




ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА.

Содержание

-  1. Натуральные и целые числа
-  2. Рациональные числа
-  3. Иррациональные числа
-  4. Действительные числа

Натуральные числа

- Числа, которые используются для счета предметов:
1, 2, 3,
- $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ - множество натуральных чисел.
- Сумма и произведение любых двух натуральных чисел являются натуральными числами.

Деление с остатком

Теорема 4. Если натуральное число a больше натурального числа b и a не делится на b , то существует, и только одна, пара натуральных чисел q и r , причем $r < b$, такая что выполняется равенство:

$$a = bq + r$$

a – делимое

q – неполное частное

b – делитель

r – остаток

Пример: $37 : 15 = 2$ (ост. 7)

$a = 37$, $b = 15$, тогда $37 = 15 \cdot 2 + 7$;

где $q = 2$, $r = 7$.

Замечание. Если $a \leq b$, то можно считать, что $r = 0$.



Простые числа

Если натуральное число имеет только два делителя – само себя и 1, то его называют **простым числом**.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, ... – простые числа.

Теорема 1. Любое, натуральное число $a > 1$ имеет хотя бы один простой делитель.

Теорема 2. Множество простых чисел бесконечно.

Теорема 3. Расстояние между двумя соседними простыми числами может быть больше любого наперед заданного натурального числа.



Составные числа

Если натуральное число имеет более двух делителей, то его называют **составным числом**.

4, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 49, 50, 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 62, 63, ... – составные числа

1 не является ни простым, ни составным числом.

Основная теорема арифметики. Любое натуральное число (кроме 1) либо является простым, либо его можно разложить на простые множители.

Примеры: $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$.



Натуральные и целые числа

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ... –
ряд натуральных чисел **N** или **(Z₊)**

-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10, -11, ... –
ряд противоположных натуральным чисел **Z₋**

..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... –
ряд целых чисел **Z** (**Z₊** и **Z₋** и **0**)

*Натуральные числа, числа им противоположные и число нуль, образуют множество целых чисел, которое обозначается **Z** - первой буквой немецкого слова **Zahl** - «число».*

Целые числа

- Натуральные числа $1, 2, 3, \dots$, противоположные им числа и число 0 образуют множество целых чисел.
- $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ - множество целых чисел.
 - Сумма, разность и произведение любых двух целых чисел являются целыми числами.
 - Частное не всегда целое число.

$$N \subset Z$$

Множество чисел, которое можно представить в виде $\frac{m}{n}$, называется множеством **рациональных чисел** и обозначается Q - (первой буквой французского слова **Quotient** - «отношение»).

Рациональные числа

- Целые числа, положительные и отрицательные дробные числа образуют множество рациональных чисел.

Рациональные числа

Рациональные числа – это числа вида $\frac{m}{n}$,
где m – целое число, а n – натуральное.

\mathbb{Q} - множество рациональных чисел.

Любое рациональное число можно записать в виде конечной десятичной дроби или в виде бесконечной десятичной периодической дроби.

Примеры: $\frac{5}{28} = 0,17(857142)$; $\frac{2}{7} = 0,(285714)$;

$6 = 6,000\dots = 6,(0)$; $7,432 = 7,432000\dots = 7,432(0)$.

Рациональные числа

Верно и обратное утверждение:

Любую бесконечную десятичную периодическую дробь можно представить в виде обыкновенной дроби.

Примеры: $0,3333\dots = 0,(3) = \frac{1}{3};$

$$0,3181818\dots = 0,3(18) = \frac{7}{22}.$$

Рациональные числа

Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную периодическую дробь :

Пример (1 способ):

Пусть $x = 1,(23) = 1,23232323\dots$

Умножим x на 100, чтобы запятая переместилась вправо на один период:

$$\begin{array}{r} _ 100x = 123,232323\dots \\ \underline{ x = 1,232323\dots} \\ 100x - x = 122,000000\dots \end{array}$$

Т.е. $99x = 122$, откуда $x = \frac{122}{99}$

Иррациональные числа

Иррациональным числом называют бесконечную десятичную непериодическую дробь.

Термины «рациональное число», «иррациональное число» происходят от латинского слова *ratio* – разум (буквальный перевод: «рациональное число – разумное число», «иррациональное число – неразумное число»).

Примеры:

$0,1234567891011121314\dots$

$\pi \approx 3,1415926535897932\dots$

$e \approx 2,7182818284590452\dots$

$\sqrt{11} \approx 3,31662479035539\dots$

Действительные числа

- Объединение рациональных и иррациональных чисел называют действительными числами.
- Множество действительных чисел обозначают символом R .
- Любое действительное число - бесконечная десятичная дробь.

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

Домашнее задание:

1. Записать в виде бесконечной дроби

а) $\frac{5}{99}$ б) $\frac{53}{12}$

2. Представьте в виде обыкновенной дроби

а) 15,(3)

б) 2,(14)

в) 1,6(1)

Замените данные рациональные числа десятичными дробями.

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{3}{8}, \frac{2}{3}$$

Чтобы обратить смешанную периодическую дробь в обыкновенную, нужно в **числителе** обыкновенной дроби поставить **число**, равное **разности** числа, образованного цифрами, стоящими после запятой до **начала второго периода**, и числа, образованного из цифр, стоящих после запятой до **начала первого периода**;
 а в знаменателе написать цифру **9** столько раз, сколько **цифр** в **периоде**, и со **столькими нулями**, сколько цифр между **запятой** и **началом периода**.

$$0,4(6) = \frac{\quad}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

1 цифра
1 цифра

