Мнимые числа. Определение комплексных чисел.

Вопросы темы

1. Определение комплексного числа, его обозначение.
2. Изображение комплексного числа на комплексной плоскости. Модуль комплексного числа.
3. Определение сопряжённых комплексных чисел.

В 18-м веке математики придумали специальные числа для того, чтобы получалось еще одно «обратное» действие, извлечение квадратного корня из отрицательных чисел. Это – так называемые «комплексные» числа (C-complex). Представить их сложно, но привыкнуть к ним – возможно. Считается, что на множестве комплексных чисел допустимы все алгебраические операции. И польза от применения комплексных чисел большая. Существование этих «странных» чисел значительно облегчило расчет сложных электротехнических цепей переменного тока, а также позволило рассчитать профиль авиационного крыла. Познакомимся с ними поближе

Определение. Комплексными числами называются числа вида $z = x + yi$, где x и y – действительные числа i – мнимая единица

$$i^2 = -1$$

***x** – действительная часть комплексного числа z*

x= Rez

***y** – мнимая часть комплексного числа z*

y= Imz

1. $\boldsymbol{z = 4 + 2i}$ – комплексное число

$x = Rez = 4$

$y = Imz = 2$

2. $\mathbf{z = -14}\boldsymbol{i}$ – мнимое число

$x = Rez = 0$

$y = Imz = -14$

3. $\boldsymbol{z = 5}$ – действительное число

$x = Rez = 5$

$y = Imz = 0$

Заполните таблицу

Комплексное число	Действительная часть z	Мнимая часть z

Заполните таблицу

Комплексное число	Действительная часть z	Мнимая часть z
	-2	9
	15	-1
	-6	-10
	1	-6
		5
	0	-9
	17	0

Комплексные числа образую ***множество комплексных чисел и обозначается С.***

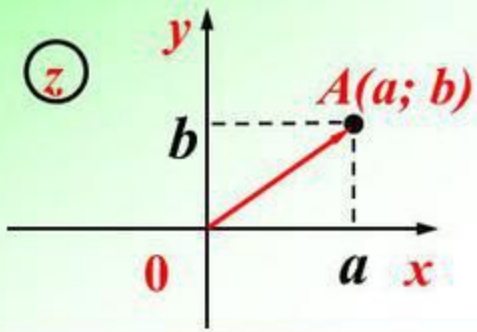
$z = x + yi$ – алгебраическая форма запись комплексного числа

Всякое комплексное число можно изобразить точкой на плоскости, т.к. каждому z соответствует упорядоченная пара вещественных чисел $(x;y)$.

Геометрическое изображение компле́ксных чисел

Всякое комплексное число $z = a + bi$ можно изобразить на плоскости xOy в виде точки $A(a; b)$.

Плоскость, на которой изображаются комплексные числа, называют плоскостью комплексной переменной.



Точкам, лежащим на оси Оx, соответствуют действительные числа ($b = 0$), поэтому ось Оx называют действительной осью.

Точкам, лежащим на оси Оy, соответствуют чисто мнимые числа ($a = 0$), поэтому ось Оy называют мнимой осью.

Иногда удобно считать геометрическим изображением компле́ксного числа z вектор $\overrightarrow{OA}$

Модуль комплексного числа

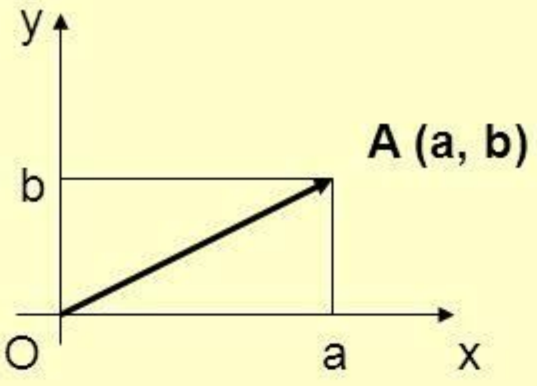
Определение:

Модулем комплексного числа $z = a + bi$ называют неотрицательное число $\sqrt{a^2 + b^2}$,

равное расстоянию от точки z до начала координат

OA

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Геометрически модуль комплексного числа $z = a + bi$ - это расстояние от z до O, а более формально - расстояние от точки координатной плоскости, соответствующей числу z, до начала координат.

На рисунке вектор изображает комплексное число отличное от нуля число $z = a + bi$

Определение 3.

Два комплексных числа называются *сопряженными*, если они отличаются друг от друга только знаками перед мнимой частью.

$$z_1 = a + bi \quad \text{и} \quad z_2 = a - bi$$

Определение 2.

$a + bi = c + di$, если

$a = c$ и $b = d$.