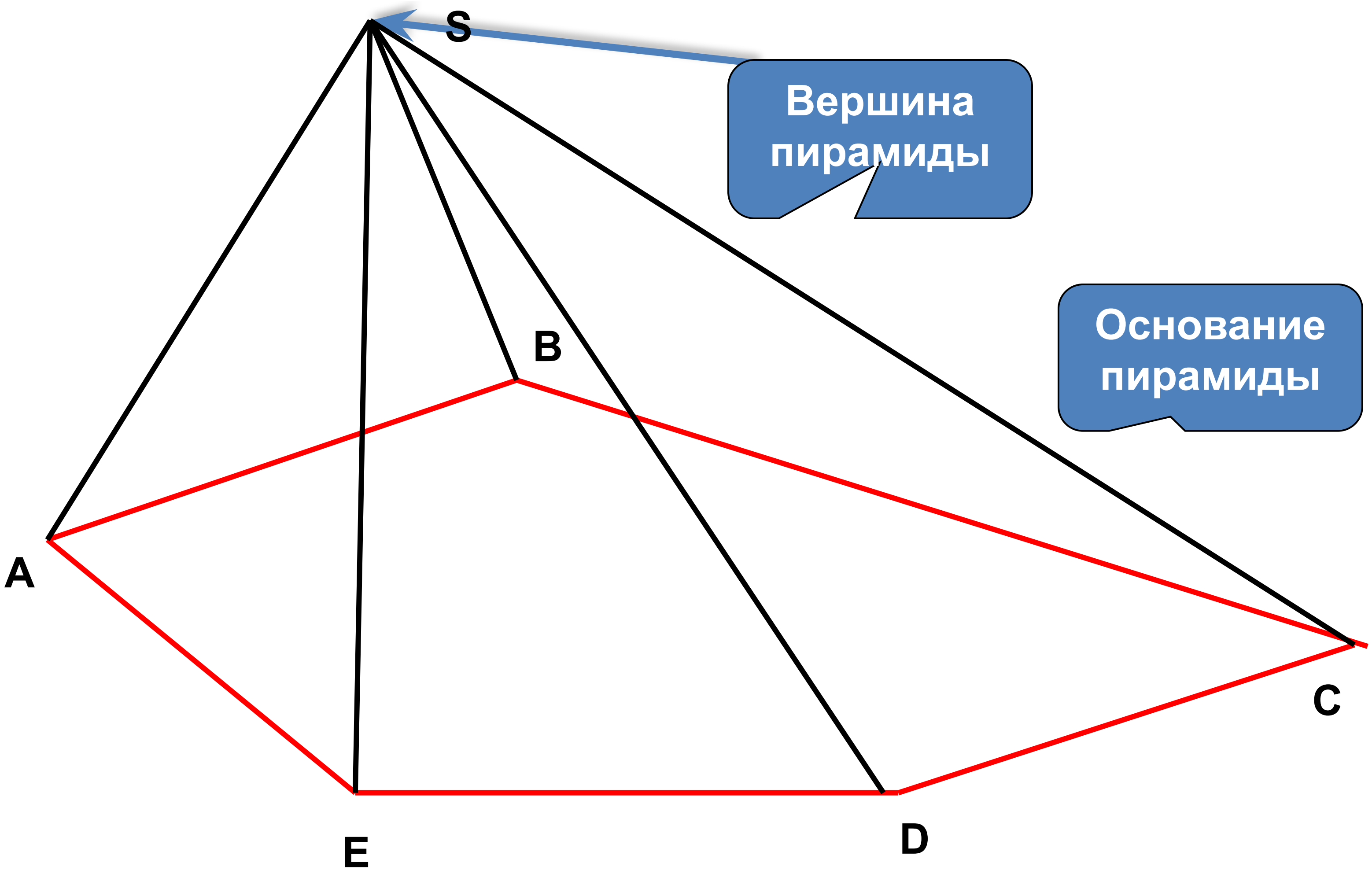
Её элементы.

Правильная пирамида.

Усечённая пирамида

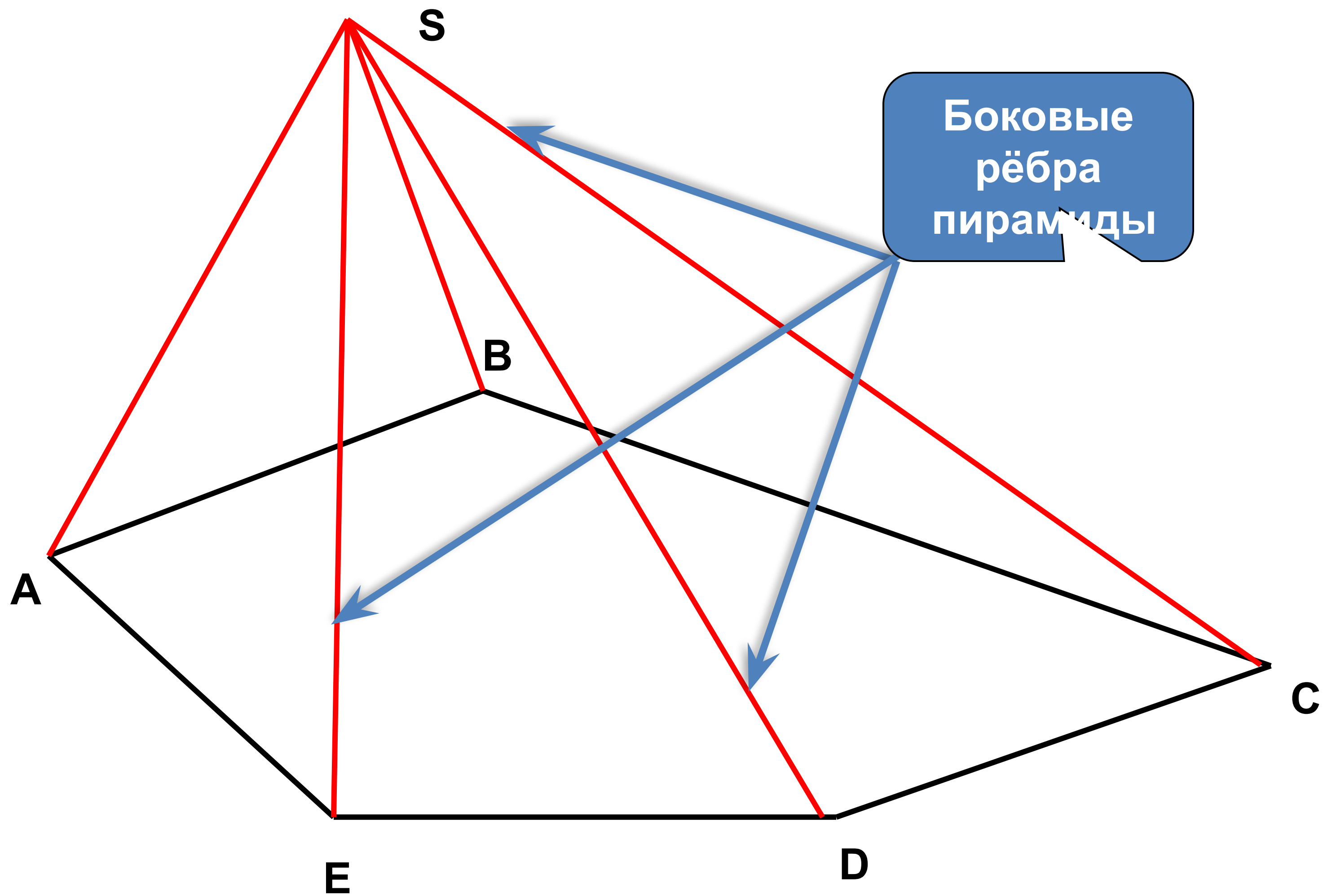
S – вершина пирамиды

ABCDE – основание пирамиды



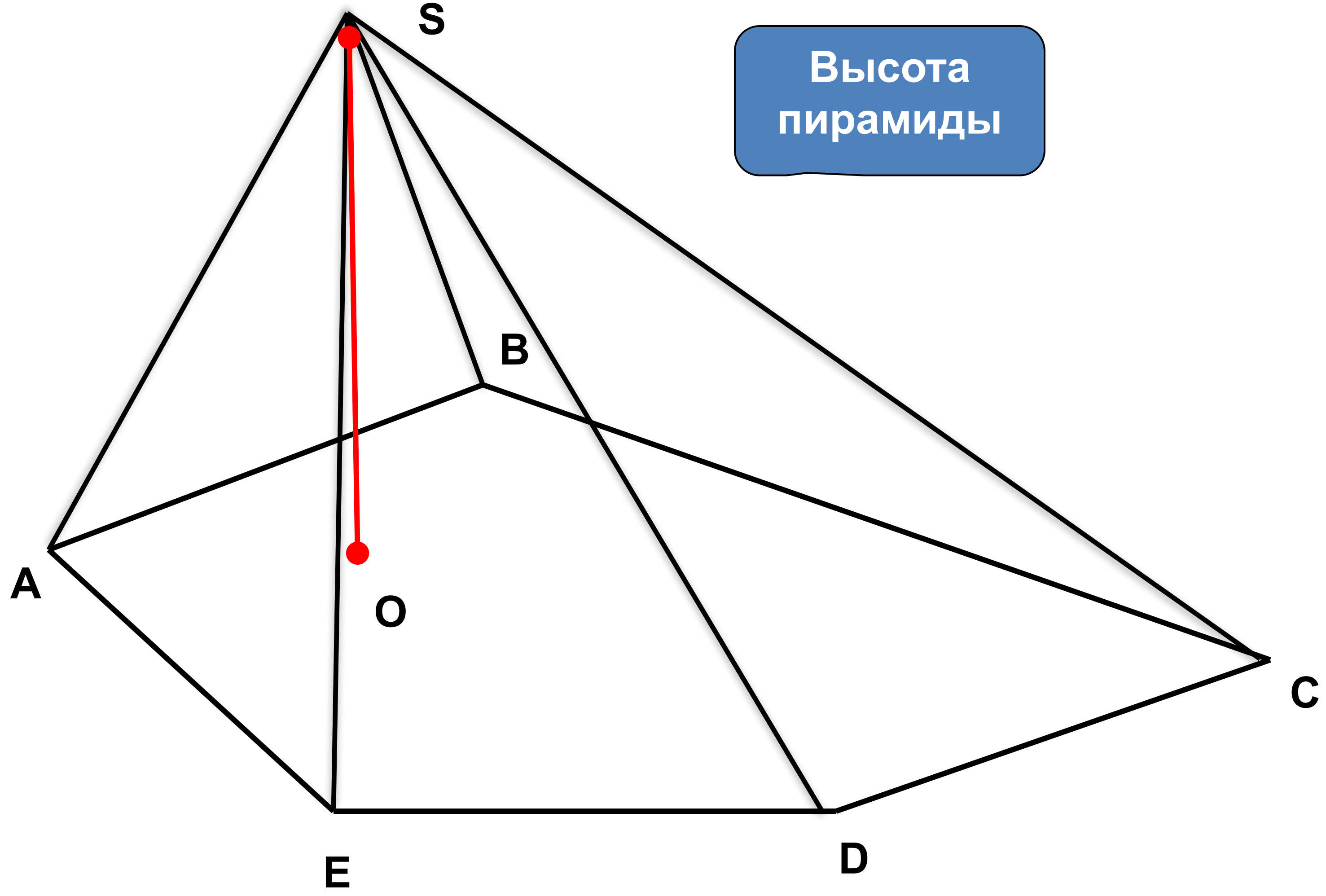
Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются боковыми рёбрами

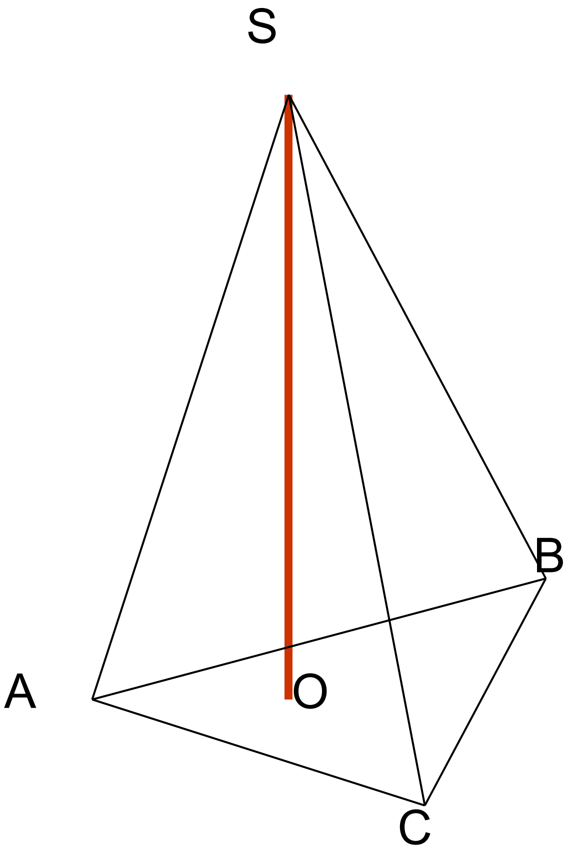
SA, SB, SC, SD, SE - боковые рёбра пирамиды SABCDE.

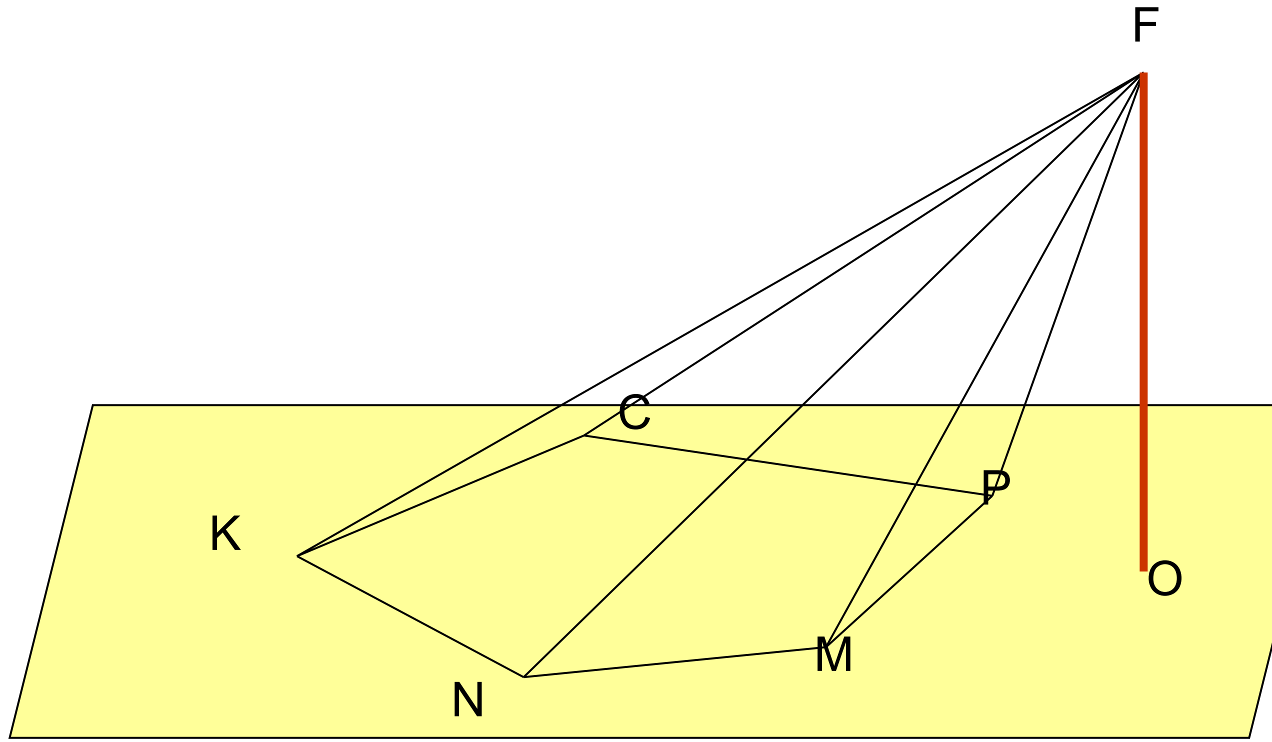


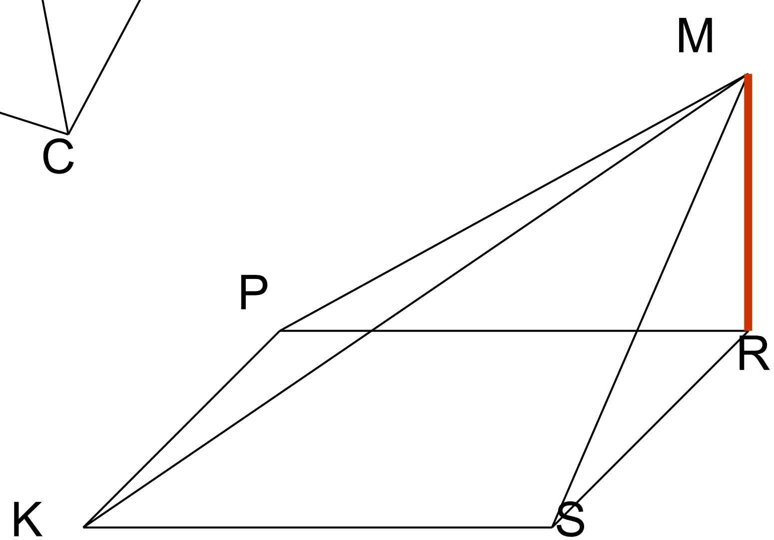
Высотой пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.

SO - высота пирамиды **SABCDE.**





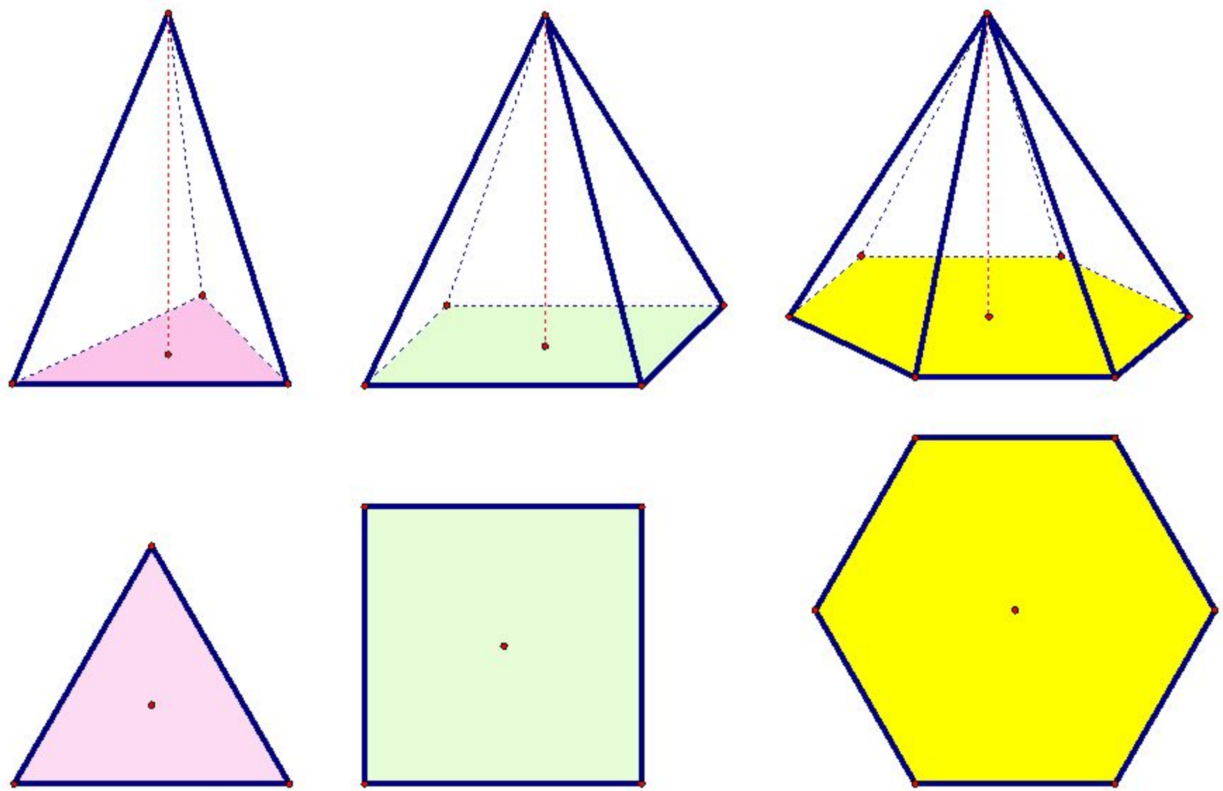




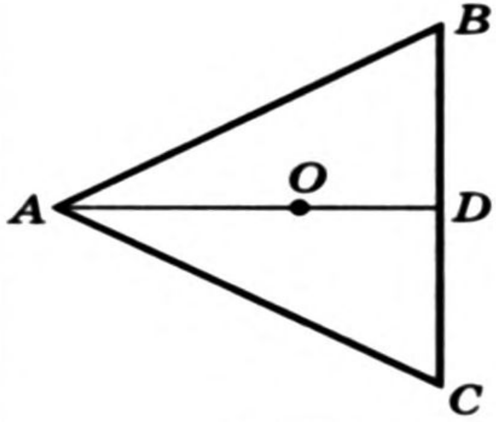
Высота – перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания

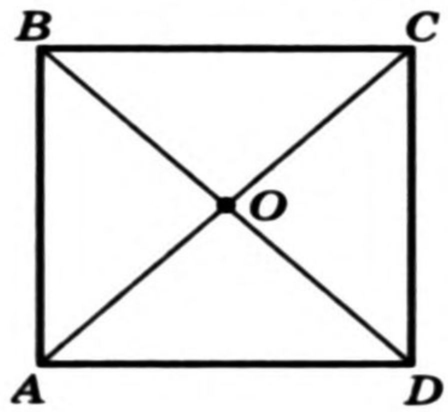
Пирамида называется правильной, если её основанием является правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.

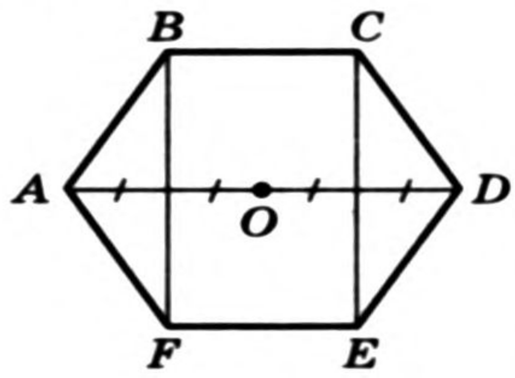
Все боковые рёбра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равнобедренными треугольниками



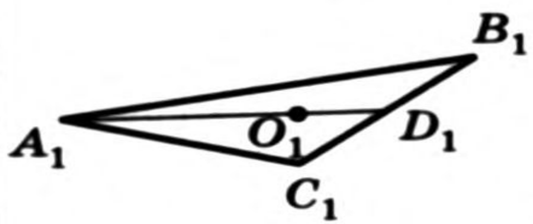
Правильные многоугольники

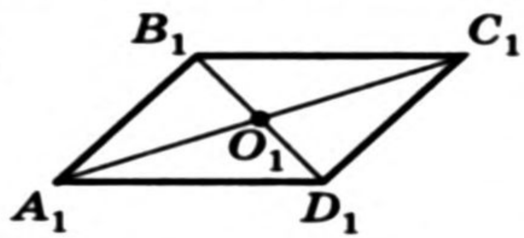


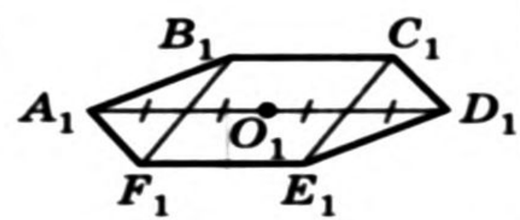




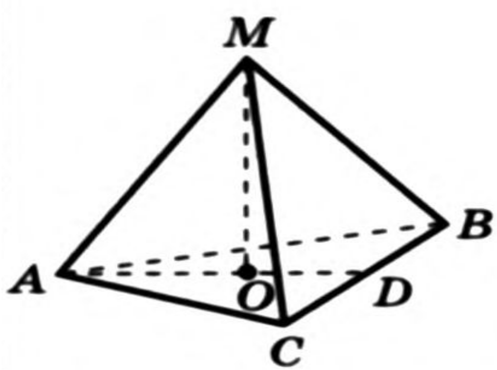
Параллельные проекции многоугольников

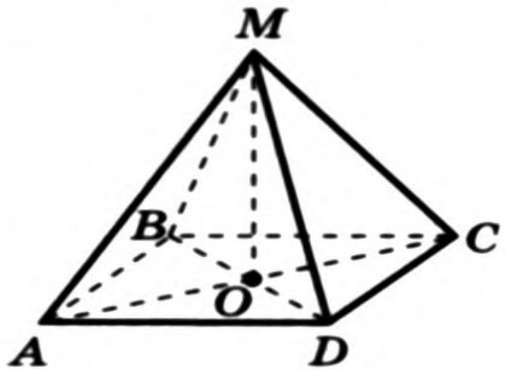


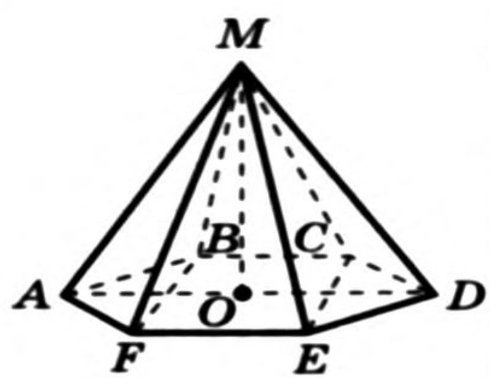




Правильные пирамиды

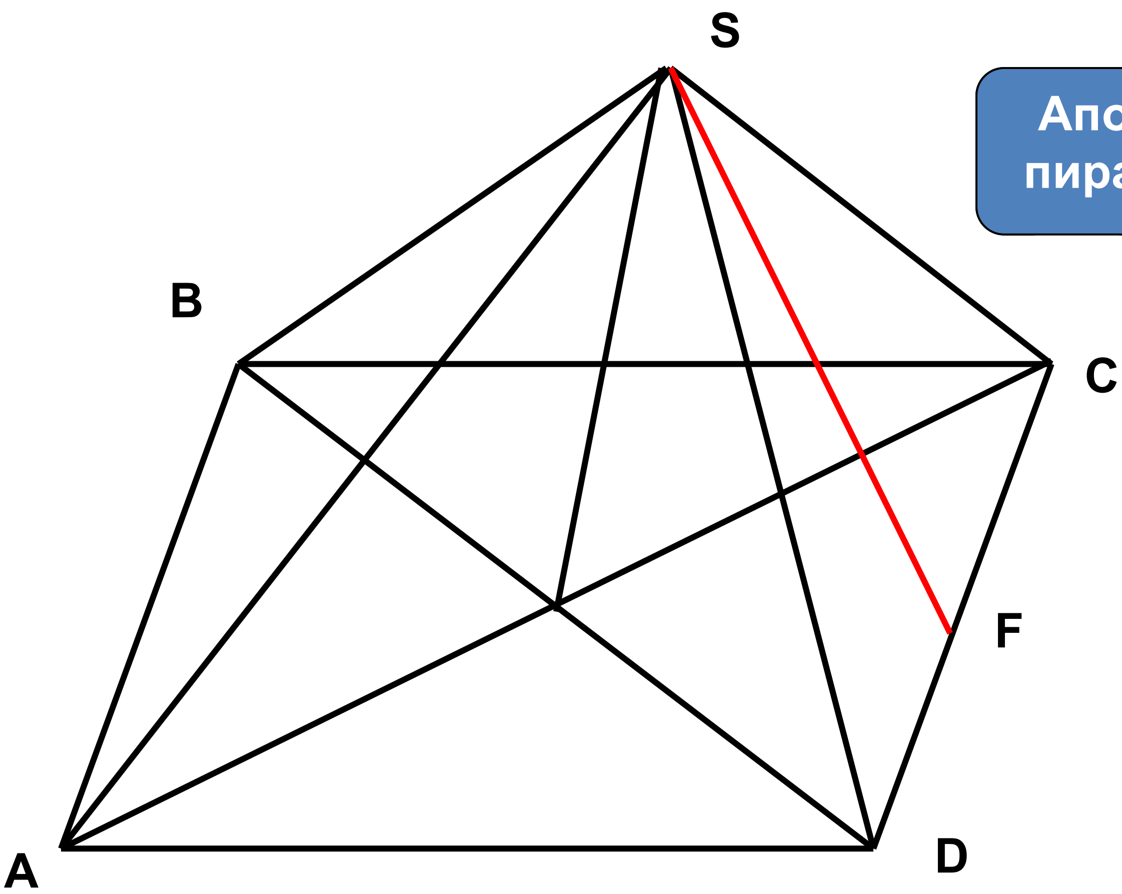


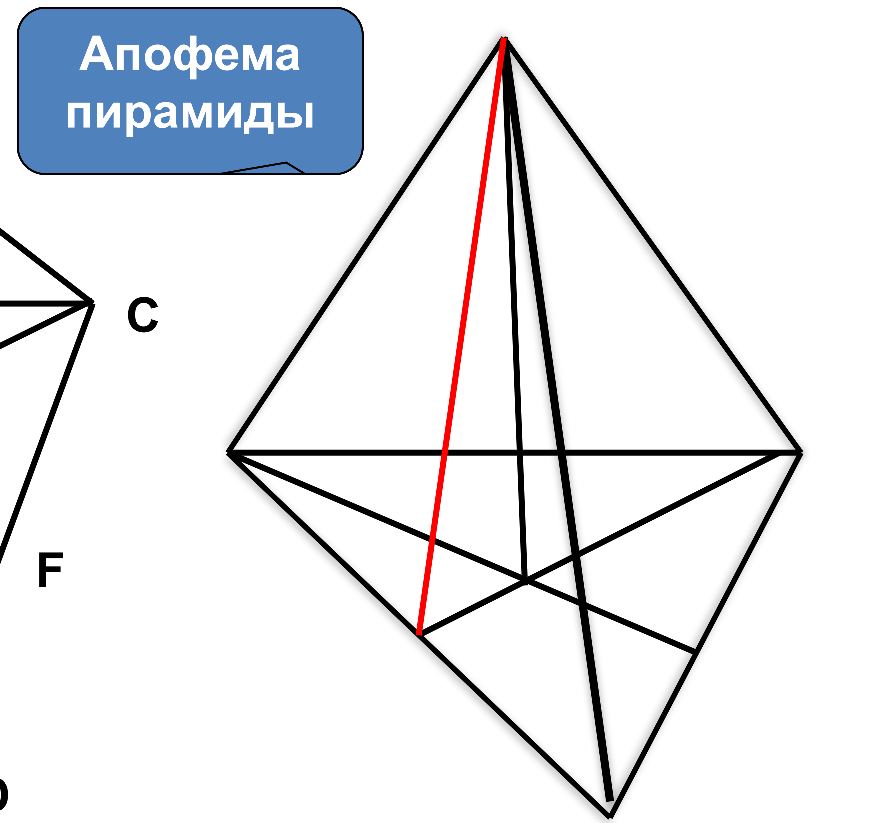




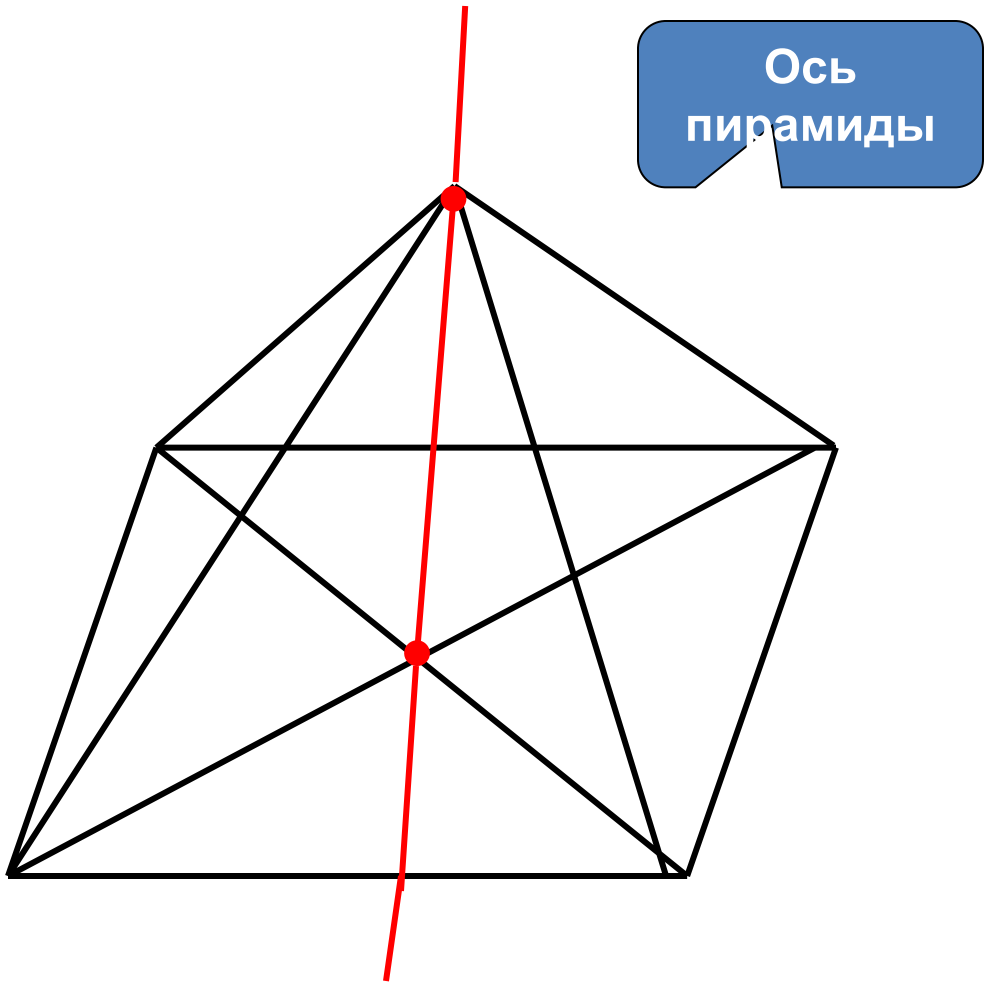
Высота боковой грани правильной пирамиды, проведённая из её вершины, называется апофемой.

SF – апофема пирамиды SABCD.





Осью ***правильной пирамиды называется прямая, содержащая её высоту.***



Рассмотрим пирамиду $PA_1A_2\ldots A_n$ и проведём секущую плоскость ß, параллельную плоскость и α основания пирамиды и пересекающую боковые рёбра в точках $B_1, B_2\ldots B_n$

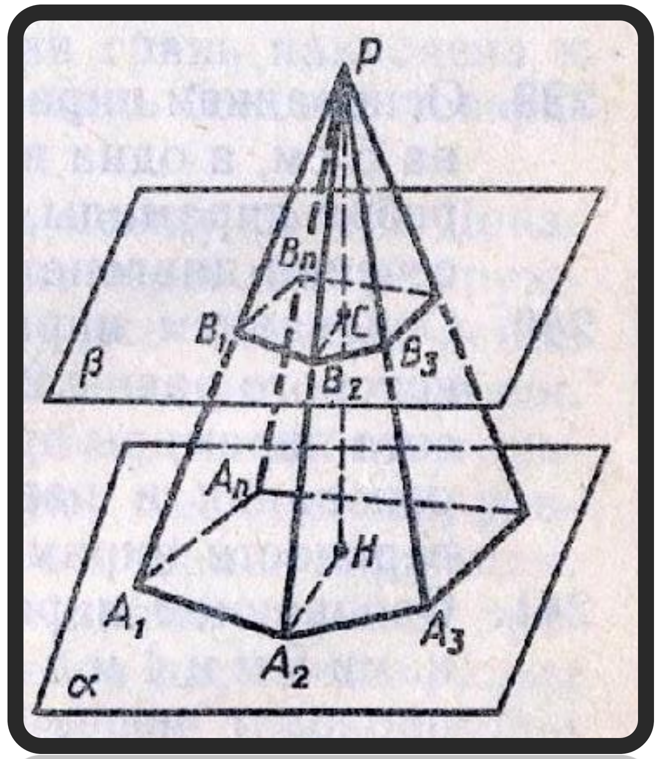
Плоскость ß разбивает пирамиду на 2 многогранника

$A_1A_2\ldots A_nB_1B_2\ldots B_n$ – усечённая пирамида

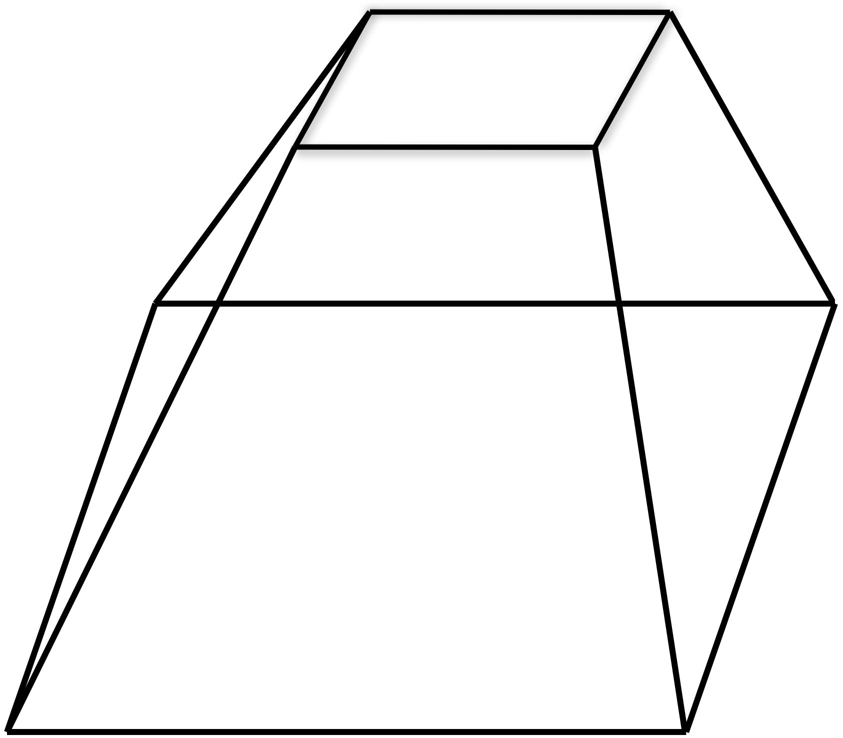
$A_1B_1, \ldots A_nB_n$ – боковые рёбра

$A_1B_1B_2A_2\ldots$ – боковые грани

$A_1A_2\ldots A_n$, $B_1B_2\ldots B_n$ – основания усечённой пирамиды



Усечённая пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.



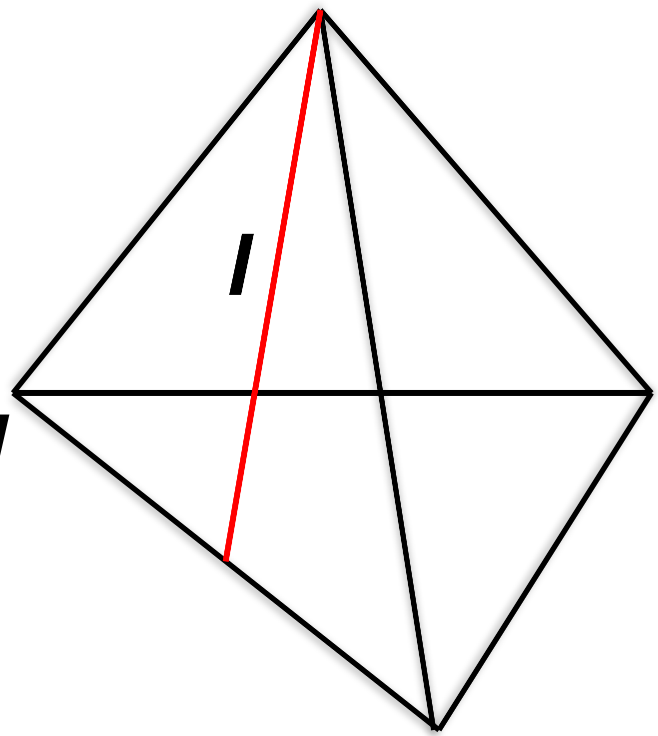
Боковой поверхностью пирамиды называется сумма площадей её боковых граней.

Площадь полной поверхности пирамиды равна сумме площади боковой поверхности и площади основания:

$$S_{пол} = S_{бок} + S_{осн}$$

Площадь боковой поверхности <u>правильной пирамиды</u> равна произведению полупериметра основания на апофему:

$$S_{бок} = \frac{1}{2} Pl$$

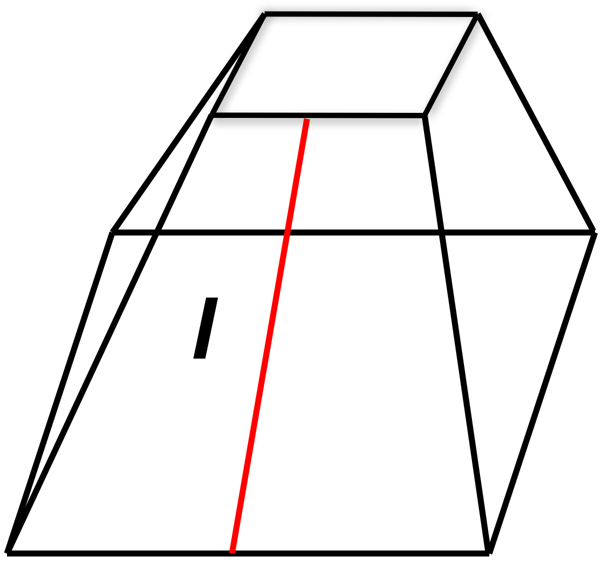


p – периметр основания

l – апофема пирамиды

Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему:

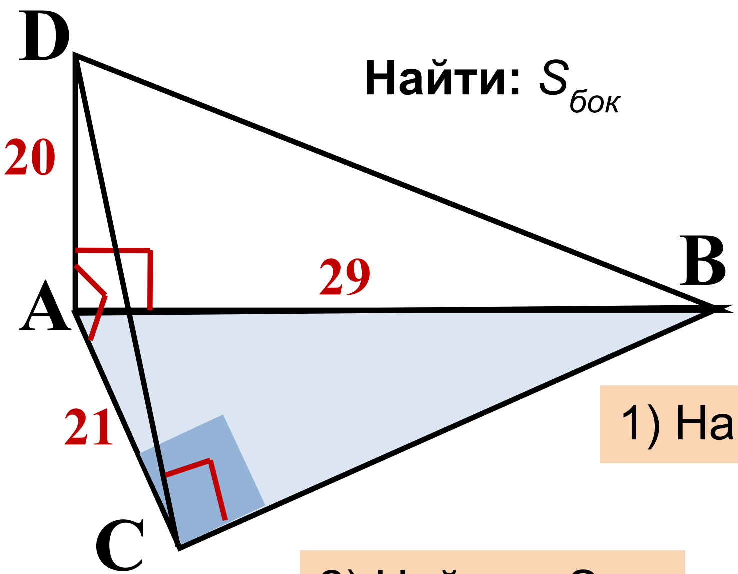
$$S_{бок} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)l$$



p_1 и p_2 – периметры оснований

l – апофема пирамиды

Задача № 1. Основанием пирамиды DABC является прямоугольный треугольник ABC, у которого гипотенуза AB=29 см, а катет AC=21 см. Боковое ребро DA перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



Найти: $S_{бок}$

Решение: $S_{бок} = S_{ADC} + S_{ADB} + S_{CDB}$

Треугольники ADC, ADB, DCB – прямоугольные

$$DC = \sqrt{20^2 + 21^2} = \sqrt{400 + 441} = \sqrt{841} = 29 см$$

$$BC = \sqrt{29^2 - 21^2} = \sqrt{841 - 441} = \sqrt{400} = 20 см$$

1) Найдем S_{ADC}

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 21 = 210 см^2$$

2) Найдем S_{ADB}

$$S_{ADB} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 29 = 290 см^2$$

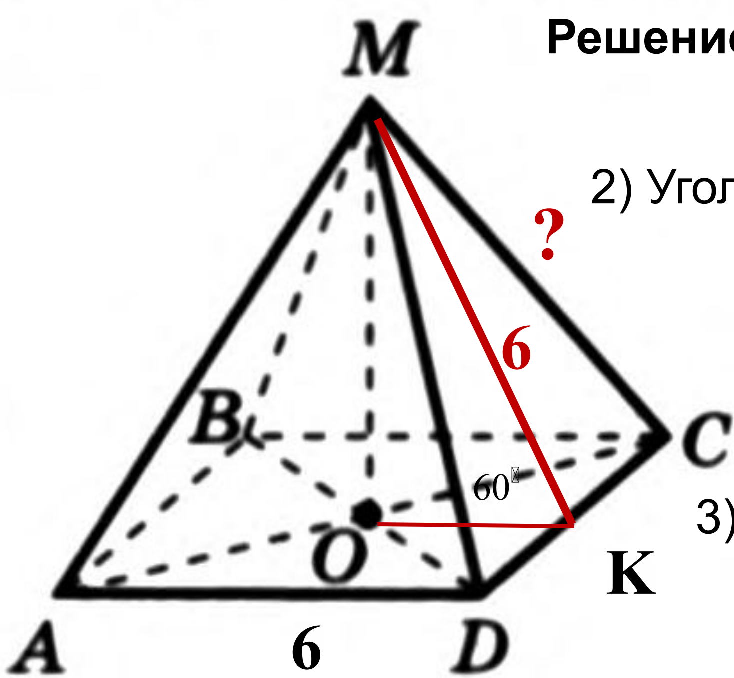
3) Найдем S_{CDB}

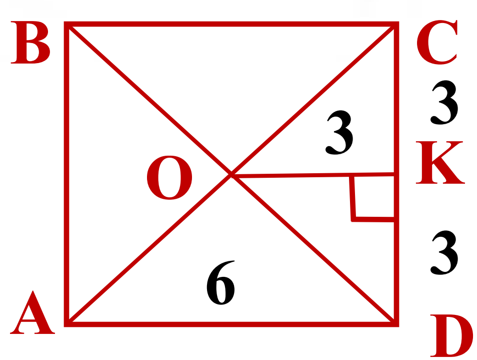
$$S_{CDB} = \frac{1}{2} \cdot DC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 29 \cdot 20 = 290 см^2$$

4) Найдем площадь боковой поверхности пирамиды

$$S_{бок} = S_{ADC} + S_{ADB} + S_{CDB} = 210 + 290 + 290 = 790 см^2$$

Задача №2. В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а угол наклона боковой грани к плоскости основания равен 60 градусам. Найдите боковое ребро пирамиды.





Найти: MC – ?

Решение:1) Т.к. дана прав. четырёхугол. пирамида, то в основании лежит квадрат со стороной 6 см.

2) Угол MKO = 60° и треугольник MOK –прямоугольный

$$\cos 60^0 = \frac{OK}{MK} \Longrightarrow MK = \frac{3}{\cos 60^0} = 6см$$

3) Рассмотрим треугольник MCK – прямоугольный:

по т. Пифагора найдем MC

$$MC^2 = MK^2 + KC^2$$

$$MC^2 = 6^2 + 3^2$$

$$MC = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}см$$