

Оценка и анализ финансовых рисков

Риск - категория вероятностная, поэтому методы его количественной оценки базируются на ряде важнейших понятий теории вероятностей и математической статистики. Так, главными инструментами статистического метода расчета риска являются:

1) математическое ожидание μ , например, такой случайной величины, как результат финансовой операции ;

- **дисперсия** σ^2 как характеристика степени вариации значений случайной величины X вокруг центра группирования (напомним, что дисперсия - это математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от своего математического ожидания $\sigma^2 = E[(X - \mu)^2]$;
- **стандартное отклонение** σ ;
- **коэффициент вариации** $K = \frac{\sigma}{\bar{X}}$, который имеет смысл риска на единицу среднего дохода.

Среднее значение

Для небольшого набора n значений (для малой выборки) дискретной случайной величины x_1, x_2, \dots, x_n речь, строго говоря, идет лишь об оценках перечисленных измерителей риска.

Так, средним (ожидаемым) значением выборки, или выборочным аналогом математического ожидания, является величина

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

где p_i - вероятность реализации значения случайной величины X

Среднее значение

Если все значения x_i равновероятны, то ожидаемое значение случайной выборки вычисляется по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i$$

Ожидаемая доходность и риск портфеля

Принцип формирования портфеля, заключающийся в распределении средств по различным видам активов в целях снижения рисков называется диверсификацией.

Любая экономическая проблема сводится к задаче наилучшего распределения ресурсов. Любой экономический субъект - отдельный человек, предприятие, либо правительство, сталкивается с вопросом – как распределить имеющиеся в его распоряжении ресурсы – материальные, финансовые, человеческие, и т.д. Экономическая теория исходит из того, что любой субъект, принимая решение, стремится к наибольшей выгоде, то есть, действует рационально. Этот же принцип лежит в основе решений о наилучшем инвестировании

Что лучше для данного инвестора: держать свои сбережения под подушкой, разместить их на банковском депозите, дать займы государству, купить акции предприятия А или В? Ответ на этот вопрос не очевиден.

Рассмотрим основные принципы так называемой современной портфельной теории (modern portfolio theory, MPT) – теории, которая пытается дать обоснованные ответы на поставленные вопросы. Начало современной портфельной теории было положено революционной работой Гарри Марковица в 1952 году. Результаты Марковица были развиты и дополнены не менее известными работами Джеймса Тобина, Вильяма Шарпа и других исследователей. Важность этих разработок для развития современной экономики и финансов подчеркивает Нобелевская премия по экономике, которой были удостоены перечисленные выше экономисты, в первую очередь, за развитие современной портфельной теории.

- Итак, рассмотрим выбор инвестора, располагающего богатством W и решающего задачу – каким образом использовать это богатство? Пусть на фондовом рынке в данный момент времени находятся в обращении n видов ценных бумаг, каждая из которых может принести инвестору соответственно ξ_i , рублей дохода в расчете на 1 рубль вложений. Наиболее существенной проблемой для принятия решения является то, что величины ξ_i являются случайными, то есть каким именно будет доход, заранее неизвестно.

Главным предположением, которое принял Гарри Марковиц, анализируя эту задачу, является то, что для инвестора, при оценке альтернативных решений, важными являются только два параметра: первый — ожидаемая доходность инвестиций

$$\mu_i = E(\xi_i)$$

ожидаемая доходность (греческая буква «мю») равна математическому ожиданию доходности выбранных активов,

второй – стандартное отклонение доходности, как показатель, характеризующий риск принимаемого решения

$$\sigma_i = \sqrt{D\xi_i}$$

Стандартное отклонение (сигма) есть корень квадратный из дисперсии доходности ценных бумаг.

Другим, не менее важным предположением, является следующее: инвестор не обязательно должен выбрать какое-то одно решение, он может выбрать любую комбинацию возможных инвестиций, распределяя своё богатство по различным направлениям вложений.

Пусть x_i ($i = 1, \dots, n$) – это доля от общего объёма богатства, инвестируемого в i -й актив. Сформированную таким образом комбинацию инвестиций мы будем называть портфелем. Инвестору необходимо выбрать портфель, ожидаемая доходность и стандартное отклонение которого были бы для него наилучшими.

Прежде всего, необходимо установить какова средняя (ожидаемая) доходность портфеля ценных бумаг. Доходность портфеля определим как прирост богатства в расчёте на единицу вложений к моменту времени, рассматриваемому в качестве планового горизонта

$$\xi_p = \frac{W_E - W}{W}$$

где W – сегодняшний размер богатства, W_E – размер богатства на конец периода. Доходность портфеля можно рассчитать как взвешенную по объемам инвестиций доходность каждого входящего в портфель актива:

$$\xi_p = \xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \dots + \xi_n x_n = \sum_{i=1}^n \xi_i x_i$$

μ_p

Ожидаемая доходность портфеля определяется по формуле математического ожидания суммы случайных величин:

$$\mu_p = E\xi_p = E[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \dots + \xi_n x_n] = x_1 E\xi_1 + x_2 E\xi_2 + \dots + x_n E\xi_n$$

=

$$\mu_p = x_1\mu_1 + x_2\mu_2 + \dots + x_n\mu_n = \sum_{i=1}^n x_i\mu_i$$

Таким образом, ожидаемая доходность инвестиционного портфеля – это средневзвешенная по долям инвестиций ожидаемая доходность каждого из активов, входящих в портфель.

Дисперсия доходности портфеля

Дисперсия доходности портфеля рассчитывается как дисперсия суммы случайных величин. Напомним, что если α и β - случайные величины, то

$$D[\alpha + \beta] = E(\alpha + \beta)^2 - (E[\alpha + \beta])^2 = D\alpha + D\beta + 2\text{cov}(\alpha, \beta)$$

где $\text{cov}()$ – коэффициент ковариации случайных величин α и β .

Таким образом, для портфеля

$$D\xi_p = D[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \dots + \xi_n x_n] = \sum_{i=1}^n D[\xi_i x_i] + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \text{cov}(x_i \xi_i, x_j \xi_j)$$

тогда

$$D\xi_p = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}$$

Стандартное отклонение портфеля σ_p , тем самым, равно:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}}$$

Диверсификация портфеля

Основной принцип работы на рынке ценных бумаг соответствует житейской мудрости: «Никогда не клади все яйца в одну корзину». Применительно к рынку это означает, что инвестор не должен приобретать ценные бумаги только одного вида. Необходимо разнообразие, диверсификация вклада. В противном случае инвестор обрекает себя либо на низкую эффективность вклада, либо на излишне высокий риск.

Уменьшение риска за счет диверсификации портфеля приводит к снижению доходности портфеля. Риск, который не устраняется при помощи диверсификации, называется рыночным. Риск, который относится непосредственно к компании (эмитенту), называется диверсифицируемым или специфическим

Модель Марковица

Модель поведения инвестора, согласно которой инвестиции оцениваются исключительно по двум параметрам – ожидаемой доходности и риску, позволяет сформулировать единое правило формирования портфеля, которому следуют все без исключения инвесторы. Независимо от индивидуальных предпочтений, инвесторы стремятся сформировать эффективный портфель – такой, который обеспечивает минимальную степень риска для выбранного уровня дохода либо, что то же самое, максимальный ожидаемый доход при заданной степени риска. Этот подход и сама задача выбора эффективного портфеля носит

Суть диверсификации по Марковицу: для снижения риска портфеля необходимо распределить средства между инвестициями, имеющими минимальную корреляцию. Соотношение риска и доходности – основа для принятия инвестором решения по формированию портфеля ценных бумаг. Модель Марковица можно сформулировать следующим образом: необходимо найти такие пропорции распределения средств между доступными активами:
(где

Математически модель можно сформулировать так. Найти

$$\min_{x_1, x_2, \dots, x_n} \{\sigma_p\} = \min_{x_1, x_2, \dots, x_n} \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^n \mu_i x_i = \overline{\mu}_p$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$\forall x_i \geq 0$$

В приведённой формулировке модели, $\overline{\mu_p}$ - заданный уровень средней доходности, а ковариация равна

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} \sigma_i^2, i = j \\ \text{cov}(\xi_i, \xi_j), i \neq j \end{cases}$$

В модели Марковица допустимыми являются только стандартные портфели (без коротких позиций). Это значит, что на вектор X накладываются два ограничения. Портфель называют стандартным, если инвестор по каждому активу находится в длинной (long) позиции. Длинная позиция - это обычно покупка актива с намерением его последующей продажи (закрытие позиций).

Такая покупка обычно осуществляется при ожидании повышения цены актива в надежде получить доход от разности цен покупки и продажи. Допустим, что относительно некоторого актива инвестор уверен, что грядет понижение его стоимости. В этом случае он может совершить сделку, которая называется короткой продажей (short sale). Для этого он берет данный актив в займы у другого инвестора (кредитора), сразу же продает его, а впоследствии покупает на рынке по сниженной цене и возвращает его своему кредитору. При этом он обязан выплатить кредитору текущий доход по активу за время сделки и некоторый процент за предоставление самой возможности сделки (за кредит). На большинстве фондовых бирж короткие продажи вполне допустимы и часто используются, но ввиду их особой рискованности биржи могут вводить ограничения на общую величину коротких позиций в сделках.

Особенностью модели Марковица является то, что доходность любого стандартного портфеля не превышает наибольшей доходности активов, из которых он построен.

Модель Блека.

В модели Блека допустимыми являются любые портфели. Это значит, что вектор X удовлетворяет лишь основному ограничению:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

Наличие коротких позиций (отсутствие условия неотрицательности) позволяет реализовать любую, сколь угодно большую доходность, естественно, за счет большого риска.

Модель Тобина-Шарпа-Литнера

В модели Тобина - Шарпа - Литнера предполагается наличие так называемых безрисковых активов, доходность которых не зависит от состояния рынка и имеет постоянное значение.

Оценка эффективности управления портфелем

Доходность портфеля за определенный промежуток времени можно определить как

$$r_p = \frac{V_K - V_H}{V_H}$$

Но эта формула не учитывает, что на протяжении рассматриваемого промежутка времени могли происходить как дополнительные вложения денежных средств, так и их изъятия. Для учета этого факта при расчете используют два подхода - метод взвешенной по стоимости доходности и метод взвешенной по времени доходности.

Взвешенная по стоимости доходность портфеля (в годовом измерении) определяется как решение относительно r уравнения:

$$V_H = -\sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+r)^t} + \frac{V_K}{(1+r)^t}$$

C_t

где C_t - средства, дополнительно вносимые в момент времени t (величина C_t с отрицательным знаком означает изъятие), а t – соответствующий промежуток времени от начала периода.

Оценка эффективности управления портфелем

Взвешенная по времени доходность определяется как средняя величина доходности за каждый промежуток времени между моментами внесения и изъятия средств, то есть доходность за оцениваемый промежуток времени равна:

$$r = \left(\prod_{i=1}^{n+1} (1 + r_i) \right)^{\frac{1}{t}} - 1$$

Показатели эффективности:

1) Наиболее простым показателем эффективности управления портфелем является средняя доходность за определенный исторический период. Средняя доходность определяется как:

$$\bar{r} = \frac{\sum_{t=1}^T r_t}{T}$$

Показатели эффективности:

2) Стандартное отклонение как показатель риска:

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2}{T - 1}}$$

Помимо оценки риска, важно сравнивать достигнутую среднюю доходность с некоторой эталонной ставкой – например, доходностью государственных ценных бумаг. Пусть \hat{r}_0 - средняя доходность государственных облигаций за рассматриваемый исторический период (безрисковая доходность).

Показатели эффективности:

Величина

$$k_S = \frac{\bar{r} - \bar{r}_0}{\bar{S}}$$

называется коэффициентом Шарпа. Коэффициент Шарпа – один из наиболее простых, но в то же время эффективных показателей эффективности управления портфелем. Он показывает степень устойчивости превышения оцениваемым портфелем безрисковой ставки доходности.

Показатели эффективности:

В качестве эталона для оценки эффективности управления портфелем может быть использован показатель доходности некоторого рыночного портфеля, выражаемый тем или иным фондовым индексом. В качестве показателя риска в этом случае используется величина бета портфеля, рассчитываемая относительно выбранного индекса. Коэффициент эффективности управления инвестиционным портфелем, основанный на показателе бета, называется коэффициентом Трейнора:

$$k_T = \frac{r - r_0}{\beta_p}$$

Показатели эффективности:

где коэффициент бета определяется по следующей формуле:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n x_i * \beta_i$$

VAR - «СТОИМОСТЬ ПОД РИСКОМ» (value at risk)

Рыночный риск – это возможность несоответствия характеристик экономического состояния объекта значениям, ожидаемым лицами, принимающими решения под действием рыночных факторов.

Риски, связанные с инвестициями в ценные бумаги, – это, прежде всего:

- кредитный риск, который по отношению к облигации состоит в том, что фактические доходы по этим инструментам могут не совпадать с теми, которые декларированы условиями выпуска. Например, в случае неплатёжеспособности эмитента, обладатель облигации может рассчитывать на некоторые выплаты (когда облигация обеспечена, например, имуществом эмитента), но они могут отличаться от обещанных как по размеру так и по срокам:

- риск досрочного выкупа, так как неопределённость выплат может быть заложена в самих условиях выпуска облигаций, например, эмитент может зарезервировать за собой право досрочного выкупа по заранее определённой стоимости, если рыночные ставки доходности изменились неблагоприятным образом;
- процентный риск есть отражение системного (рыночного) риска. Это риск изменения доходности (процентных ставок) на рынке в целом. Если кредитный риск (риск невыполнения обязательств) различается для различных видов облигаций, то процентный риск одинаков для всех их разновидностей;
- инфляционный риск – риск непредвиденных изменений темпов инфляции.

Рассмотренные ранее традиционные меры риска, к сожалению, обладают следующими серьезными недостатками:

- Многие из них не могут быть агрегированы, так, например, нельзя агрегировать дельта- и вега-риски. Факторы риска не могут быть агрегированы для различных рынков.
- Традиционные меры риска не измеряют «капитал под риском», т.е. капитал, покрывающий потери, вызываемые данными факторами риска. Поэтому на основе этих показателей трудно анализировать качество управления портфелем с учетом риска.
- Традиционные меры риска сравнительно плохо позволяют контролировать риск. Лимиты позиций, определяемые по факторам риска или показателям чувствительности, часто неэффективны.

Все это объясняет ту огромную популярность, которой в современном риск-менеджменте пользуется подход к измерению рисков на основе показателя «стоимость под риском» (value at risk - VAR).

VAR – это выраженная в данных денежных единицах (базовой валюте) оценка величины, которую не превысят ожидаемые в течение данного периода времени потери с заданной вероятностью.

Показатель VAR обычно не используется применительно к рынкам, находящимся в состоянии кризиса.

Пусть фиксирован некоторый портфель открытых позиций. VAR портфеля для данного доверительного уровня $(1 - \alpha)$ и данного периода поддержания позиций t определяется как такое значение, которое обеспечивает покрытие возможных потерь «X» держателя портфеля за время t с вероятностью $(1 - \alpha)$:

$$P(VAR \geq x) = 1 - \alpha$$

Как следует из определения, величина VAR для портфеля заданной структуры – это наибольший ожидаемый убыток, обусловленный колебаниями цен на финансовых рынках, который рассчитывается:

- на определенный период времени в будущем (временной горизонт);
- с заданной вероятностью его непревышения (уровень доверия);
- при данных предположениях о характере поведения рынка.

Доверительный интервал и временной горизонт являются ключевыми параметрами, без которых невозможны ни расчет, ни интерпретация показателя VAR. Так, значение VAR в 10 млн. руб. для временного горизонта в один день и доверительного интервала 99% будет означать (при условии сохранения тенденций рыночной конъюнктуры):

- вероятность того, что в течение следующих 24 часов мы потеряем меньше, чем 10 млн. руб., составляет 99%;
- вероятность того, что наши убытки превысят 10 млн. руб. в течение ближайших суток, равна 1%;
- убытки, превышающие 10 млн. руб., ожидаются в среднем один раз в 100 дней торгов.

Интересующая нас величина VAR отражает не цену или стоимость как таковую, а ее наиболее ожидаемое изменение за один день, которое можно определить следующим образом (абсолютный VAR):

$$VAR = P_i \left(\mu_i \frac{T}{t} - k_{1-\alpha} \sigma_i \sqrt{\frac{T}{t}} \right)$$

Относительный VAR:

$$VAR = P_i^* k_{1-\alpha} \sigma_i^* \sqrt{\frac{T}{t}}$$