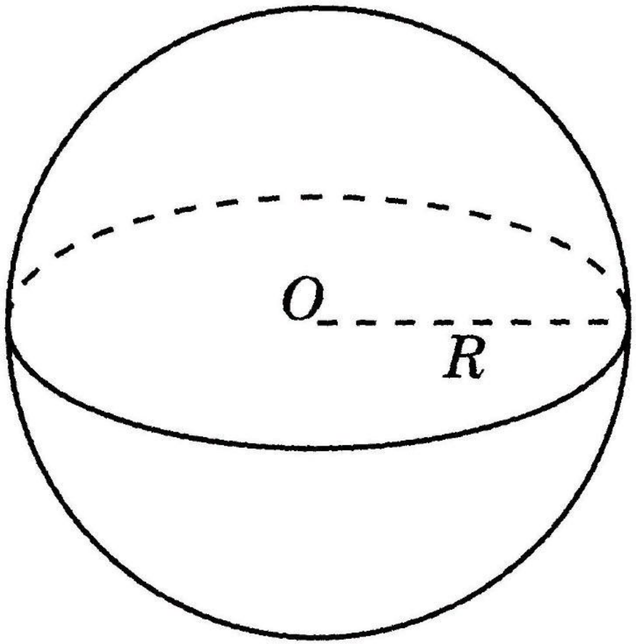
СФЕРА И ШАР

ГЕОМЕТРИЯ 11 КЛАСС
ШОРШИНА Д.

Сферой называется поверхность, которая состоит из всех точек пространства, находящихся на заданном расстоянии от данной точки. Эта точка называется центром, а заданное расстояние – радиусом сферы, или шара – тела, ограниченного сферой.



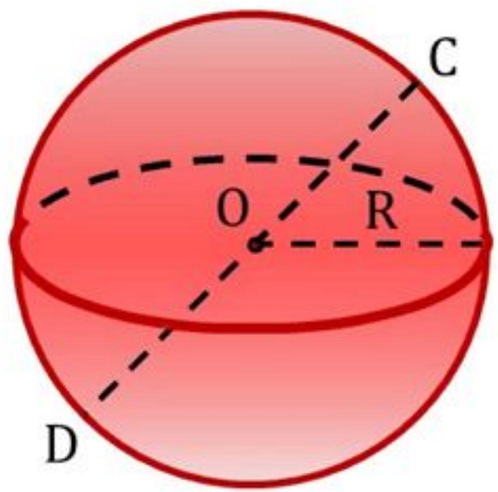
Шар состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не более заданного от данной точки. Отрезок, соединяющий центр шара с точкой на его поверхности, называется радиусом шара. Отрезок, соединяющий две точки на поверхности шара и проходящий через центр, называется диаметром шара, а концы этого отрезка – диаметрально противоположными точками шара.

O — центр сферы

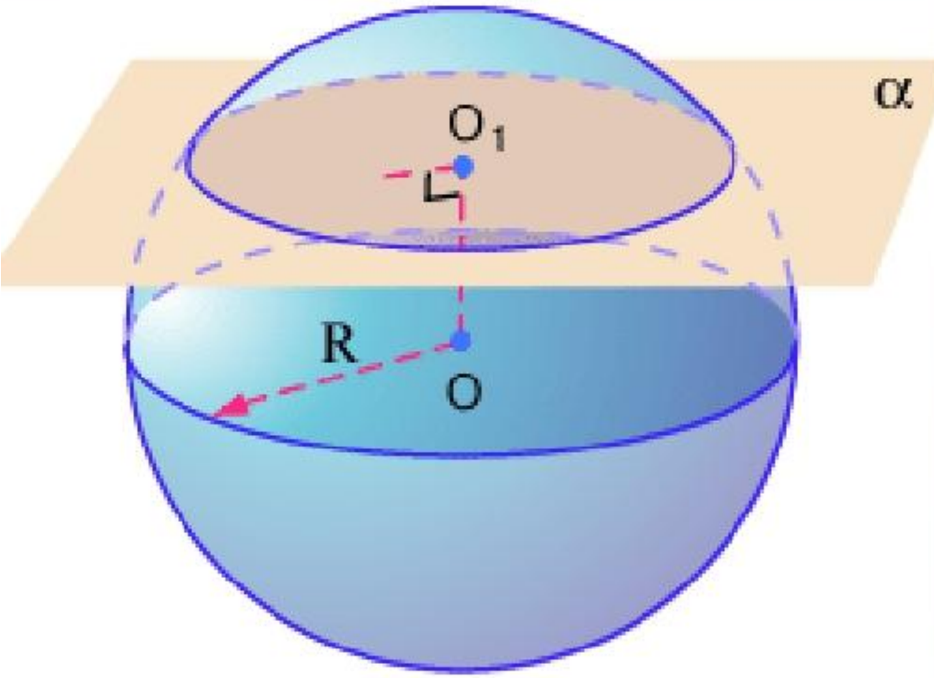
OC — радиус сферы R

DC — диаметр сферы D

D = 2R



Теорема. ***Любое сечение шара плоскостью есть круг. Перпендикуляр, опущенный из центра шара на секущую плоскость, попадает в центр этого круга.***



Дано:

шар (O, R)

α - *секущая плоскость*

$OO_1 \perp \alpha$

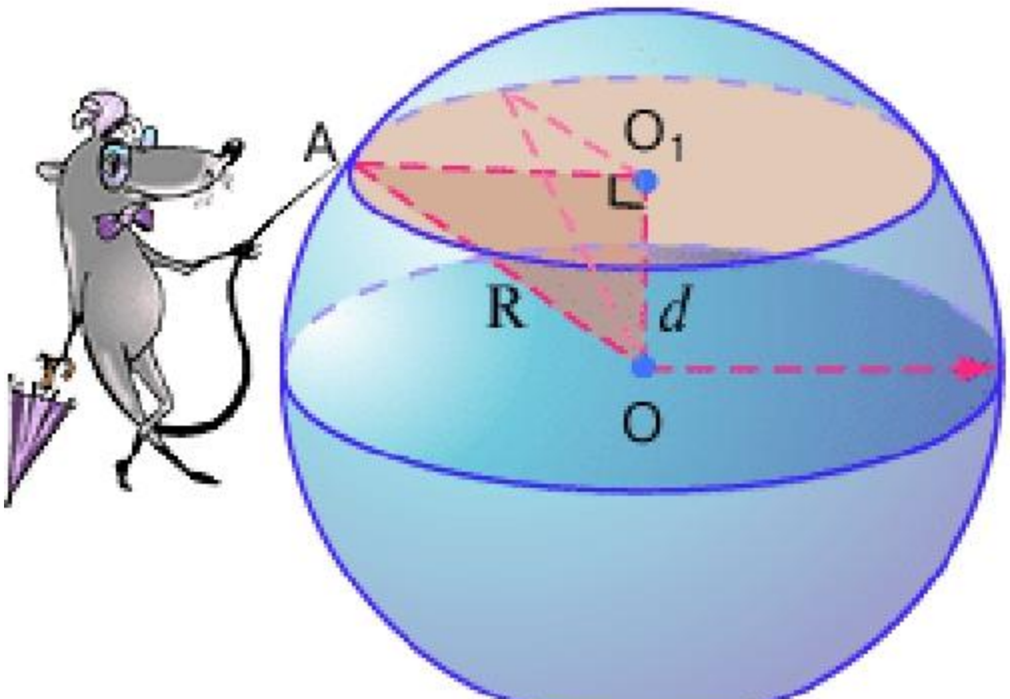
Доказать:

сечение - *круг*

O_1 - *центр круга*

Доказательство:

Рассмотрим прямоугольный треугольник, вершинами которого являются центр шара, основание перпендикуляра, опущенного из центра на плоскость, и произвольная точка сечения.



$$OA = R \qquad OO_1 = d$$

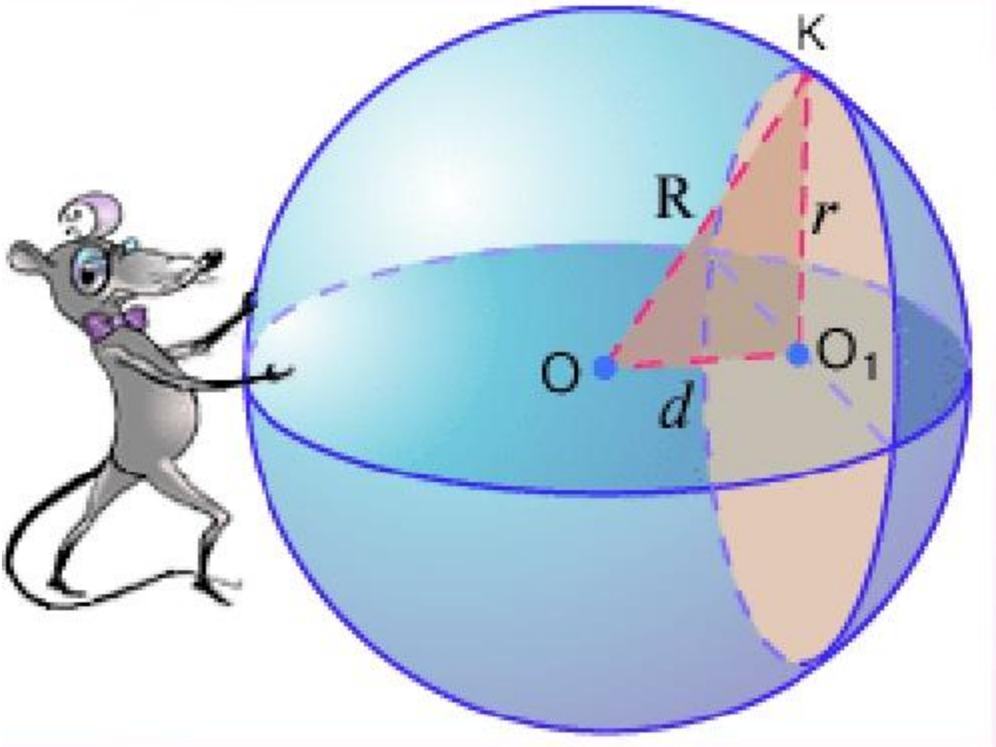
$$AO^2 = OO_1^{\ 2} + AO_1^{\ 2}$$

$$R^2 = d^2 + AO_1^2$$

$$AO_1 = \sqrt{R^2 - d^2}$$

$$AO_1 = const$$

Следствие. ***Если известны радиус шара и расстояние от центра шара до плоскости сечения, то радиус сечения вычисляется по теореме Пифагора.***



$$O_1K^2 + d^2 = R^2$$

$$O_1K = \sqrt{R^2 - d^2} = r$$

r - радиус сечения

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРА

Площадь поверхности шара, радиуса R, выражается формулой

$$S = 4\pi R^2.$$