

Теоретическая механика

Формула экзаменационной оценки :

$$\text{Экз. оценка} = \frac{1}{3} (T1 + T2 + П),$$

где $T1$ – оценка за 1-й коллоквиум (или за 1-й вопрос в билете),

$T2$ – оценка за 2-й коллоквиум (или за 2-й вопрос в билете),

$П$ – общая оценка по практике.

Общая оценка по практике вычисляется по формуле

$$П = \frac{1}{4} (КР1 + КР2 + КР3 + КР4) + РД + ПП ,$$

где

$$РД = 0,05 \times КРЗД$$

($РД$ – оценка за работу у доски, $КРЗД$ – количество решенных задач у доски),

$$ПП = 0,1 \times (6 - КППЗ)$$

($КППЗ$ – количество пропущенных практических занятий).

Введение

Механика — это наука о движении и взаимодействии материальных тел. Под движением понимается механическое движение, т. е. изменение положения тел или частей тела в пространстве с течением времени. Основанная, как и всякая физическая наука, на наблюдении и опыте, механика может быть разделена на *наблюдательную (опытную)* и *теоретическую*.

Наблюдательная (опытная) механика входит в различные отделы экспериментальной физики, астрономии, техники. В ней устанавливается связь между свойствами материальных тел, их движением и причинами, вызывающими или изменяющими движение. Эти причины называют силами. Упомянутая связь формулируется в виде законов движения, которые не являются математическими следствиями каких-то изначальных истин, а представляют собой утверждения, основанные на большом числе согласующихся между собой опытных фактов.

Теоретическая, или рациональная, механика опирается на некоторое конечное число законов (аксиом), установленных в опытной механике, принимаемых за истины и не требующих доказательства.

Теоретическая механика имеет дедуктивный характер. Опираясь на аксиомы как на известный и проверенный практикой и экспериментом фундамент, теоретическая механика возводит свое здание при помощи строгих математических выводов.

По Ньютону, теоретическая механика «есть учение о движениях, производимых какими бы то ни было силами, и о силах, требуемых для производства каких бы то ни было движений, точно изложенное и доказанное».

Теоретическая механика как часть естествознания, использующая математические методы, имеет дело не с самими реальными материальными объектами, а с их моделями. Такими моделями, изучаемыми в теоретической механике, являются материальные точки, системы материальных точек, абсолютно твердые тела, деформируемые сплошные среды.

При изучении теоретической механики методически удобно разделить ее на кинематику и динамику; из динамики часто выделяют еще статику. В кинематике движение изучается только с геометрической точки зрения; причины, обуславливающие движение, кинематика не рассматривает. Изучением движения в связи с причинами, вызывающими или изменяющими его, занимается динамика. Как часть динамики статика изучает те условия, при которых материальные объекты могут оставаться в покое; к статике относится также разработка способов эквивалентных преобразований систем сил.

Часть 1

Кинематика

Литература

1. *Садовский Б.Н., Прядко И.Н. Кинематика. Конспекты лекций.*
2. *Маркеев А.П. Теоретическая механика. Москва: ЧеРо, 1999.*
3. *Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики: в 2-х ч. М.: Наука, 1965.*

(см. http://vk.com/t_meh)

Глава 1. Основные понятия и задачи кинематики

§ 1. Пространство и время. Материальные точки. Отмеченные точки.

1. Пространство и время. Механическое движение происходит в пространстве и времени. В теоретической механике в качестве моделей реальных пространства и времени принимаются их простейшие модели — *абсолютное пространство* и *абсолютное время*, существование которых постулируется. *Абсолютные пространство и время считаются независимыми одно от другого*; в этом состоит основное отличие классической модели пространства и времени от их модели в теории относительности, где пространство и время взаимосвязаны.

Предполагается, что **абсолютное пространство** представляет собой трехмерное, однородное (*все точки пространства равноправны*) и изотропное (*все направления равноправны*) евклидово пространство. Наблюдения показывают, что для небольших по размерам областей реального физического пространства евклидова геометрия справедлива.

Абсолютное время в теоретической механике считается непрерывно изменяющейся величиной, оно течет от прошлого к будущему. Время однородно, одинаково во всех точках пространства и не зависит от движения материи.

Движение в его геометрическом представлении имеет относительный характер: одно тело движется относительно другого, если расстояния между всеми или некоторыми точками этих тел изменяются. За единицу измерения времени принимается секунда. В кинематике надо еще выбрать единицу длины, например, 1 м, 1 см и т.п. Тогда основные кинематические характеристики движения: положение, скорость, ускорение, о которых будет идти речь дальше, определяются при помощи единиц длины и времени.

2. Материальные точки. Отмеченные точки.

*Под **материальной точкой** понимается частица материи, достаточно малая для того, чтобы можно было пренебречь размерами частицы и ее вращением.*

Можно или нельзя принять материальный объект за материальную точку, зависит от конкретной задачи. Например, при определении положения спутника Земли в космическом пространстве очень часто целесообразно принимать его за материальную точку.

Если же рассматриваются задачи, связанные с ориентацией антенн, солнечных батарей, оптических приборов, установленных на спутнике, то его нельзя считать материальной точкой, так как в вопросах ориентации нельзя пренебрегать вращением спутника и его следует рассматривать как объект, имеющий конечные, хотя и малые по сравнению с расстоянием до Земли, размеры.

Отмеченной точкой будем называть геометрическую точку, которую каким-либо образом отметили. Например, вершина Эйфелевой башни и центр диска Луны – отмеченные точки.

Отмеченной точкой является конец отрезка длиной 1 метр, мысленно проведенного из центра некоторой прямоугольной площадки на поверхности Земли и перпендикулярного этой площадке.

Из последнего примера следует, что отмеченная точка может не быть частицей (материальной точкой).

Вообще, задание любого закона, определяющего изменение во времени координат точки относительно какой-нибудь системы отсчета, определяет отмеченную точку.

Механической системой, или системой материальных точек, мы будем называть выделенную каким-либо образом совокупность материальных точек.

3. Задачи кинематики. Задать движение точки (системы) — значит дать способ определения положения точки (всех точек, образующих систему) в любой момент времени.

Задачи кинематики состоят в разработке способов задания движения и методов определения скорости, ускорения и других кинематических величин точек, составляющих механическую систему.

§ 2. Декартовы системы отсчета

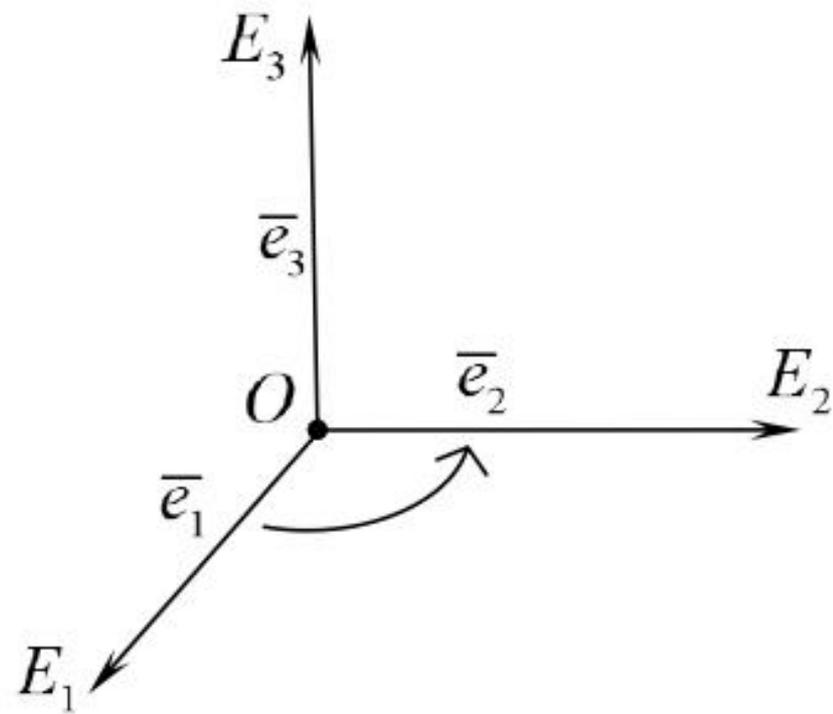
Декартовой системой отсчета (ДСО)

будем называть упорядоченную четверку отмеченных точек $S = (O, E_1, E_2, E_3)$ в абсолютном пространстве E^3 , для которой в любой момент времени выполнены три условия:

1) $|OE_1| = |OE_2| = |OE_3| = 1,$

2) $OE_i \perp OE_j \ (i \neq j),$

3) векторы $\overline{OE_1}, \overline{OE_2}, \overline{OE_3}$ образуют *правую тройку*, т. е. с конца последнего из них кратчайший поворот первого до второго кажется происходящим против часовой стрелки.



Для векторов $\overline{OE_1}$, $\overline{OE_2}$, $\overline{OE_3}$ мы будем использовать обозначения $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ (иногда $\bar{e}_x, \bar{e}_y, \bar{e}_z$ или $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$).

Положение отмеченной точки A по отношению к декартовой системе отсчета S в любой момент времени определяется ее *геометрическим радиус-вектором* \overline{OA} , который можно разложить по ортонормированному базису $(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$:

$$\overline{OA} = x\bar{e}_1 + y\bar{e}_2 + z\bar{e}_3.$$

Коэффициенты x, y, z этого разложения представляют собой *координаты* точки A в ДСО S .

Арифметический трехмерный вектор

$$r_{OA} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \text{ называют}$$

арифметическим радиус-вектором точки A
(в ДСО S),

или *координатным вектором* точки A (в
ДСО S),

или *координатным представлением*
вектора \overline{OA} (в ДСО S)

(\mathbb{R}^3 – арифметическое пространство).

Пусть V^3 – пространство геометрических (свободных) векторов. Соответствие между геометрическими и арифметическими векторами \overline{OA} и r_{OA} , задаваемое с помощью базиса $\bar{e} = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$, является изоморфизмом линейных евклидовых пространств V^3 и \mathbb{R}^3 , т.е. взаимно однозначным отображением, сохраняющим линейные операции и скалярное произведение.

Геометрическим векторам $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$
соответствуют арифметические векторы

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

§ 3. Закон движения, скорость, ускорение, траектория

Рассмотрим ДСО $S = (O, E_1, E_2, E_3)$ и отмеченную точку A , движущуюся относительно S .

$r_{OA} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ – арифметический радиус-вектор

точки A в ДСО S .

Пусть известны функции $f_x(t)$, $f_y(t)$, $f_z(t)$, выражающие зависимость координат точки A от времени t :

$$x = f_x(t), \quad y = f_y(t), \quad z = f_z(t). \quad (3.1)$$

Рассмотрим вектор-функцию $r(t) = \begin{pmatrix} f_x(t) \\ f_y(t) \\ f_z(t) \end{pmatrix}$.

Система уравнений (3.1) равносильна уравнению

$$r_{OA} = r(t), \quad (3.2)$$

которое называется **законом движения** точки A относительно ДСО S .

Скорость v и **ускорение** w точки A в момент t относительно ДСО S определяются равенствами:

$$v := \dot{r}(t) \left(= \frac{dr(t)}{dt} \right), \quad w := \ddot{r}(t) \left(= \frac{d^2r(t)}{dt^2} \right).$$

Множество

$$\mathcal{T} = \{r(t) : t \in (\alpha, \beta)\}$$

называется **арифметической траекторией** данной точки (относительно ДСО S)

((α, β) – некоторый промежуток времени).

Геометрическое место последовательных положений движущейся точки называется ее *геометрической траекторией*.