Анализ экспериментальных данных

компьютерный лабораторный практикум
для студентов I курса специальности «нанотехнологии и микросистемная техника»

ПЗ № 2. Свойства выборок случайных чисел. Обнаружение промахов

Разработал д.т.н., проф. В.А. Годлевский

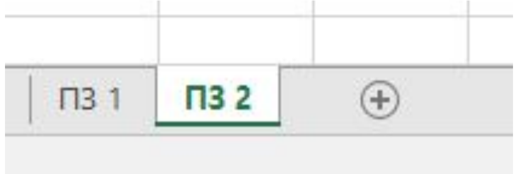
2.1. Формирование рабочего поля

Подготовим рабочее поле в Excel для выполнения следующих упражнений. Удобно будет, если мы для текущего задания выделим новый лист книги Excel

1) Внизу слева на рабочем листе таблицы рядом с надписью **Лист 1** нажмем на знак **+** . Рядом появится Новый лист таблицы **Лист 2**. Для большей информативности переименуем листы в названия практических занятий:

Лист 1 → ПЗ 1 Получим вот что

Лист 2 → ПЗ 2



2) Открываем лист ПЗ 2. Нам понадобятся опять два столбца со случайными числами.

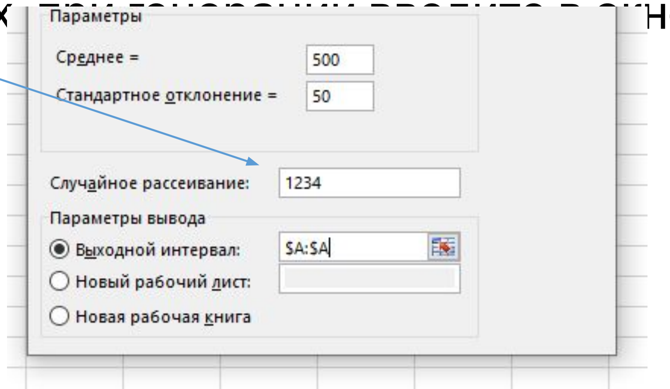
Давайте сгенерируем эти столбцы по тем же индивидуальным параметрам, что и на прошлом занятии.

Столбец А с нормальным законом, В – с равномерным. Заодно, закрепим навыки генерации данных.

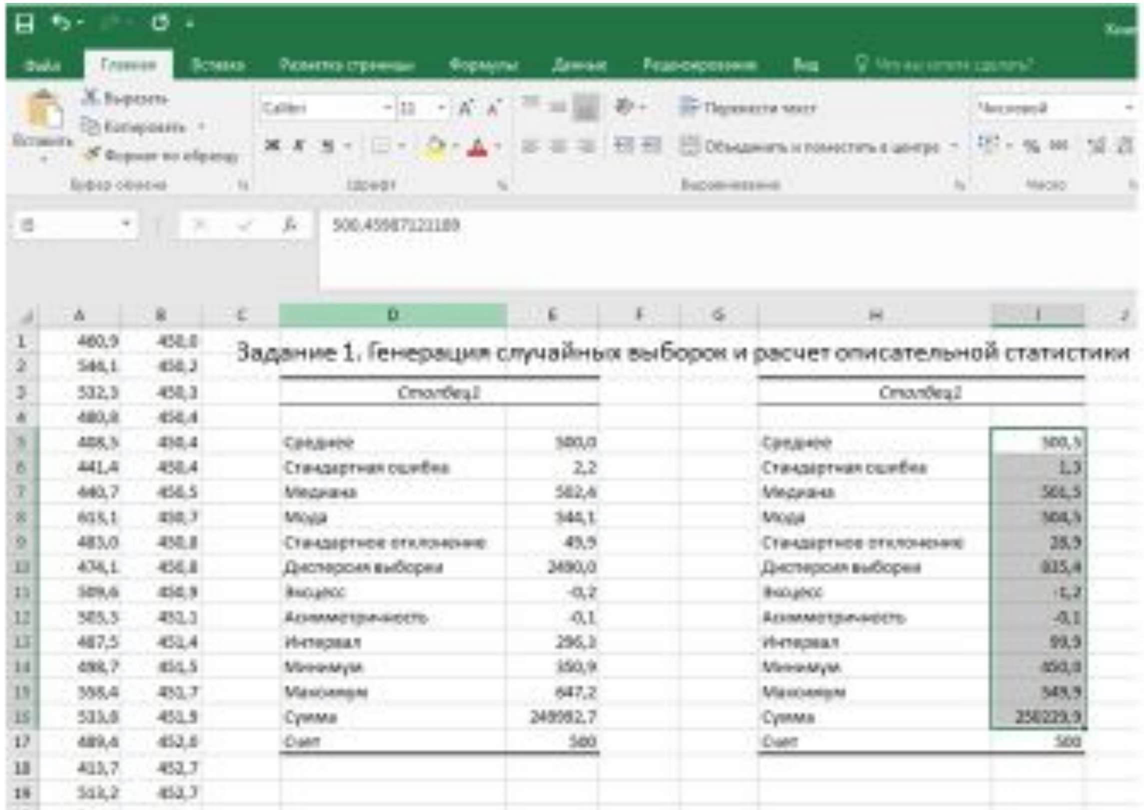
Чтобы столбцы отличались от предыдущих при генерации введите в окно **Случайное рассеяние** любое целое число. Скажем, 12345

Данные столбцов округлим до десятых

и отсортируем по возрастанию



3) Вспомним еще, как строить таблицы описательной статистики: разместим две таблицы рядом со столбцами это будет выглядеть как-то так.



4) Теперь получим новый параметр. Используя данные таблиц, рассчитаем для наших выборок **ВАРИАЦИЮ.**

$v = \frac{\sigma}{\bar{x}}$, где σ – стандартное отклонение, $\bar{x}$ - среднее

Результаты вычислений записываем под таблицами в таким виде

$$v_{\text{A}} = \frac{\sigma_{\text{A}}}{\bar{x}_A} \cdot 100\% = \frac{45{,}4}{340{,}5} = 13{,}3\%; \qquad v_B = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} \cdot 100\% = \frac{38{,}9}{300{,}5} = 12{,}7\%;$$

Если вариация больше 5%, точность результата обычно признают неудовлетворительной. Запишем соответствующий вывод.

5) Проверка нормальности выборки по асимметрии и эксцессу

Чтобы ответить на вопрос о том, можно ли признать выборку нормальной, сравнивают выборочные значения асимметрии и эксцесса (из таблицы описательной статистики) с их ожидаемыми значениями U_A и U_E .

$$U_A = \sqrt{\frac{6(N-1)}{(N+1)(N+3)}} \qquad U_E = \sqrt{\frac{24N(N-2)(N-3))}{(N+1)^2(N+3)(N+5)}}$$

При N = 500 Ua = 0,109; Ue = 0,21

Вычисляем U_A и U_E для вашего N, заполняем таблицу, делаем выводы

Анализируе-мая выборка	Асим-метрия A (табли-чная)	Ожида-емая асим-метрия U_A	Вывод по асимметрии	Эксцесс, E (табли-чный)	Ожида-емый эксцес с U_E	Вывод по эксцессу
A	-0,252*	0,109	$A < U_A$ Признается нормальным	1,500	0,332	$E >> U_E$ Не признается нормальным
B	0, 112	0,205	$A < U_A$ Признается нормальным	0,020	0,21	$E >> U_E$ Признается нормальным

7) Отбраковывание (цензурирование) выпадающих значений по правилу 3 σ

По этому критерию отбрасывают подозрительные значения x*, лежащие за пределами интервала $\bar{x} \pm 3\sigma$. Это правило применяют в случае, если N < 6. Для выборок большего объема вероятность появления выпадающих результатов возрастает, и тогда рекомендуется расширять интервал цензурирования. Ширину интервала для отбраковки выпадающих результатов можно брать из таблицы.

Поскольку в наших индивидуальных вариантах объемы выборок находятся в диапазоне N = 101…1000, применяем для цезурирования границы отбрасывания $\bar{x} \pm 4{,}5\ \sigma$.

N	Интервал цензурирования
< 6	$\lvert x^* - \bar{x} \rvert < 3\sigma$
6…100	$\lvert x^* - \bar{x} \rvert < 4\sigma$
101…1000	$\lvert x^* - \bar{x} \rvert < 4.5\sigma$
1001…10000	$\lvert x^* - \bar{x} \rvert < 5\sigma$

Проверим по этому правилу крайние значения наших выборок:

А) Для выборки А : X_{amin} и X_{amax}

В) Для выборки В: X_{bmin} и X_{bmax}

Результаты проверки сводим в таблицу

Результаты цензурирования выборок А и В по границам диапазона $\bar{x} \pm 4{,}5\ \sigma$.

Выборка	$\bar{x}$	Крайние значения		σ	4,5 σ	$\bar{x}$ + 4,5σ.	$\bar{x}$ - 4,5σ.	Выводы о наличии выпадающих значений
		Min	Max					
А	500,42	316,59		49,96	224,82		275,6	Нет
			648,75			725,24		Нет
В	500,76	450,01		28,99	130,45		370,31	Нет
			549,85			631,21		Нет

Вывод: В двух проверенных выборках выпадающих крайних значений не обнаружено

6) **Расчеты доверительных интервалов**

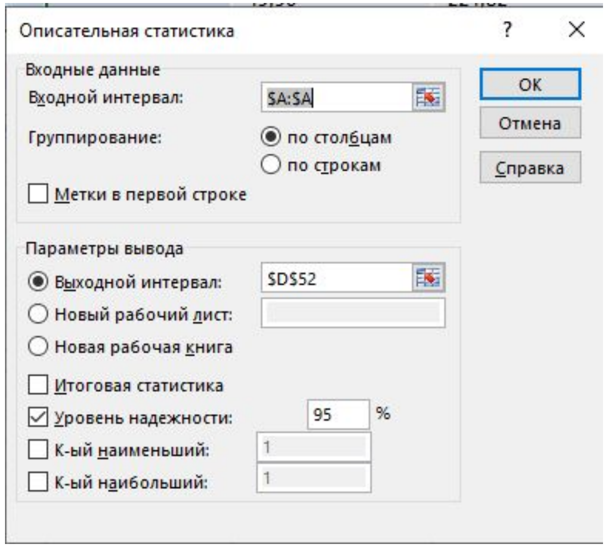
Для нормально распределенной выборки можно рассчитывать доверительные интервалы.

Доверительным называют симметричный интервал вида $\bar{x} \pm \Delta$, для которого указана вероятность попадания отсчета в этот интервал. Эту вероятность называют *доверительным коэффициентом* или *коэффициентом надежности*. В рассчитанном нами наборе параметров описательной статистики присутствует полуширина доверительного интервала Δ. Она дана в графе таблицы **Уровень надежности** (ρ), где ρ — доверительный коэффициент. По умолчанию расчет производят для ρ = 0,95.

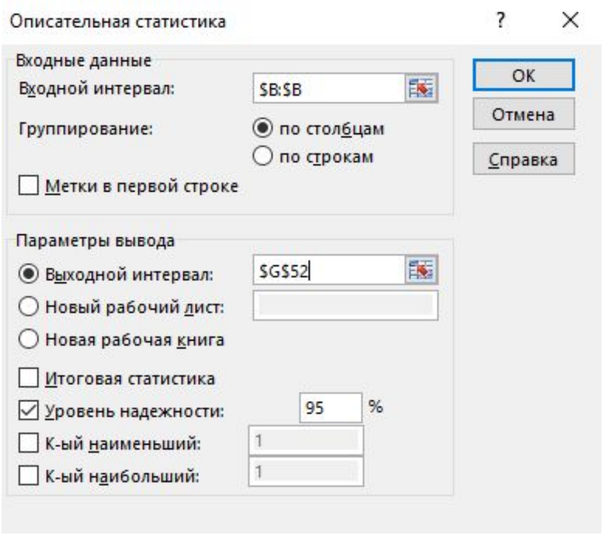
Ширина доверительного интервала связана со значением доверительного коэффициента: чем больше ρ, тем шире доверительный интервал. Если речь идет об повторных измерениях некоторой величины, то можно утверждать, что *чем выше надежность измерения, тем ниже его точность.*

Проверим это утверждение на наших выборках. Выполним процедуру **Описательная статистика** для столбцов А и В при следующих установках

Для столбца А



Для столбца В



Далее таким же образом, с помощью сокращенных таблиц описательной статистики,
рассчитаем ширины доверительных интервалов для ρ = 99% и 99,9%. Данные сведем в таблицу

	Среднее	Стандартное отклонение	Полуширина доверительного интервала Δ при доверительной вероятности ρ		
			0,95	0,99	0,999
Столбец А	500	50	4,39	5, 77	7,40
Столбец Б	500	30	2,55	3,35	4,29

Выводы: 1) При повышении уровня доверительной вероятности ширина доверительного интервала увеличивается

2) Для большинства измерений принято принимать доверительную вероятность ρ = 95%.

2) Результат измерения любой величины должен быть представлен тремя числами,

например: x = 500±50 (ρ = 95%)

7. **Проверка подозрительного значения по критерию Шовене**

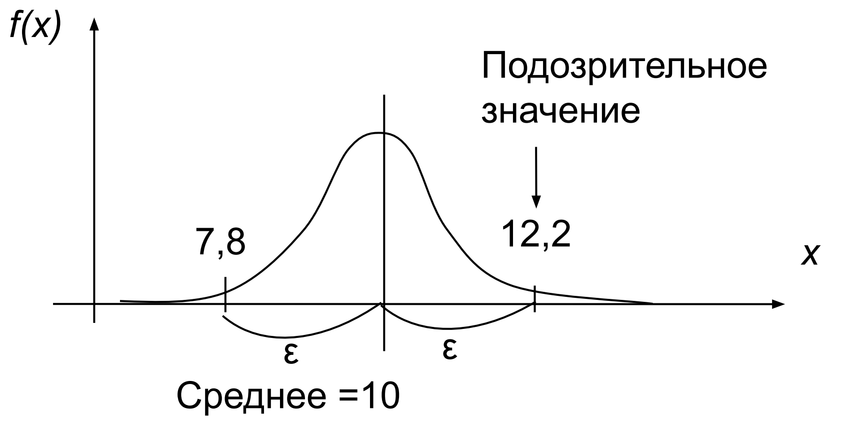
Для того, чтобы проверить подозрительное значение x* с помощью критерия Шовене, требуется рассчитать вероятность P появления столь же плохого или худшего, чем x* результата при объеме выборки N.

Затем эту вероятность сравнивают с критерием Шовене - 0.5. И если P < 0,5, то ∞членов выборки.

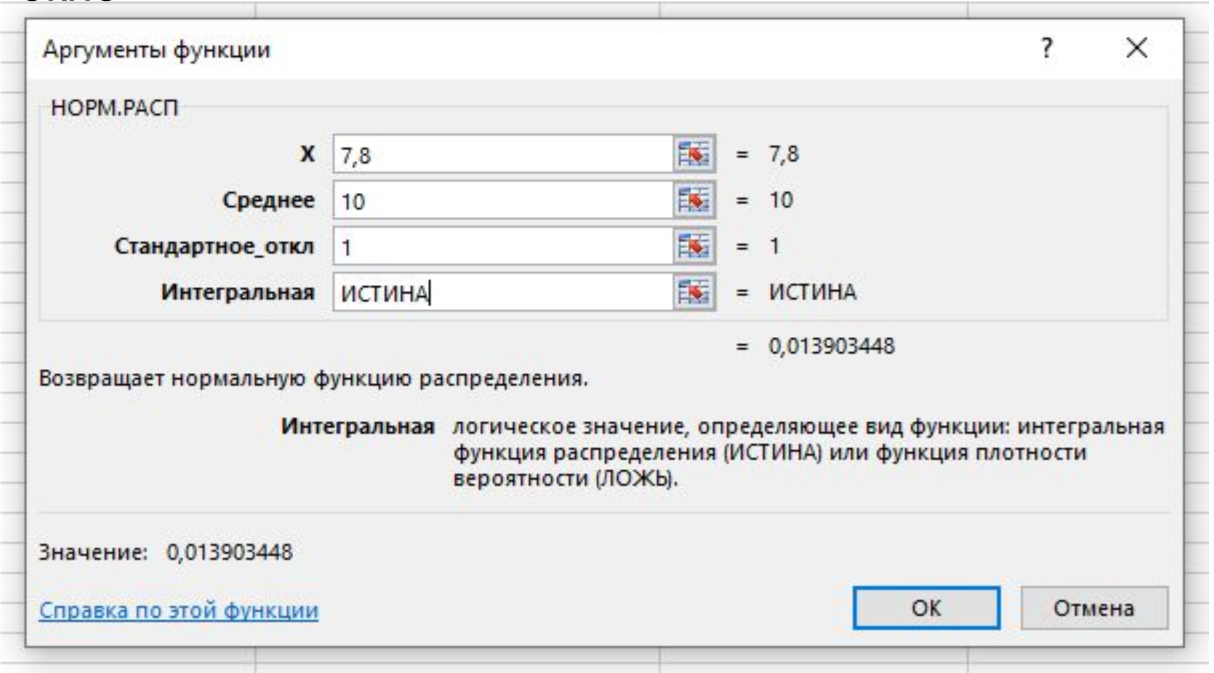
Пример. Пусть дана выборка с параметрами N = 5; $\bar{x} = 10$, σ = 1 .
Один из членов выборки x* = 12,2 является подозрительным. Требуется определить, не является ли число 12,2 промахом

1. Определяем границы интервала для подозрительного значения .
   Это будет симметричный интервал 7.8…12.2 (см. рисунок)

2. Вычисляют интеграл вероятности для интервала - ∞ …7.8. Для этого в Excel вызывают функцию НОРМ.РАСП Нужно зайти в библиотеку функций, раздел **Статистические**



Получим такое диалоговое окно



В нашем случае в диалоговое окно вводят:

- в графу **X** — нижнюю границу интервала: 7,8.
- в графы **Среднее** и **Стандартное отклонение** — параметры нашей выборки ;
- в графу **Интегральная** — ИСТИНА

Получаем в результате расчета вероятность того, что любое последующее измерение попадет в интервал

- ∞ …7.8 (то есть вычислена площадь под левым «хвостом» кривой распределения.

Эта вероятность равна P_1= 0.014.

3. Поскольку нам нужна «двухсторонняя» вероятность того, что измерение будет *такое же или худшее, чем наш подозрительный результат*, вычислим эту вероятность $P_2 = P_1 * 2 = 0.028$. (Это площадь под двумя «хвостами кривой распределения).

4. Вычисляем величину критерия Шовене, чтобы определить, какова вероятность появления такого же или худшего результата во всей серии из 5 измерений. Эта величина составит $P5 = P2*5 = 0.028*5 = 0.14$:

5. Поскольку эта величина меньше, чем критериальное значение 0,5, **данное подозрительное значение 12, 2 признаем промахом и удаляем его из выборки.**

Решаем задачу по отбраковке подозрительного значения

Индивидуальные варианты для решения задачи по применению критерия Шовене приведены ниже в таблице

Исходные данные для индивидуальных заданий

№	ФИО		Объем выборки N	Стандартное отклонение, σ	Подозрительное значение X*
1	Нефедов	15	5	1,5	8,2
2	Уханова	17	7	1,7	22,5
3	Котомина	19	9	1,9	27
4	Акыев	22	12	2,0	5
5	Васильева	25	15	2,5	33
6	Джумадурдыева Акнабат	27	17	2,75	26
7	Карпов	30	13	3,0	23
8	Розыев	32	14	3,2	42
10	Хыдыров	37	18	3,7	50
11		40	20	4,0	56