

Мнимые числа. Определение комплексных чисел.

Вопросы темы

1. Определение комплексного числа, его обозначение.
2. Изображение комплексного числа на комплексной плоскости. Модуль комплексного числа.
3. Определение сопряжённых комплексных чисел.

В 18-м веке математики придумали специальные числа для того, чтобы получалось еще одно «обратное» действие, извлечение квадратного корня из отрицательных чисел. Это – так называемые «комплексные» числа (C-complex). Представить их сложно, но привыкнуть к ним – возможно. Считается, что на множестве комплексных чисел допустимы все алгебраические операции. И польза от применения комплексных чисел большая. Существование этих «странных» чисел значительно облегчило расчет сложных электротехнических цепей переменного тока, а также позволило рассчитать профиль авиационного крыла. Познакомимся с ними поближе

Определение. Комплексными числами

называются числа вида $z = x + yi$, где x и y – действительные числа i – мнимая единица

$$i^2 = -1$$



x – действительная
часть комплексного
числа z
 $x = \operatorname{Re}z$

y – мнимая часть
комплексного числа
 z
 $y = \operatorname{Im}z$

1. $z = 4 + 2i$ – комплексное число

$$x = \operatorname{Re}z = 4$$

$$y = \operatorname{Im}z = 2$$

2. $z = -14i$ – мнимое число

$$x = \operatorname{Re}z = 0$$

$$y = \operatorname{Im}z = -14$$

3. $z = 5$ – действительное число

$$x = \operatorname{Re}z = 5$$

$$y = \operatorname{Im}z = 0$$

Заполните таблицу

Комплексное число	Действительная часть z	Мнимая часть z
	-2	9
	15	-1
	-6	-10
	1	-6
		5
	0	-9
	17	0

Комплексные числа образуют *множество комплексных чисел и обозначается C .*

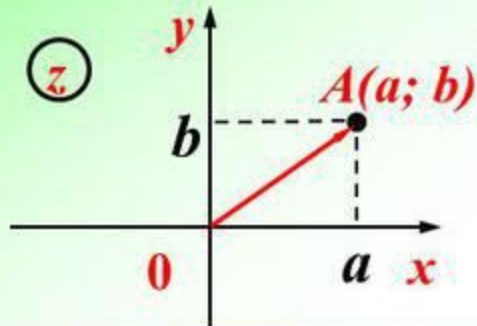
$z = x + yi$ – алгебраическая форма записи
комплексного числа

Всякое комплексное число можно
изобразить точкой на плоскости, т.к.
каждому z соответствует
упорядоченная пара вещественных
чисел $(x; y)$.

Геометрическое изображение комплексных чисел

Всякое комплексное число $z = a + bi$ можно изобразить на плоскости xOy в виде точки $A(a; b)$.

Плоскость, на которой изображаются комплексные числа, называют плоскостью комплексной переменной.



Точкам, лежащим на оси Ox , соответствуют действительные числа ($b = 0$), поэтому ось Ox называют **действительной осью**.

Точкам, лежащим на оси Oy , соответствуют чисто мнимые числа ($a = 0$), поэтому ось Oy называют **мнимой осью**.

Иногда удобно считать геометрическим изображением комплексного числа z вектор \vec{OA}

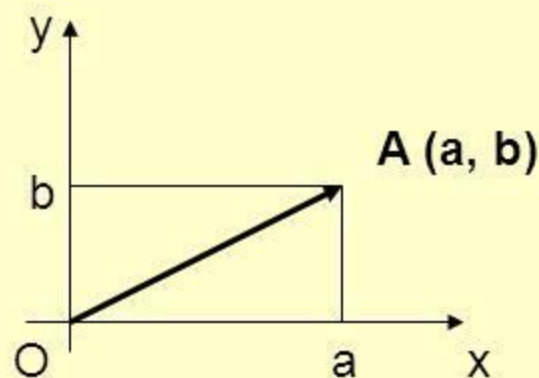
Модуль комплексного числа

Определение:

Модулем комплексного числа $z = a + bi$ называют неотрицательное число $\sqrt{a^2 + b^2}$, равное расстоянию от точки z до начала координат

OA

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Геометрически модуль комплексного числа $z = a + bi$ - это расстояние от z до O , а более формально - расстояние от точки координатной плоскости, соответствующей числу z , до начала координат.

На рисунке вектор изображает комплексное число отличное от нуля $z = a + bi$

Определение 3.

Два комплексных числа называются *сопряженными*, если они отличаются друг от друга только знаками перед мнимой частью.

$$z_1 = a + bi \quad \text{и} \quad z_2 = a - bi$$

Определение 2.

$$a + bi = c + di, \text{ если}$$

$$a = c \text{ и } b = d.$$