ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА.

Содержание

Натуральные числа

- Числа, которые используются для счета предметов: 1, 2, 3, … .
- N = {1, 2, 3, …} - множество натуральных чисел.
- Сумма и произведение любых двух натуральных чисел являются натуральными числами.

Деление с остатком

Теорема 4. *Если натуральное число* a *больше натурального числа* b *и* a *не делится на* b*, то существует, и только одна, пара натуральных чисел* q *и* r*, причем* $r < b$*, такая что выполняется равенство:*

$$a = bq + r$$

a – *делимое*

b – *делитель*

q – *неполное частное*

r – *остаток*

Пример: **37 : 15 = 2 (ост. 7)**

$\boldsymbol{a = 37}$**,** $\boldsymbol{b = 15}$**,** *тогда* $\boldsymbol{37 = 15 \cdot 2 + 7}$**;**

где $\boldsymbol{q = 2}$**,** $\boldsymbol{r = 7}$**.**

Замечание. *Если* $a \vdots b$*, то можно считать, что* $r = 0$.

Простые числа

Если натуральное число имеет <u>только два</u> делителя – само себя и 1, то его называют ***простым числом****.*

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, … *– простые числа.*

Теорема 1. *Любое, натуральное число a > 1 имеет хотя бы один простой делитель.*

Теорема 2. *Множество простых чисел бесконечно.*

Теорема 3. *Расстояние между двумя соседними простыми числами может быть больше любого наперед заданного натурального числа.*

Составные числа

Если натуральное число имеет <u>более двух</u> делителей, то его называют ***составным числом****.*

4, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 49, 50, 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 62, 63, … *– составные числа*

1 *не является ни простым, ни составным числом.*

Основная теорема арифметики. *Любое натуральное число (кроме 1) либо является простым, либо его можно разложить на простые множители.*

<u>Примеры:</u> $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$.

Натуральные
и целые числа

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, … –

ряд натуральных чисел ***N*** *или* ***(Z_+)***

-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10, -11, … –

ряд противоположных натуральным чисел ***Z_-***

…, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, … –

ряд целых чисел ***Z*** ***(Z_+*** *и* ***Z_-*** *и* ***0)***

Натуральные числа, числа им противоположные и число нуль, образуют множество <u>целых</u> чисел, которое обозначается Z - первой буквой немецкого слова Zahl - «число».

Целые числа

- Натуральные числа 1, 2, 3, ..., противоположные им числа и число 0 образуют множество целых чисел.
- Z = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...} - множество целых чисел.
  - Сумма, разность и произведение любых двух целых чисел являются целыми числами.
  - Частное не всегда целое число.

$N \subset Z$

Множество чисел, которое можно представить в виде $\frac{m}{n}$, называется множеством <u>рациональных чисел</u> и обозначается - Q первой буквой французского слова Quotient - «отношение».

Рациональные числа

- Целые числа, положительные и отрицательные дробные числа образуют множество рациональных чисел.

Рациональные числа

Рациональные числа – это числа вида $\frac{m}{n}$, где m – целое число, а n – натуральное.

Q - множество рациональных чисел.

Любое рациональное число можно записать в виде конечной десятичной дроби или в виде бесконечной десятичной периодической дроби.

Примеры: $\frac{5}{28} = 0{,}17(857142)$; $\frac{2}{7} = 0{,}(285714)$;

$6 = 6{,}000\ldots = 6{,}(0)$; $7{,}432 = 7{,}432000\ldots = 7{,}432(0)$.

Рациональные числа

Верно и обратное утверждение:
Любую бесконечную десятичную периодическую дробь можно представить в виде обыкновенной дроби.

Примеры: $0{,}3333\ldots = 0{,}(3) = \frac{1}{3}$;

$0{,}3181818\ldots = 0{,}3(18) = \frac{7}{22}$.

Рациональные числа

Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную периодическую дробь :

Пример (1 способ):

Пусть $x = 1,(23) = 1,23232323\ldots$
Умножим x *на 100, чтобы запятая переместилась вправо на один период:*

$$\begin{array}{r} 100x = 123,232323\ldots \\ - \quad x = \quad 1,232323\ldots \\ \hline 100x - x = 122,000000\ldots \end{array}$$

Т.е. $99x = 122$, *откуда* $x = \dfrac{122}{99}$

Иррациональные числа

Иррациональным числом называют бесконечную десятичную непериодическую дробь.

Термины «рациональное число», «иррациональное число» происходят от латинского слова ratio – разум (буквальный перевод: «рациональное число – разумное число», «иррациональное число – неразумное число»).

Примеры:

0,1234567891011121314…

$\pi \approx 3{,}1415926535897932\ldots$

$e \approx 2{,}7182818284590452\ldots$

$\sqrt{11} \approx 3{,}31662479035539\ldots$

Действительные числа

- Объединение рациональных и иррациональных чисел называют действительными числами.
- Множество действительных чисел обозначают символом R.
- Любое действительное число - бесконечная десятичная дробь.

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

Домашнее задание:

1. Записать в виде бесконечной дроби

а) $\frac{5}{99}$ б) $\frac{53}{12}$

2.Представьте в виде обыкновенной дроби

а) 15,(3) б) 2,(14) в) 1,6(1)

Замените данные рациональные числа десятичными дробями.

$\frac{1}{2}; \frac{1}{5}; \frac{3}{8}; \frac{2}{3}$

Чтобы обратить смешанную периодическую дробь в обыкновенную, нужно в *числителе* обыкновенной дроби поставить *число*, равное *разности* числа, образованного цифрами, стоящими после запятой до *начала второго периода*, и числа, образованного из цифр, стоящих после запятой до *начала первого периода*;

а в знаменателе написать цифру *9* столько раз, сколько *цифр* в *периоде*, и со столькими *нулями*, сколько цифр между *запятой* и *началом периода*.

$$0,\underbrace{4}_{\text{1 цифра}}\underbrace{(6)}_{\text{1 цифра}} = \frac{\;-\;}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$