

Высказывание. Логические операции

Раздел математики



Алгебра — это раздел математики, который изучает уравнения, содержащие цифры и буквенные обозначения, представляющие величины, подлежащие определению.

$$\sqrt{9 + (2x + 7)^2} = 3 - \cos^2 \frac{3\pi x}{7}$$

$$\frac{4x^2}{x-2} - \frac{4x}{x+3} = \frac{9x+2}{x^2+x-6}$$

$$x^2 - (2p + 1)x + (p^2 + p - 2) = 0$$

$$\begin{cases} 2x^2 - y = 2, \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$x + 1 = 0$$

$$x_1 = -1$$

Раздел математики



Алгебра — это раздел математики, который изучает уравнения, содержащие цифры и буквенные обозначения, представляющие величины, подлежащие определению.

$x + y = 6$  Алгебраическое уравнение

$$x = 3$$

$$3 + y = 6$$

$$y = 6 - 3$$

$$y = 3$$

$$y = 6$$

$$x + 6 = 6$$

$$x = 6 - 6$$

$$x = 0$$

Раздел математики



Алгебра — это раздел математики, который изучает уравнения, содержащие цифры и буквенные обозначения, представляющие величины, подлежащие определению.

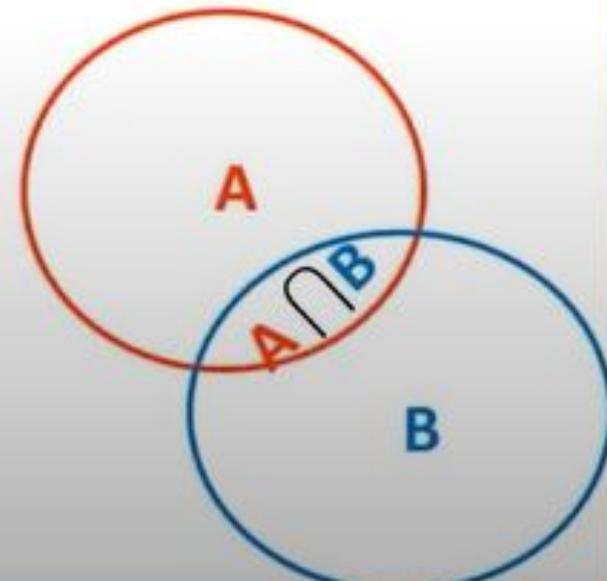
Al-jabr — «найти неизвестное».

Раздел математики



Алгебра — это раздел математики, который изучает уравнения, содержащие цифры и буквенные обозначения, представляющие величины, подлежащие определению.

$$6y - 7x$$
$$a^2$$
$$(a + b)(a - b)$$
$$2x + 3$$
$$(2a - 5d)(3b + 4c)$$



Раздел математической логики



Алгебра логики — это раздел математической логики, который изучает высказывания, рассматриваемые со стороны их логических значений (истинности или ложности), и логические операции над ними.

Истинно

1

=



Лампочка горит

0

=



Ложно

Алгебра логики



Высказывание — это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как истинное или ложное.



Бишкек — столица Кыргызстана.



Восемь минус два равно шесть.



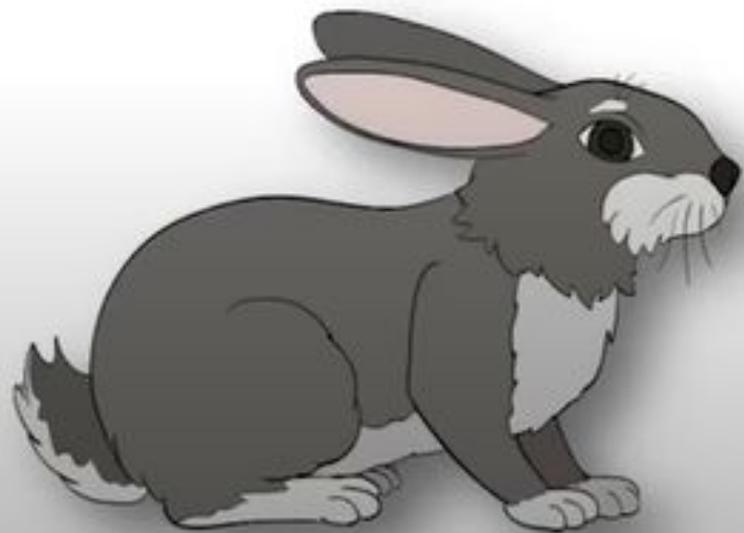
$$8 - 2 = 6$$

Алгебра логики



 **Высказывание** — это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как истинное или ложное.

 **Зайцы зимой впадают в спячку.**



 **Не все собаки – млекопитающие животные.**



Алгебра логики

Высказывание — это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как истинное или ложное.

- ✓ Бишкек — столица Кыргызстана.
- ✓ Шесть минус два равно четыре.
- ✗ Зайцы зимой впадают в спячку.
- ✗ Не все собаки – млекопитающие Животные.

Высказывания

Высказывание



В естественных языках высказывания выражаются с помощью **повествовательных предложений**, но не все повествовательные предложения являются высказываниями.



Высказывание



*Если попасть камнем в окно,
то оно разобьётся.*





Физическая культура — самый важный школьный предмет.



Высказывание

*Физическая культура является
очень полезным уроком.*



Высказывание



Высказывание



Высказываниями **не являются побудительные и вопросительные** предложения.



Который час?

Чей телефон звонит на уроке?

Сколько тебя можно ждать?!



Высказывание

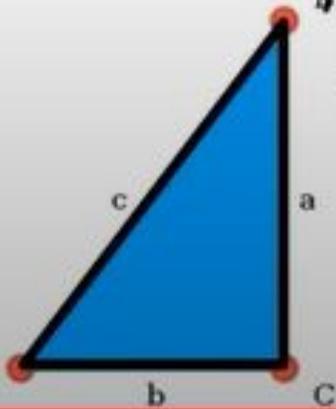


Для построения **высказываний** могут использоваться знаки различных формальных языков: математики, физики, химии и др.

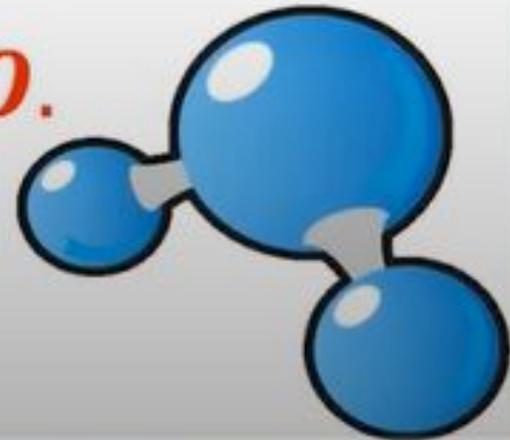


Гипотенуза
прямоугольного
треугольника находится
по следующей формуле:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}.$$



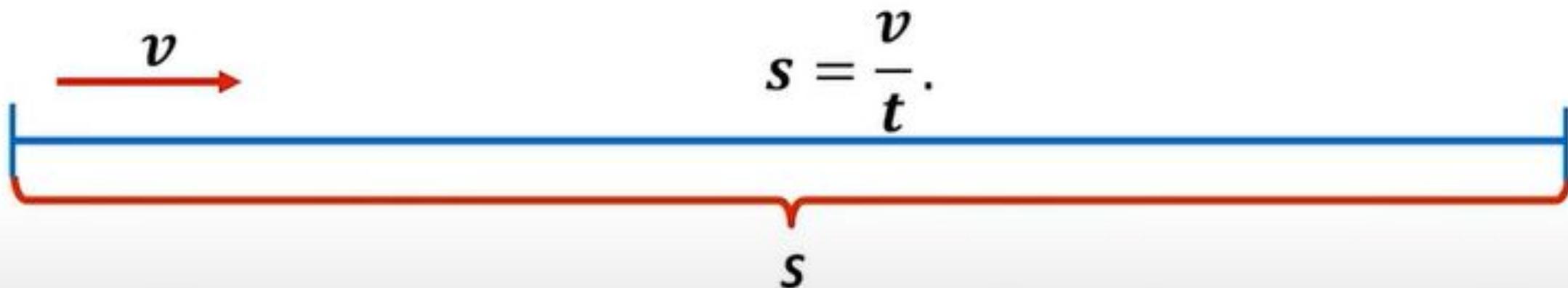
Формула воды в химии
записывается так:



Высказывание



Путь при равномерном прямолинейном движении находится по формуле:



Путь при равномерном прямолинейном движении находится по формуле:

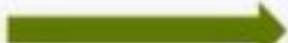
$$s = v \cdot t$$

Высказывание



Числовые выражения не являются **высказываниями**.

Но если из двух выражений составить одно и соединить их знаком равенства или неравенства, то новое выражение будет **высказыванием**.

$10 \cdot 4 = 31 + 9$			$10 \cdot 4 = 40$ $31 + 9 = 40$
$21 \cdot 7 < 100$			$21 \cdot 7 = 147$ $147 > 100$

Высказывание



Равенства или неравенства, которые *содержат* в себе *переменные*, *не относятся* к высказываниям.

$x + y < 9$  **Не является высказыванием.**



Если *переменные* в неравенстве *заменить цифрами*, то есть конкретными значениями, то оно *становится* высказыванием, т. к. переменные были заменены конкретными значениями.

$4 + 7 < 9$  **Является высказыванием.**

Высказывание



Равенства или неравенства, которые **содержат в себе переменные**, не относятся к высказываниям.

Если переменные в неравенстве **заменить цифрами**, то есть конкретными значениями, то оно становится высказыванием, т. к. переменные были заменены конкретными значениями.

$$4 + 2 > 6 \quad \times \quad \longrightarrow \quad 4 + 2 = 6$$

$$7 < 7 \quad \times \quad \longrightarrow \quad 7 = 7$$

$$7 < 9 \quad \checkmark$$



Высказывание



Важным фактором для алгебры логики является не содержание высказываний, а **истинно** или **ложно** то или иное высказывание.



Высказывания обозначаются при помощи букв.



Такие обозначения называются **логическими переменными**.

Если высказывание **истинно**, то значение соответствующей логической переменной обозначается **единицей**, а если **ложно** — **нулём**.

$1 + 5 < 7$

A

A = 1

1

$6 + 2 = 9$

B

B = 0

0

Логические
значения

Алгебра логики



Определяет правила записи, упрощения и преобразования высказываний и вычисления их значений.

Производя операции с логическими переменными, которые могут быть равны только 0 или 1, с помощью алгебры логики можно свести обработку информации к операциям с двоичными данными.

Таблица сложения

+	0	1
0	0	1
1	1	10

$$\begin{array}{r} 1 1 \\ + 1 0 1 0 0 \\ \hline 1 0 0 0 0 1 \end{array}$$

Таблица умножения

x	0	1
0	0	0
1	0	1

$$\begin{array}{r} 1 1 0 1 \\ \times 1 0 0 1 \\ \hline + 1 1 0 1 \\ \hline 1 1 1 0 1 0 1 \end{array}$$

Аппарат алгебры логики



Алгебра логики

 **Высказывание** — это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как истинное или ложное.

Виды

```
graph TD; A[Виды] --> B[Простые высказывания]; A --> C[Сложные высказывания]; B <--> C;
```

Простые высказывания

Сложные высказывания

Высказывания



Простое высказывание – это высказывание, в котором никакая его часть сама не является высказыванием.

Нью-Йорк – город в США



Монитор является устройством хранения информации.



Высказывания



Сложные (составные) высказывания – это высказывания, которые строятся из простых с помощью логических операций.



В интернете можно найти много полезной информации и пообщаться с друзьями.



В интернете можно пообщаться с друзьями.



В интернете можно найти много полезной информации.



Основные логические операции

Название логической операции	Логическая связка
Инверсия	«не»; «неверно, что»
Конъюнкция	«и»; «а»; «но»; «хотя»
Дизъюнкция	«или»



Логическая связка – это союзы или выражения, которые употребляются в естественном языке для соединения простых высказываний в сложные.

Способы обозначения истинности и ложности

<i>Истина</i>	<i>И</i>	<i>True</i>	<i>T</i>	<i>1</i>
<i>Ложь</i>	<i>Л</i>	<i>False</i>	<i>F</i>	<i>0</i>



Логические операции



Конъюнкция – это логическая операция, которая объединяет два высказывания в одно новое, которое будет являться истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

Пример:

Conjunctio – «СОЮЗ, СВЯЗЬ»

A = «у квадрата 4 стороны» 

B = «у ромба 4 стороны» 

A И B = «у квадрата 4 стороны и у ромба 4 стороны» 

Обозначение знака конъюнкции

Сфера применения	Обозначение
Естественный язык	«И»
Алгебра	«&», « \wedge », « \cdot »
Программирование	«AND», «&», «&&»

A И B

A & B

A AND B

A \wedge B

A & B

A \cdot B

A && B

Таблица истинности

A	B	$A \wedge B$
0	0	

Дано: A, B.

A –  \rightarrow A = 1

A –  \rightarrow A = 0

A –  \rightarrow A = 0

B –  \rightarrow B = 0

Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда исходные высказывания истинны.

Таблица истинности

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	

Дано: A, B.

A –  \rightarrow A = 1

A –  \rightarrow A = 0

A –  \rightarrow A = 1

B –  \rightarrow B = 0

Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда исходные высказывания истинны.

Таблица истинности

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Дано: A, B.

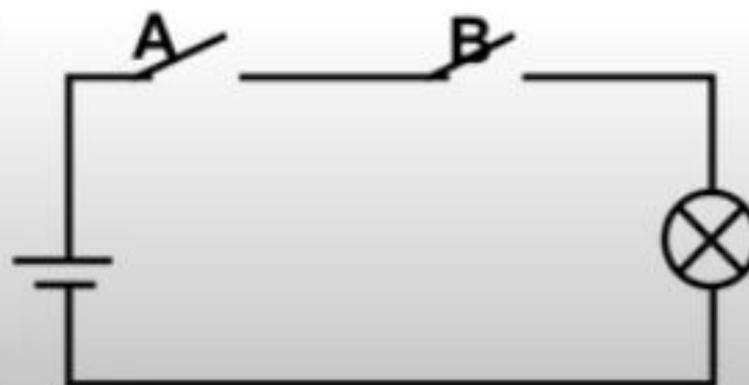
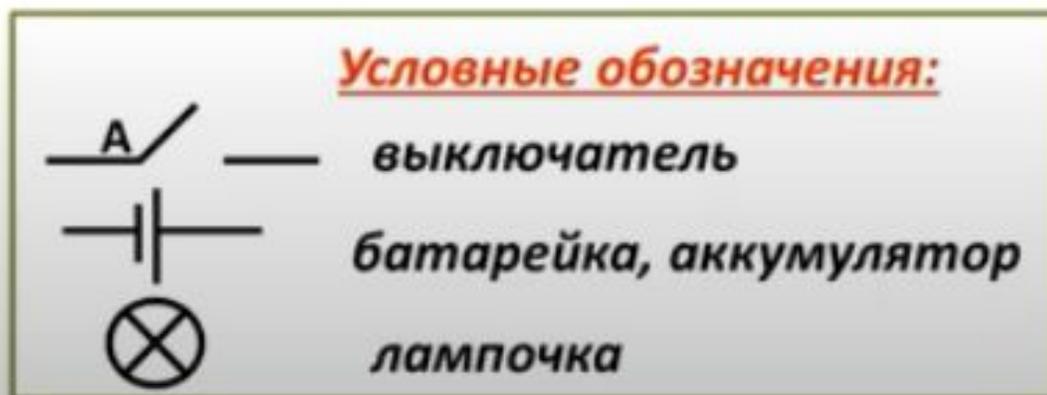
A –  \rightarrow A = 1

A –  \rightarrow A = 0

A –  \rightarrow A = 1 B –  \rightarrow B = 1

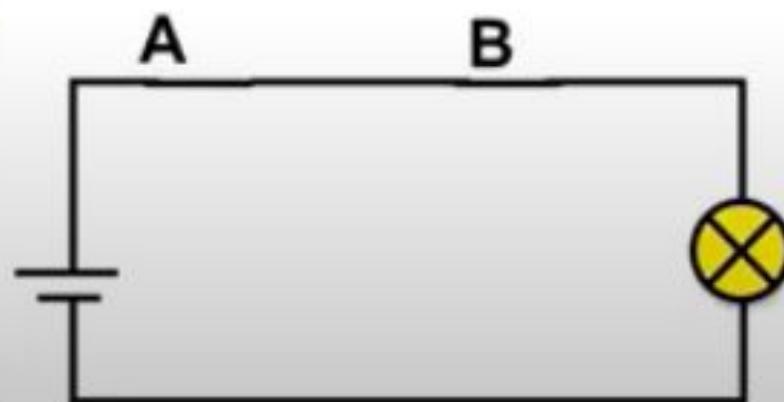
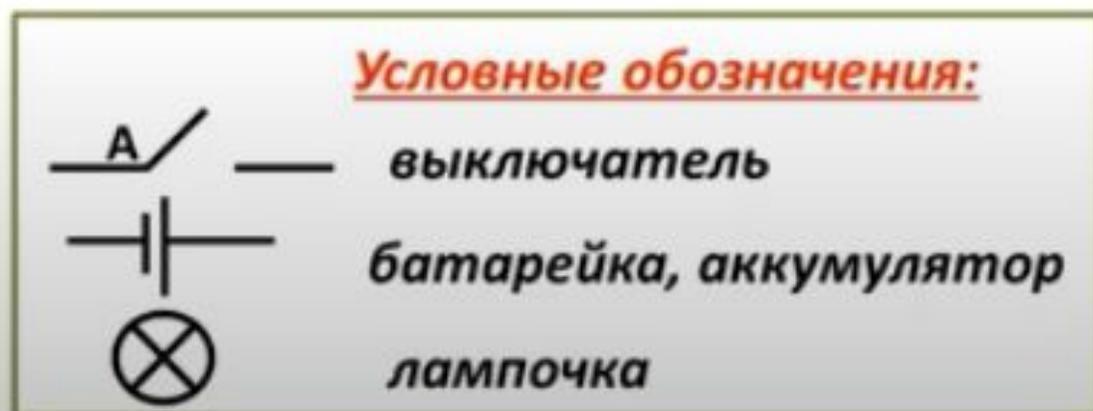
Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда исходные высказывания истинны.

Таблица истинности



Электрическая цепь с двумя последовательными выключателями

Таблица истинности

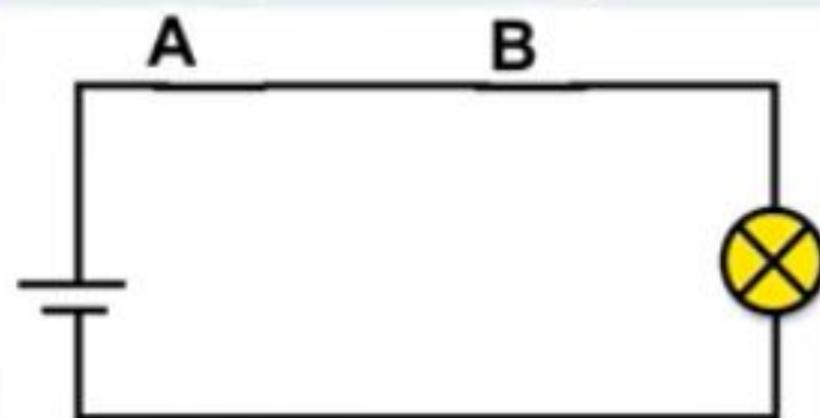
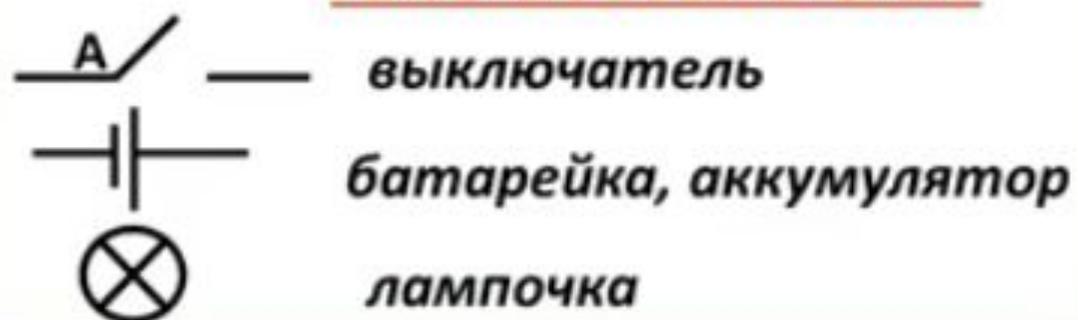


Электрическая цепь с двумя последовательными выключателями

Таблица истинности

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Условные обозначения:



Электрическая цепь с двумя последовательными выключателями

Таблица истинности

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Конъюнкция – логическое умножение.

Логические операции



Дизъюнкция – это логическая операция, которая объединяет два высказывания в одно новое, которое будет являться ложным тогда и только тогда, когда ложны оба исходных высказывания.

Пример:

Disjunctio – «разобшение».

$A =$ «у квадрата 3 стороны» ❌

$B =$ «у ромба 2 стороны» ❌

$A \vee B =$ «у квадрата 3 стороны или у ромба 2 стороны». ❌

Обозначение знака дизъюнкции

Сфера применения	Обозначение
Естественный язык	«ИЛИ»
Алгебра	«V», «+»
Программирование	«OR», « », « »

A ИЛИ B

A V B

A OR B

A + B

A | B

A || B

Таблица истинности

A	B	$A \vee B$
0	0	

Дано: A, B.

A –  \rightarrow A = 1

A –  \rightarrow A = 0

A –  \rightarrow A = 0 B –  \rightarrow B = 0

Новое высказывание будет ложно тогда и только тогда, когда ложны исходные высказывания.

Таблица истинности

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1

Дано: A, B.

A –  \rightarrow A = 1

A –  \rightarrow A = 0

A –  \rightarrow A = 0

B –  \rightarrow B = 1

Новое высказывание будет ложно тогда и только тогда, когда ложны исходные высказывания.

Таблица истинности

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Дано: A, B.

A –  \rightarrow A = 1

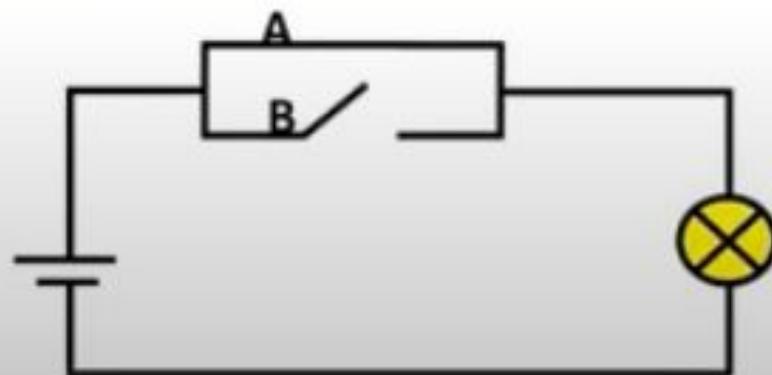
A –  \rightarrow A = 0

A –  \rightarrow A = 1 B –  \rightarrow B = 1

Новое высказывание будет ложно тогда и только тогда, когда ложны исходные высказывания.

Таблица истинности

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Электрическая цепь с двумя параллельными выключателями

Таблица истинности

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Дизъюнкция – логическое сложение.

Таблица истинности

A	B	A ∨ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Дизъюнкция – логическое сложение.

 = 0

 = 1

~~ +  =    ·  = ²~~

~~ +  +  =   ~~

Логические операции



Инверсия – это логическая операция, которая преобразует исходное высказывание в новое, значение которого противоположно исходному.

Inversio – «переворачивание, перестановка».

$A = 1$ **ИНВЕРСИЯ** \rightarrow $A = 0$
 $B = 0$ **ИНВЕРСИЯ** \rightarrow $B = 1$

Пример:

A = «я знаю
английский язык»

ИНВЕРСИЯ \rightarrow

НЕ A = «я не знаю
английский язык».

Обозначение знака инверсии

Сфера применения	Обозначение
Естественный язык	«НЕВЕРНО, ЧТО», «НЕ»
Алгебра	« \neg », « $\bar{\quad}$ »
Программирование	«NOT»

НЕВЕРНО, ЧТО A

$\neg A$

NOT A

НЕ A

\bar{A}

Таблица истинности

A	\bar{A}
0	1
1	0

Дано: A

$$A = 0 \xrightarrow{\text{ИНВЕРСИЯ}} \bar{A} = 1$$

$$A = 1 \xrightarrow{\text{ИНВЕРСИЯ}} \bar{A} = 0$$

Таблица истинности

A	\bar{A}
0	1
1	0

Инверсия – логическое отрицание.

- При применении к высказыванию логического отрицания в него добавляется речевой оборот «неверно, что» или же частица «не».
- Частица «не» прибавляется к глаголу.

Сложные высказывания



Логическое выражение – это выражение, которое содержит переменные, знаки логических операций и скобки.

$A \vee B \wedge A$ $(A \vee B) \vee B$ $\bar{A} \vee (B \wedge A)$ $\overline{A \vee B}$ $\bar{A} \wedge \bar{B}$

Порядок действий в логическом выражении:

1. Инверсия

НЕ

2. Конъюнкция

•

3. Дизъюнкция

+



1. Отрицание (число меняется на противоположное)

2. Конъюнкция (умножение)

3. Дизъюнкция (сложение)

Порядок выполнения действий можно изменять с помощью скобок.

ИТОГИ:

1

Алгебра логики — это раздел математической логики, который изучает высказывания, рассматриваемые со стороны их логических значений (истинности или ложности), и логические операции над ними.

2

Высказывание — это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как **истинное** или **ложное**.

ИТОГИ:

3 **Логические переменные** — это **высказывания**, которые обозначаются в алгебре логики при помощи букв.

4 **Логические значения** — это цифры **0** и **1**, которые обозначают значение логических переменных.

ИТОГИ:

5

Сложные высказывания — это высказывания, которые состоят из простых с помощью логических операций.

6

Конъюнкция — это логическая операция, которая объединяет два высказывания в одно новое, которое будет являться истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

ИТОГИ:

7

Дизъюнкция — это логическая операция, которая объединяет два высказывания в одно новое, которое будет являться ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны.

8

Инверсия — это логическая операция, которая преобразует исходное высказывание в новое, значение которого противоположно исходному.

ИТОГИ:

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	\bar{A}
0	1
1	0

Конъюнкция –
логическое
умножение.

Дизъюнкция –
логическое сложение.

Инверсия –
логическое отрицание.