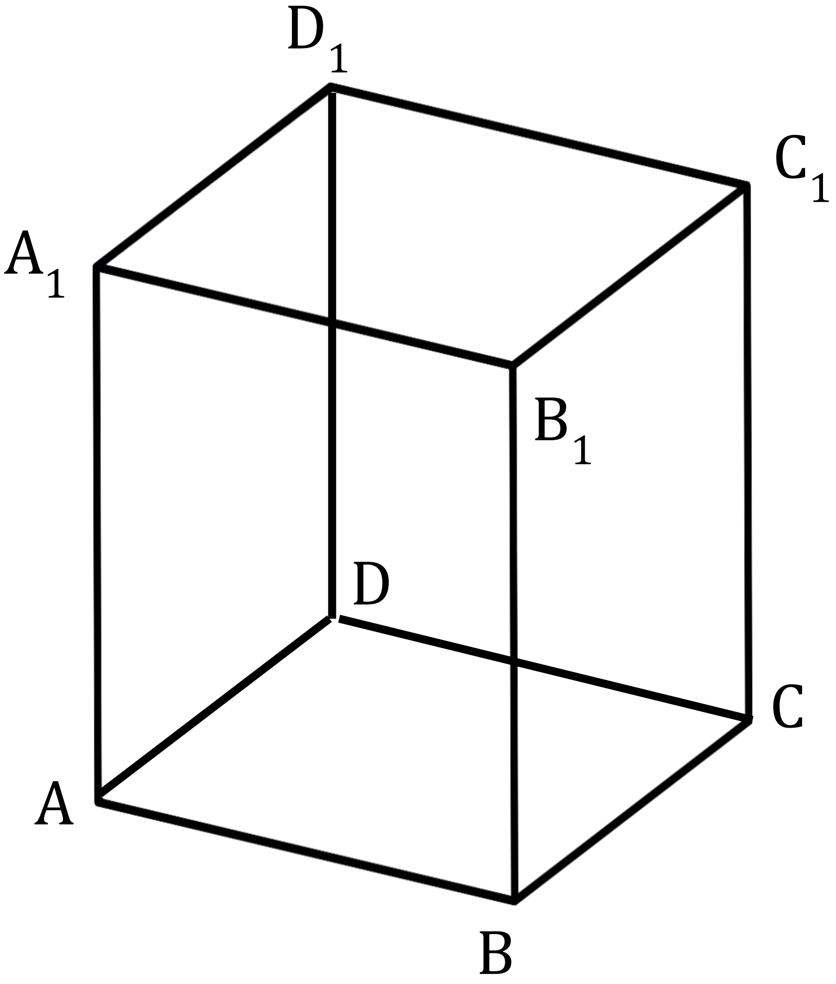
Когда прямая перпендикулярна плоскости?

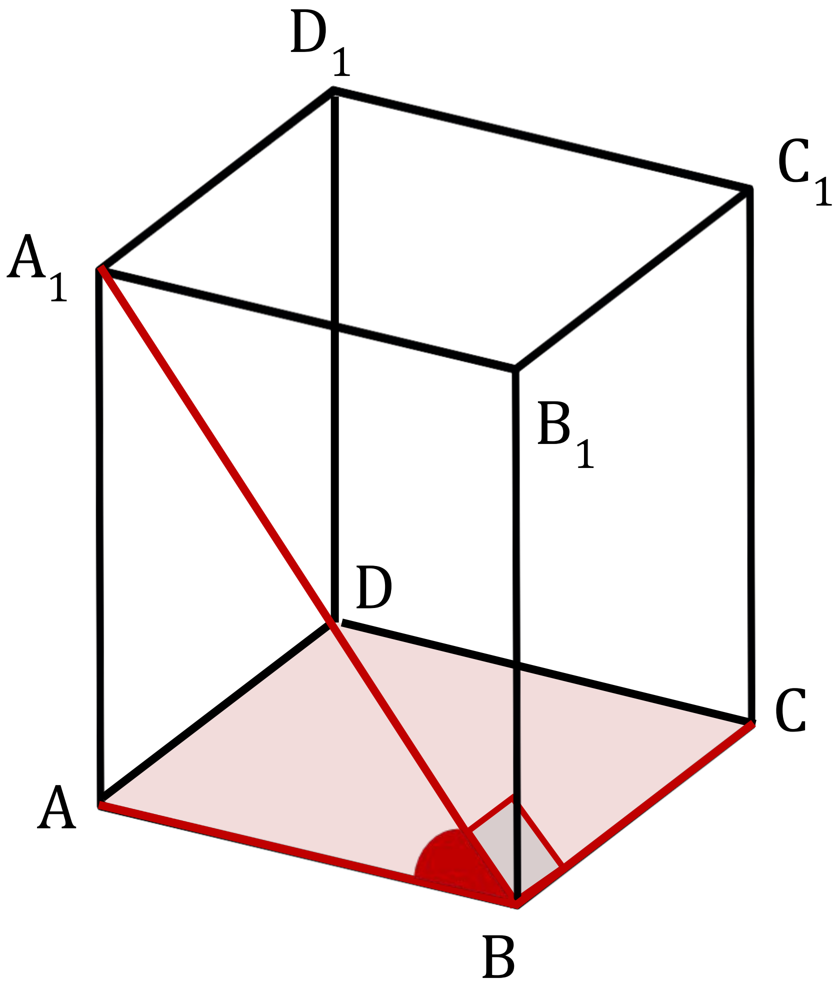


$A_1B \angle \perp$

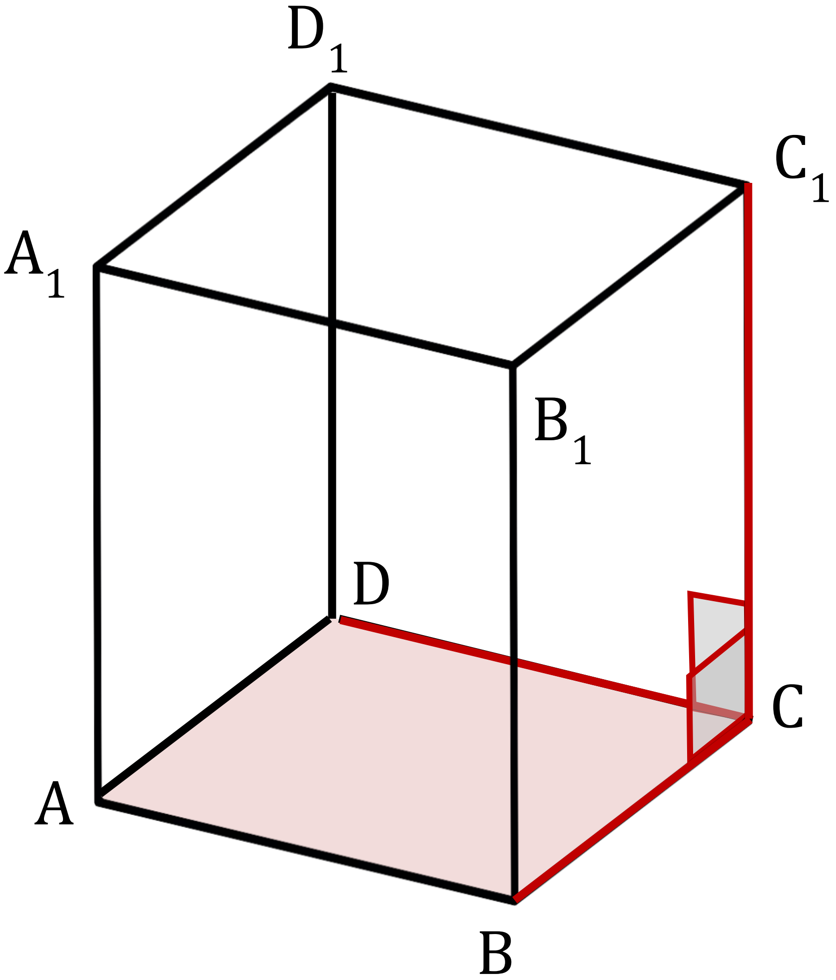
$AB \perp$

$A_1B \perp$

BC



$C_1C \perp BC$
$C_1C \perp DC$



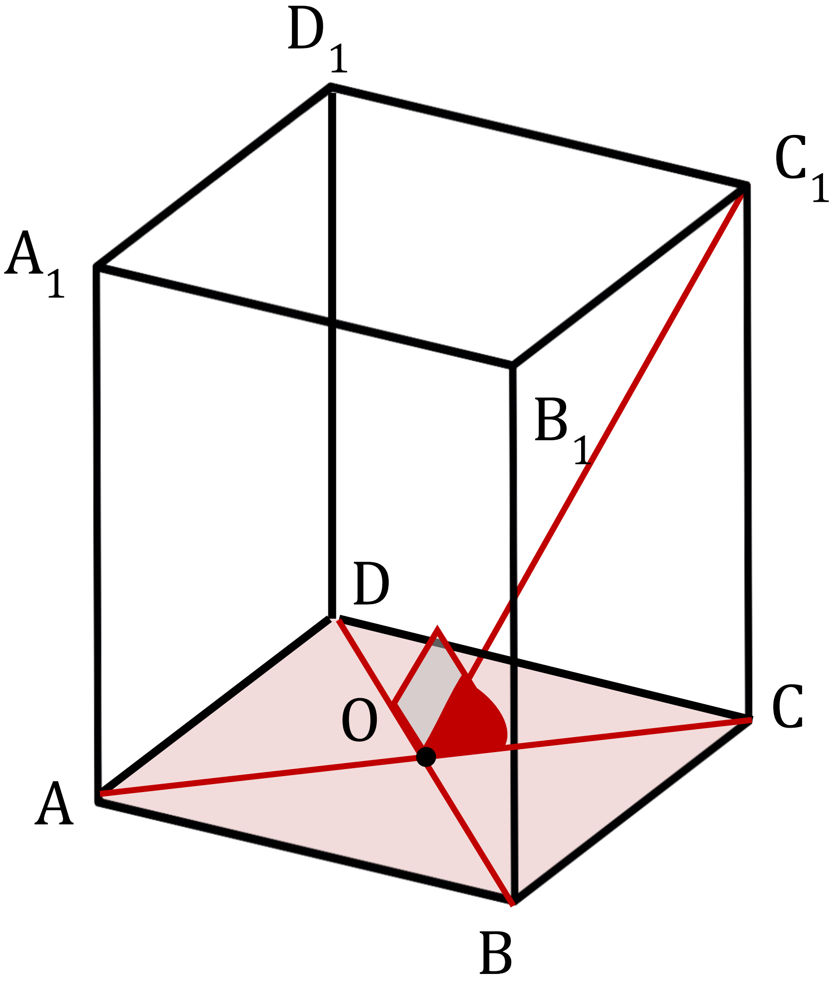
$AC \cap DB = O$

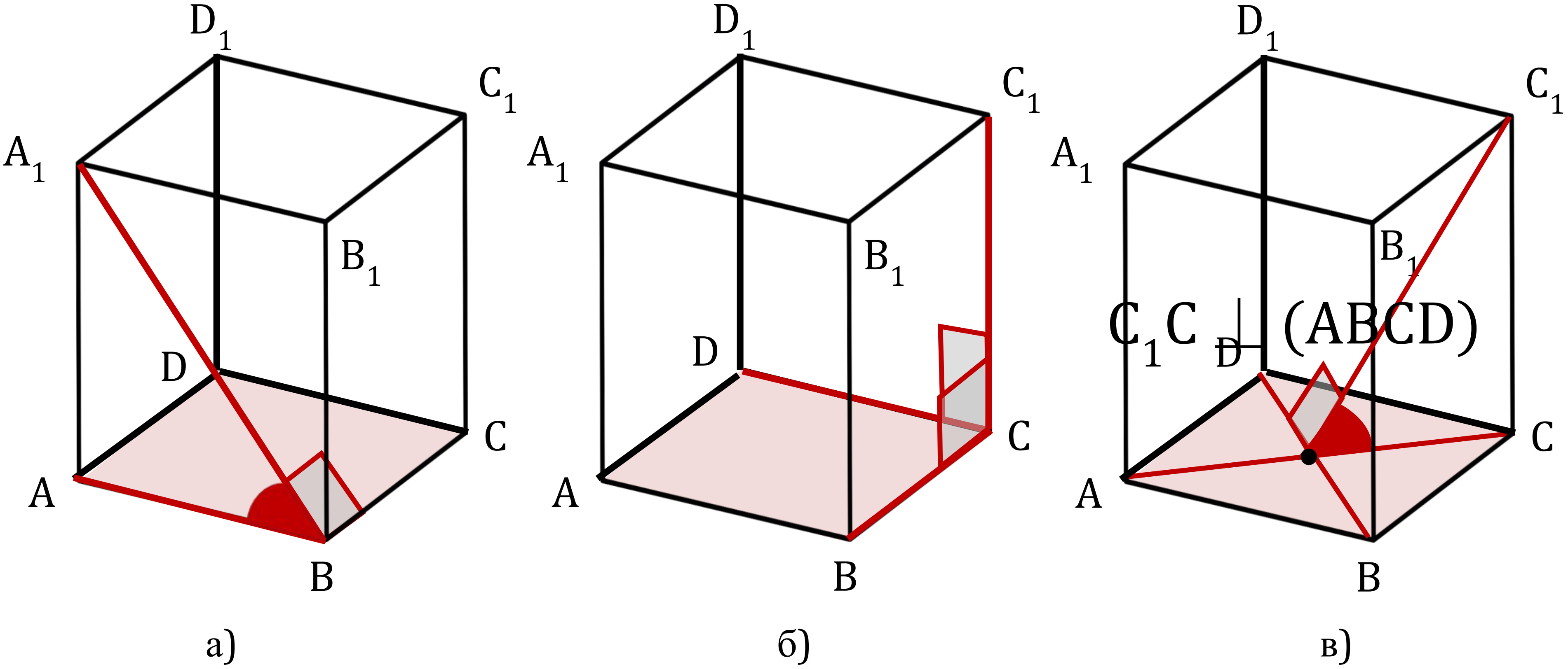
$C_1O \perp$

$C_1O \perp$

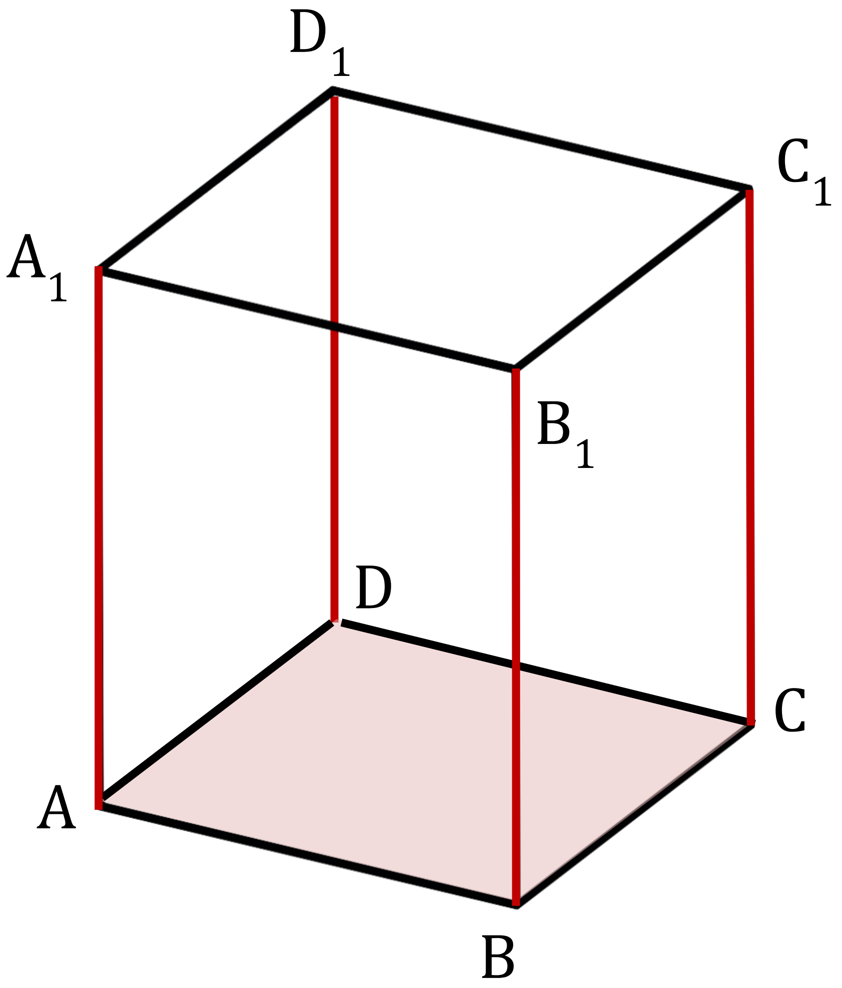
$DB \not\perp$

AC





! Прямая называется **перпендикулярной плоскости**, если она перпендикулярна **любой прямой**, лежащей в этой плоскости


D_1
C_1
A_1
B_1
D
C
A
B

Теорема

Если **одна из двух** параллельных прямых **перпендикулярна** плоскости, **то и другая** прямая **перпендикулярна** этой плоскости

Теорема

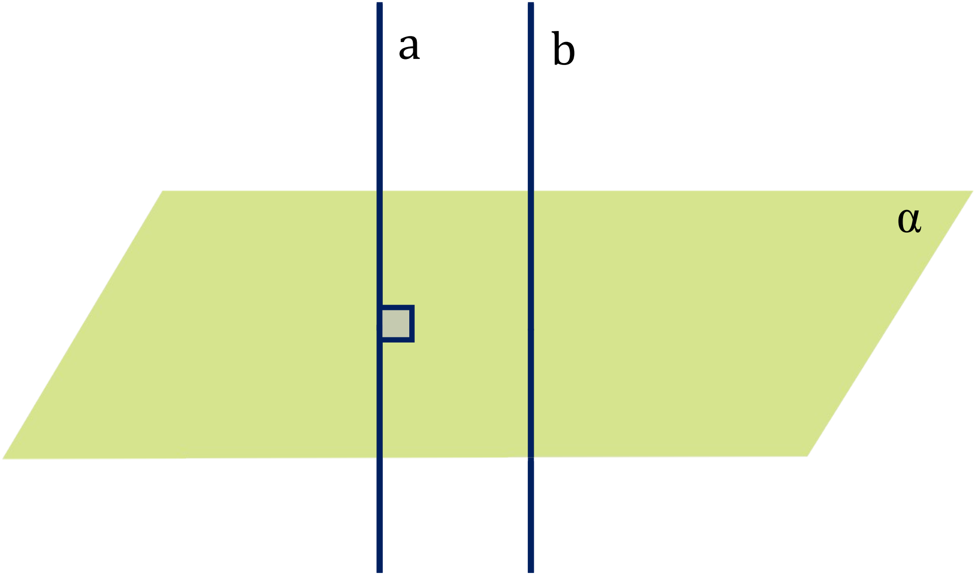
Если **одна из двух** параллельных прямых **перпендикулярна** плоскости, **то и другая** прямая **перпендикулярна** этой плоскости

Дано:

$a \parallel b$ $a \perp \alpha$

Доказать:

$b \perp \alpha$



Теорема

Если **одна из двух** параллельных прямых **перпендикулярна** плоскости, **то и другая** прямая **перпендикулярна** этой плоскости

Дано:

$a \parallel b, \ a \perp \alpha$

Доказать:

$b \perp \alpha$

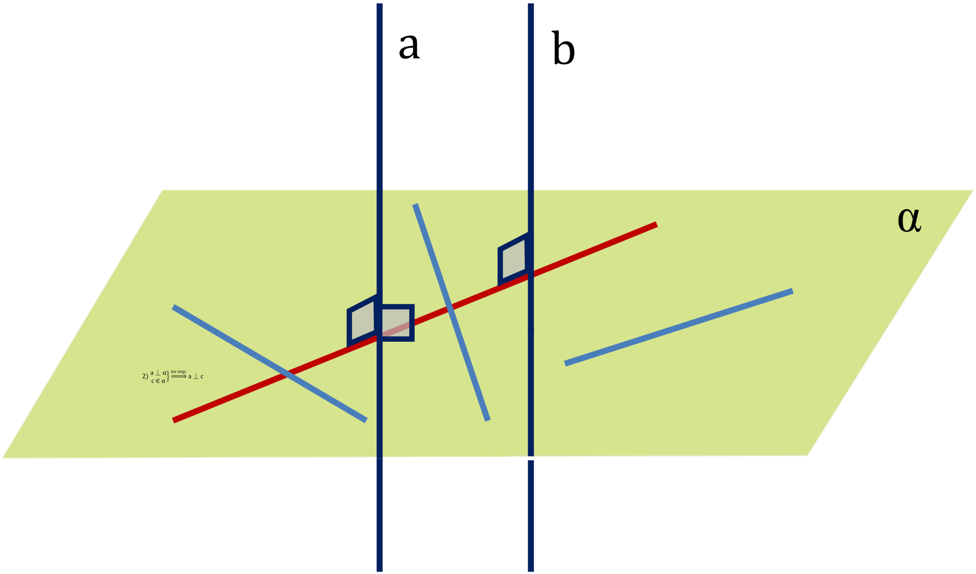
Доказательство:

1) Проведём с, $c \in \alpha$

2) $\left.\begin{matrix} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$

2) $\left.\begin{matrix} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$

4) Так как прямая b перпендикулярна любой прямой плоскости α, то $b \perp \alpha$

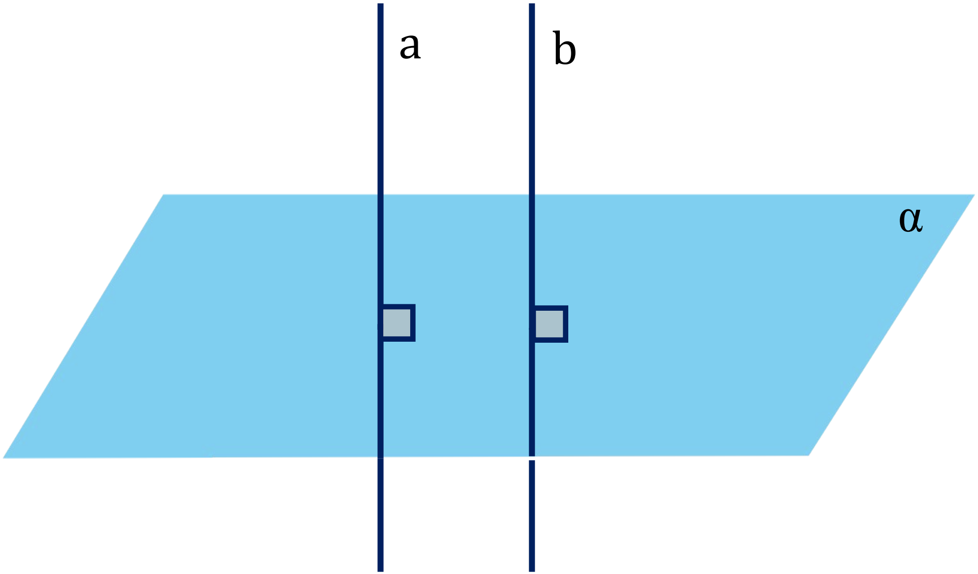


Теорема доказана

Обратная теорема

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны

$$2)\ \left.\begin{matrix} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$$



Задача 1

Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольный параллелепипед

$\angle BAD = 90°$

Доказать: $CD \perp B_1C_1$

Доказательство:

1) $\angle BAD = 90° \Rightarrow ABCD$ — прямоугольник

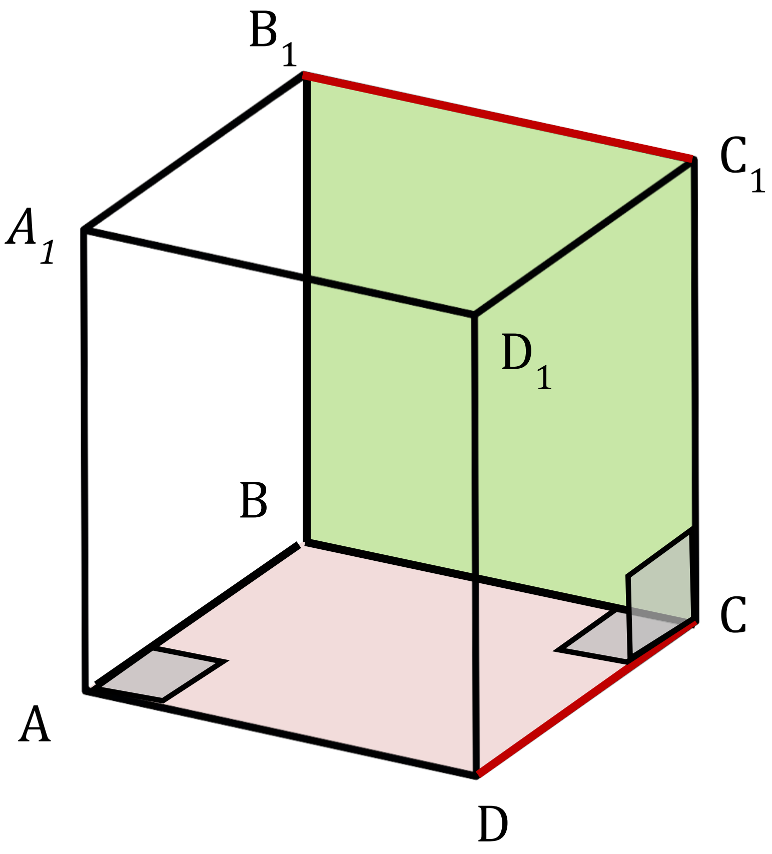
2) $CD \perp BC$

3) $CD \perp C_1C$

2) $\left.\begin{matrix} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$

2) $\left.\begin{matrix} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$

2) $\left.\begin{matrix} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$ 2) $\left.\begin{matrix} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$



Что и требовалось доказать

Задача 2

Дано: $AB \cap \alpha = O$

$AA_1, BB_1 \perp \alpha$

$AA_1 \cap \alpha = A_1, BB_1 \cap \alpha = B_1$

$AA_1 = 4$ см

$\angle A_1AO = 60°$

$B_1O : OA_1 = 1 : 2$

Найти: AB

Решение:

$$2)\ \left.\begin{matrix} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$$

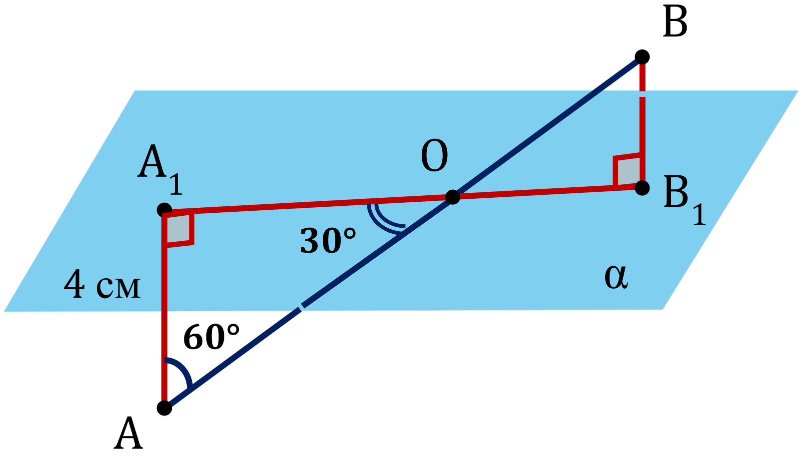
$2)\ \left.\begin{matrix} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$ $2)\ \left.\begin{matrix} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$

3) ΔAA_1O и ΔOB_1B — прямоуг.

4) ΔAA_1O: $\angle AOA_1 = 30° \Rightarrow$

$\Rightarrow AO = 2AA_1 = 2 \cdot 4 = 8$ см

$2)\ \left.\begin{matrix} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$ $\Rightarrow \Delta AA_1O \sim \Delta OB_1B$



$2)\ \left.\begin{matrix} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$

$2)\ \left.\begin{matrix} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$

7) $AB = AO + OB = 8 + 4 = 12$ (см)

Ответ: $AB = 12$ см