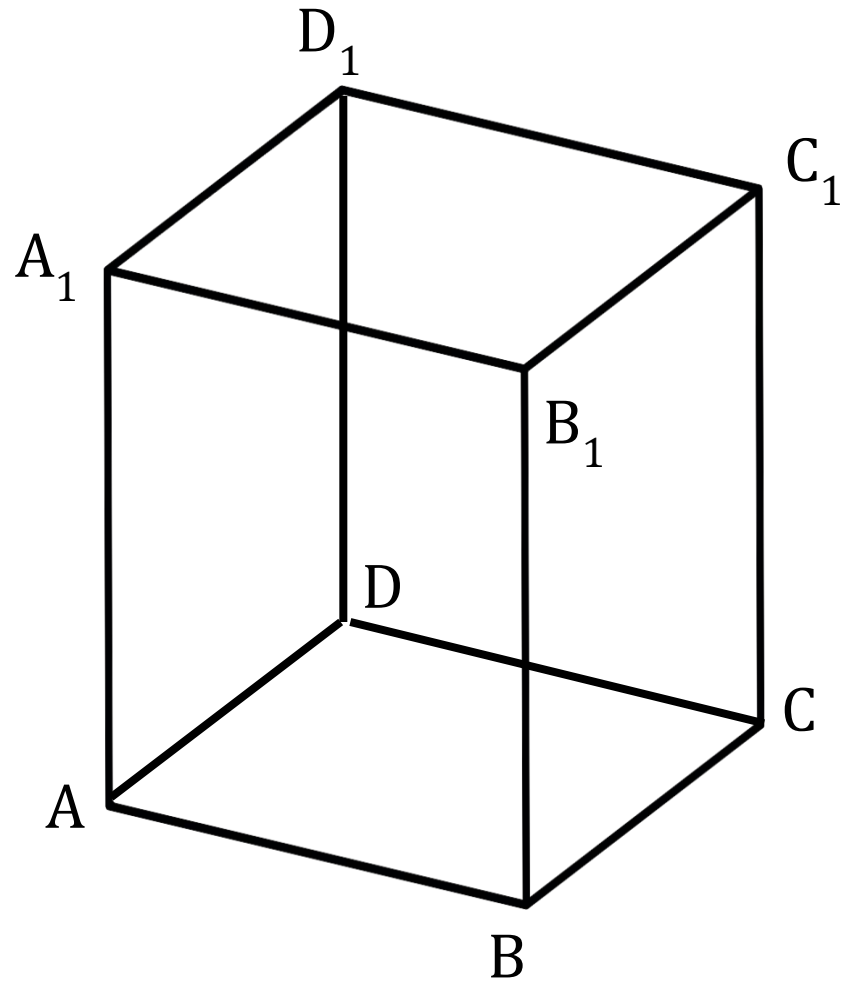
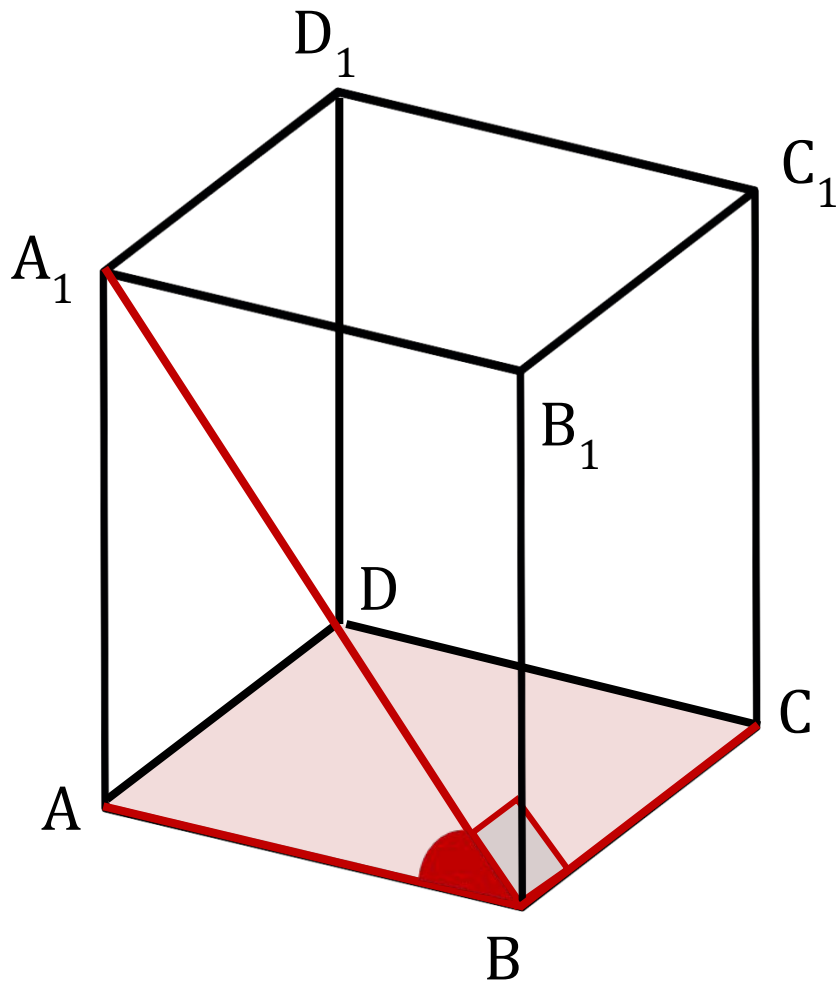


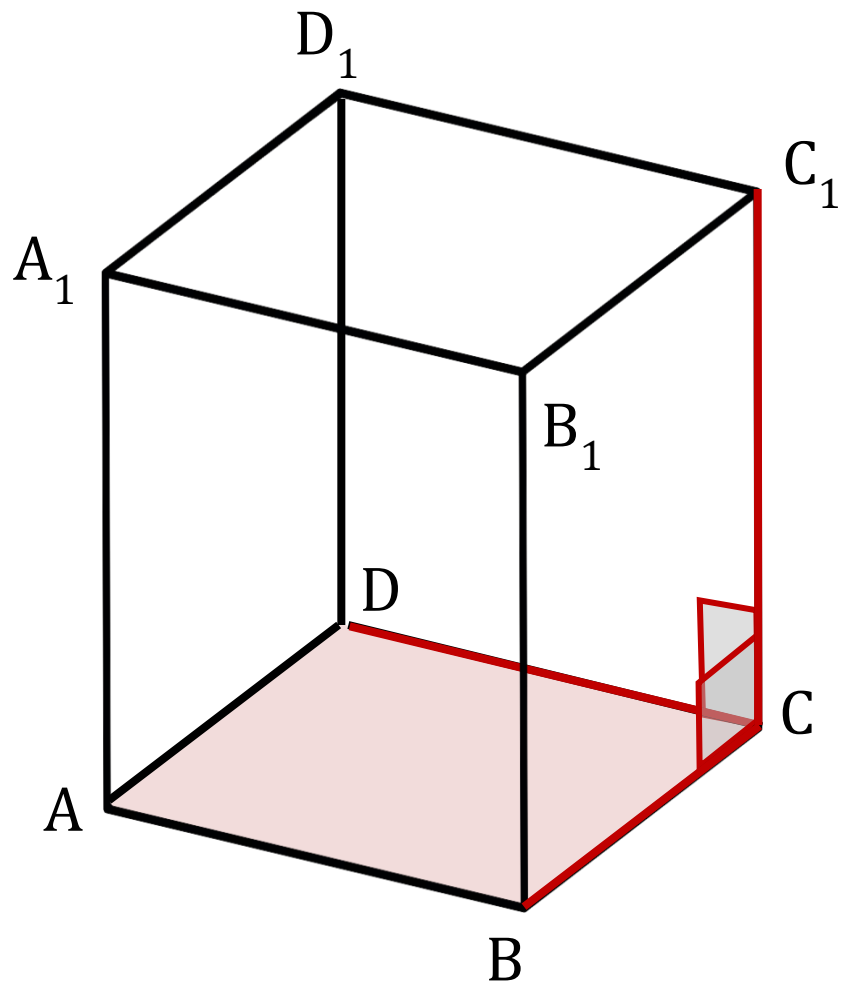
Когда прямая
перпендикулярна
плоскости?



$A_1B \perp AB$
 $AB \perp BC$



$C_1C \perp BC$
 $C_1C \perp DC$

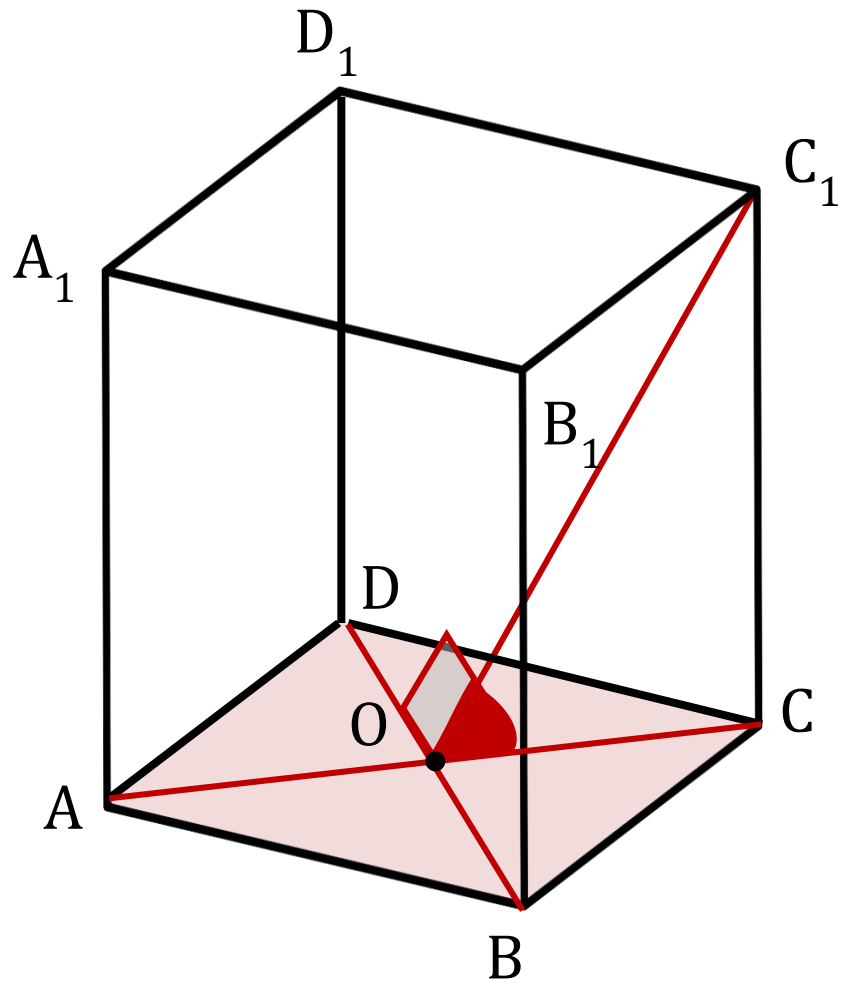


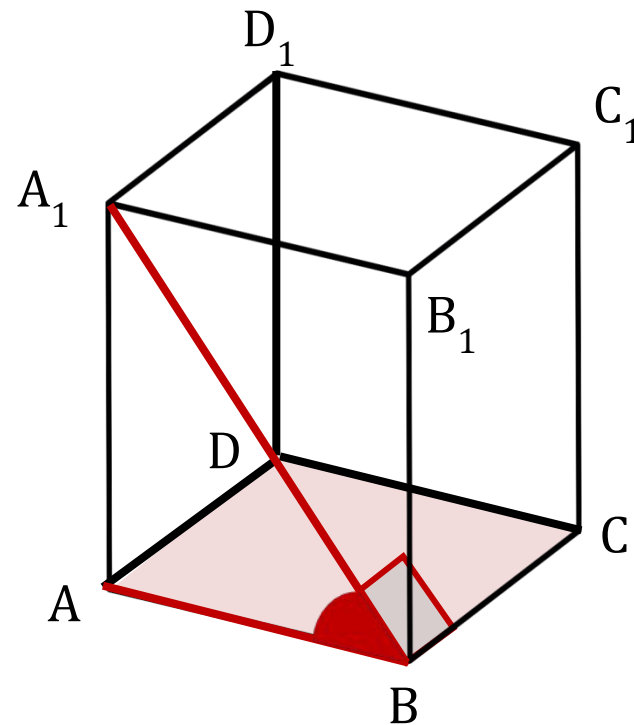
$$AC \cap DB = O$$

$$C_1O \perp DB$$

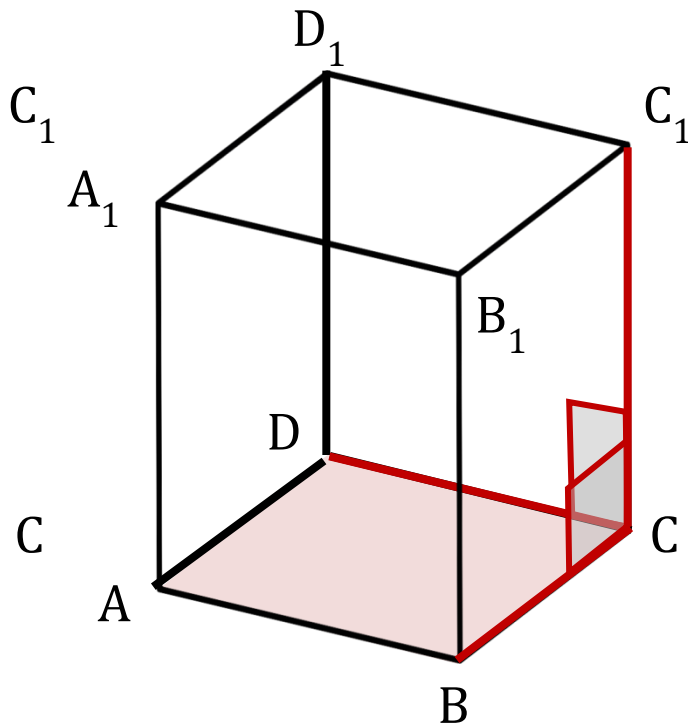
$$D_1O \perp AC$$

AC

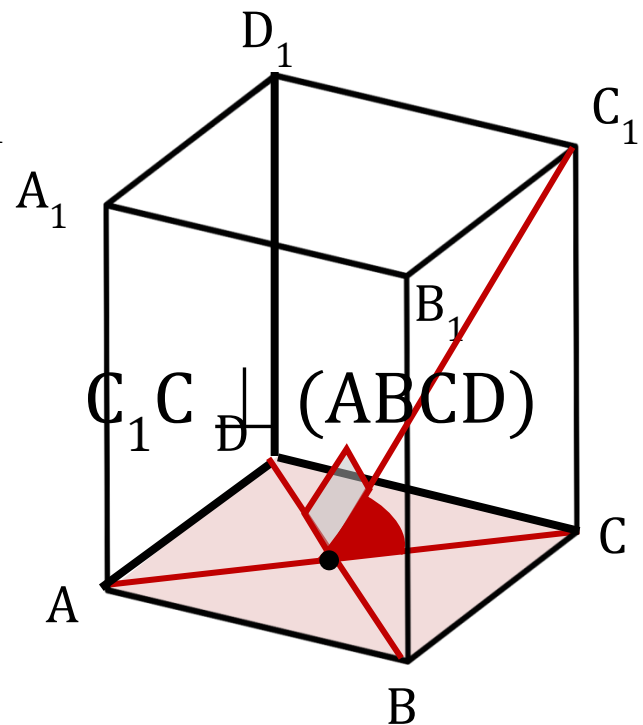




а)



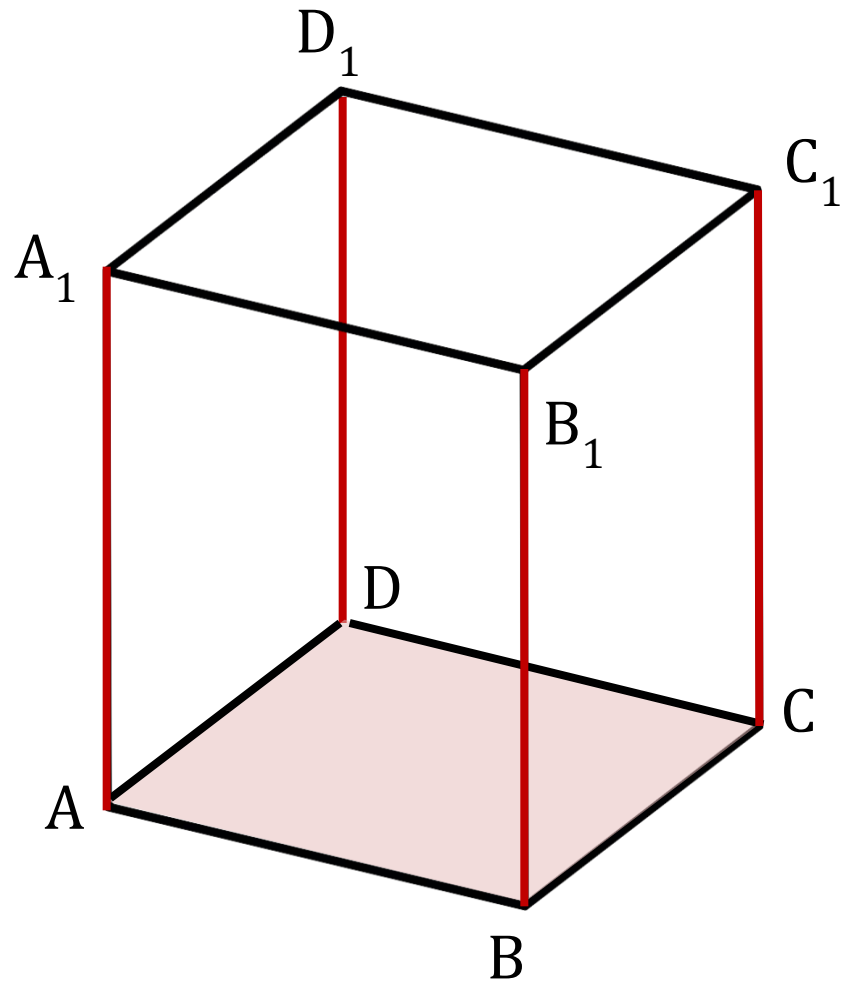
б)



в)



Прямая называется **перпендикулярной плоскости**, если она перпендикулярна **любой прямой**, лежащей в этой плоскости





Теорема

**Если одна из двух параллельных
прямых перпендикулярна плоскости,
то и другая прямая перпендикулярна
этой плоскости**



Теорема

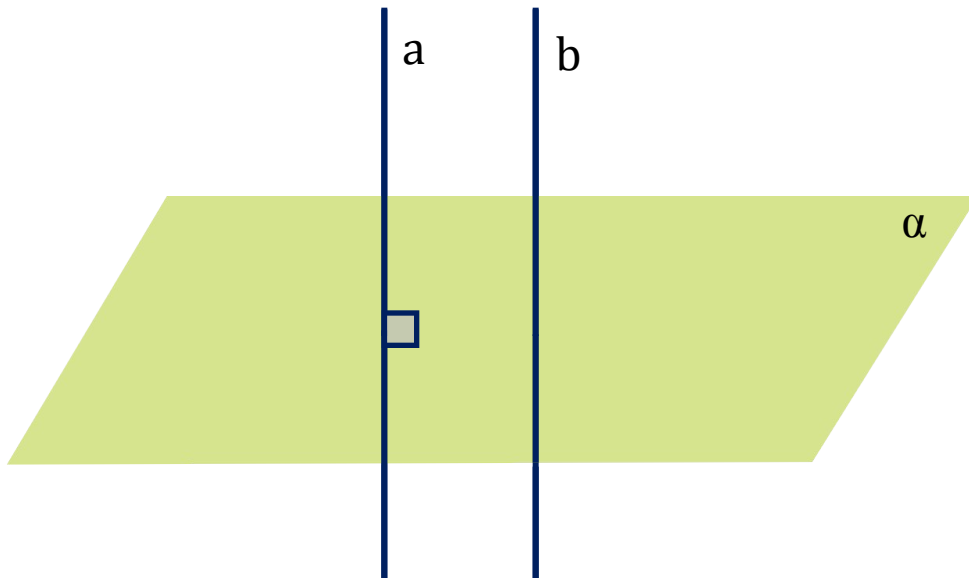
Если **одна из двух** параллельных прямых **перпендикулярна** плоскости, то и **другая** прямая **перпендикулярна** этой плоскости

Дано:

$$a \parallel b \quad a \perp \alpha$$

Доказать:

$$b \perp \alpha$$





Теорема

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то и другая прямая перпендикулярна этой плоскости

Дано:

$$a \parallel b, a \perp \alpha$$

Доказать:

$$b \perp \alpha$$

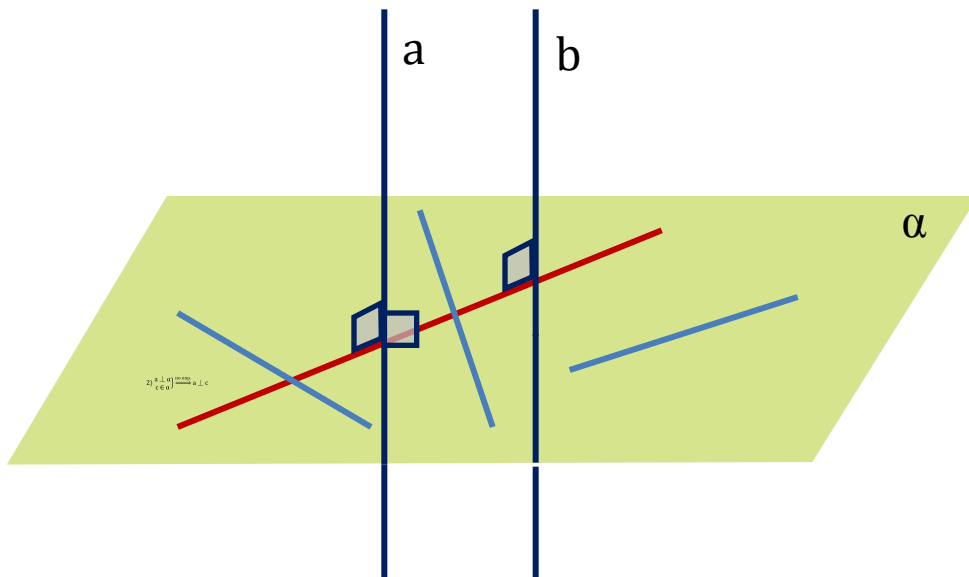
Доказательство:

1) Проведём $c, c \in \alpha$

$$2) \left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$$

$$2) \left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$$

4) Так как прямая b перпендикулярна любой прямой плоскости α , то $b \perp \alpha$



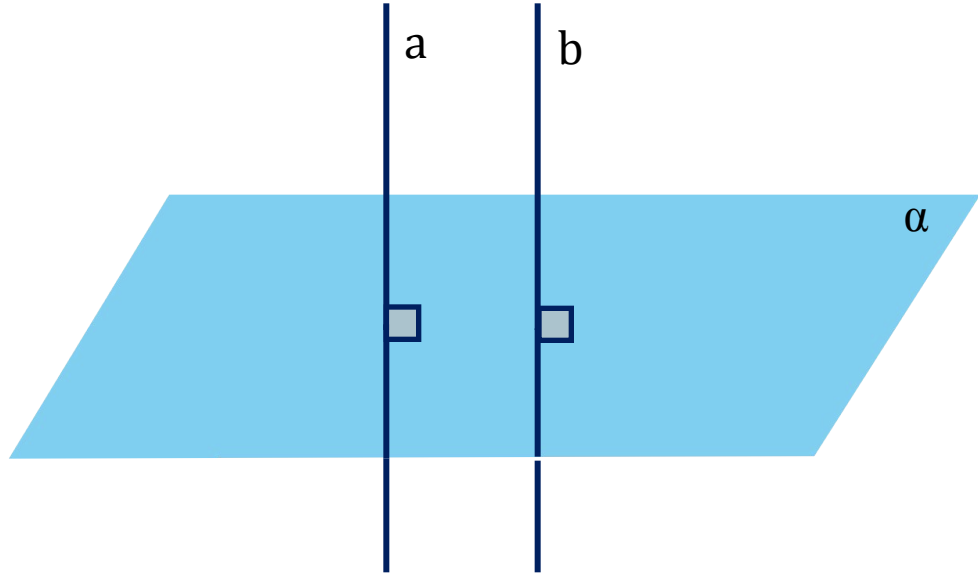
Теорема доказана



Обратная теорема

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны

$$2) \left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$$



Задача 1

Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ —
прямоугольный параллелепипед

$$\angle BAD = 90^\circ$$

Доказать: $CD \perp B_1 C_1$

Доказательство:

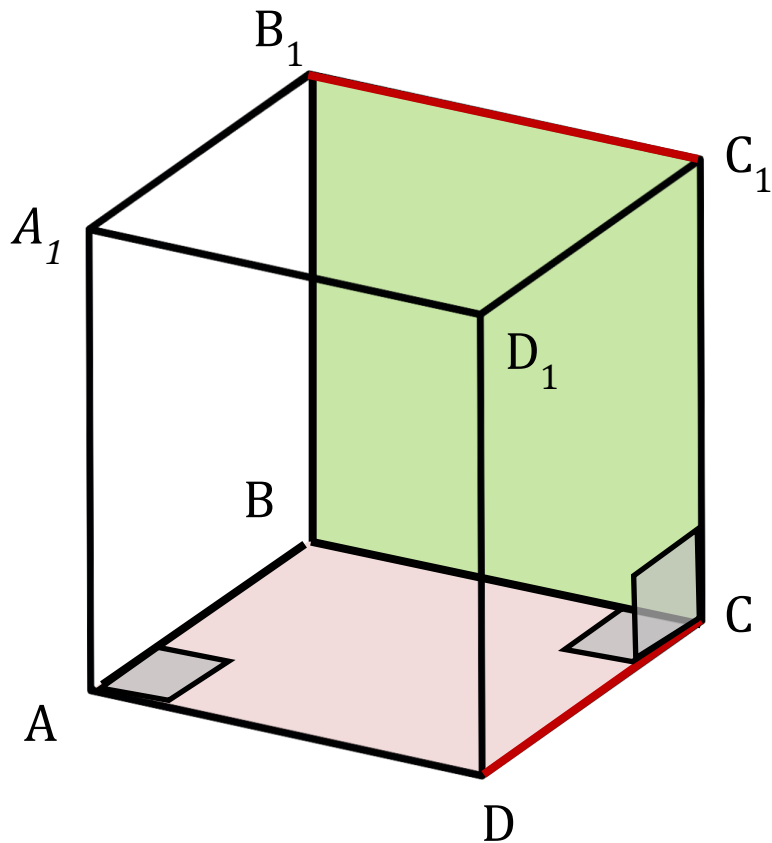
1) $\angle BAD = 90^\circ \Rightarrow ABCD$ —
прямоугольник

$$2) CD \perp BC$$

$$3) CD \perp C_1 C$$

$$2) \left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c \quad \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$$

$$2) \left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c \quad \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$$



Что и требовалось доказать

Задача 2

Дано: $AB \cap \alpha = O$

$AA_1, BB_1 \perp \alpha$

$AA_1 \cap \alpha = A_1, BB_1 \cap \alpha = B_1$

$AA_1 = 4 \text{ см}$

$\angle A_1AO = 60^\circ$

$V_1O : OA_1 = 1 : 2$

Найти: AB

Решение:

$$2) \left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$$

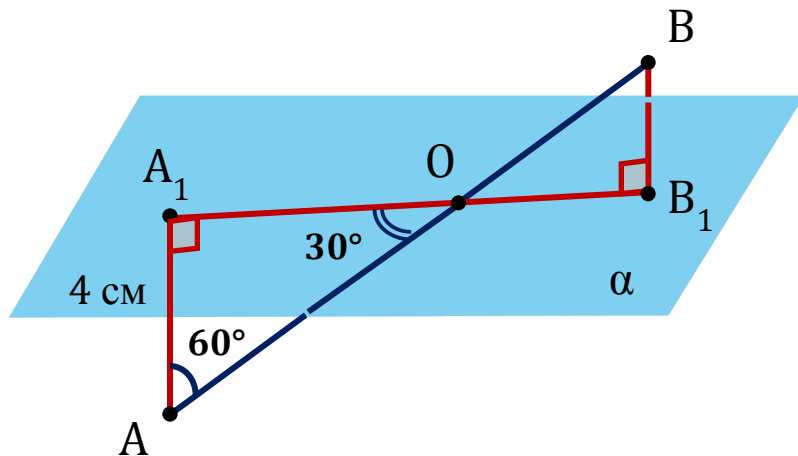
$$2) \left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$$

3) $\triangle AA_1O$ и $\triangle OB_1B$ — прямоугол.

4) $\triangle AA_1O$: $\angle AOA_1 = 30^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow AO = 2AA_1 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ см}$

$$2) \left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c \Rightarrow \triangle AA_1O \sim \triangle OB_1B$$



$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ c \in \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{по опр.}} a \perp c$$

$$7) AB = AO + OB = 8 + 4 = 12 \text{ (см)}$$

Ответ: $AB = 12 \text{ см}$