



Уравнения материального баланса.  
Уравнение Бернулли, уравнение  
неразрывности.

# Повторение

---

Тест

# Материальный баланс

---

# Материальный баланс

## Основные положения

---

**МБ** – это инструмент, который **позволяет определить**:

- **режим разработки**
- **запасы и размер газовой шапки**
- **параметры поведения пласта** в процессе разработки
- значение **КИН**

### **В основе уравнения МБ закон сохранения массы**

В процессе добычи пластовое давление снижается, в результате чего:

- поровый объем пласта станет меньше
- нефть и связанная вода расширятся
- при снижении давления ниже давления насыщения нефть
- уменьшит объем за счет выхода растворенного газа
- свободный газ расширится
- вода будет продвигаться в пласт

**Расчет МБ основан на сравнении начальных и текущих условий состояния пласта**

# Материальный баланс

## Основные положения

---

Простейшей формой динамической модели является материальный баланс.

Материальный баланс – простая концепция, подчиняющаяся закону сохранения масс, согласно которому **извлеченный объем равен сумме изменения первоначального объема и привнесенного объема** (в пласте, например).

$$V_{\text{извлеченный}} = \Delta V_{\text{первоначальный}} + V_{\text{привнесенный}}$$

Данные, необходимые для расчета материального баланса:

- давление (замеры пластового давления)
- объемы флюидов (учет добычи нефти и воды)
- свойства флюидов (PVT)
- свойства породы

**Запомнить!** Уравнения записываются либо в пластовых условиях , либо в поверхностных

## Вспомнить

---

- Что такое объемный коэффициент? Объемный коэффициент нефти  $B_o > 1$ ? Почему?
- Что такое насыщенность ( $S_o$ ,  $S_w$  – насыщенность нефтью, водой)? Что такое  $S_{wir}$  – связанная вода?
- Что такое давление насыщения  $P_b$ ?
- Что такое  $R_s$  – содержание растворенного газа в нефти?

## Задача «Материальный баланс»

---

Пользуясь методом материального баланса, рассчитайте пластовое давление для месторождения, которое разрабатывается в течение 5 лет. Данные:

Геологические запасы	7000000 т
Накопленная добыча нефти	350000 т
Эффективная сжимаемость	0.00021 1/атм
Объёмный коэффициент нефти	1.12
Объёмный коэффициент воды	1
Начальное пластовое давление	220 атм
Плотность нефти	0.88 г/см <sup>3</sup>
Текущее пластовое давление	?

# Материальный баланс

---

## ОБОЗНАЧЕНИЯ:

$N$  – балансовые запасы нефти ( $\text{м}^3$ )

$N_p$  – накопленная добыча нефти ( $\text{м}^3$ )

$W_p$  – накопленная добыча воды ( $\text{м}^3$ )

$W_{inj}$  – накопленная закачка воды ( $\text{м}^3$ )

$W_e$  – приток воды из-за контура ( $\text{м}^3$ ) (aquifer | аквифер)

$G_p$  – накопленная добыча газа ( $\text{м}^3$ )

$B_o, B_w, B_g$  – объемный коэффициент нефти, воды, газа ( $\text{м}^3/\text{м}^3$ )

$C_o, C_w, C_f$  – сжимаемость нефти, воды, породы

$S_o, S_w$  – насыщенность нефтью, водой

$S_{wir}$  – связанная вода

$R_s$  – содержание растворенного газа в нефти

$\Delta P_r$  – изменение давления от начального пластового (атм)

$V_o, V_w, V_f$  – объем нефти, объем воды, объем пор ( $\text{м}^3$ )

Подстрочный индекс «i» обозначает начальные условия



# Материальный баланс.

## Вывод уравнения материального баланса

---

Из пласта добывается нефть ( $N_p B_o$ ), давление в пласте ( $P_r$ ) ниже начального ( $P_{ri}$ ) на  $\Delta P$ , но выше давления насыщения ( $P_b$ ), недонасыщенный пласт  $P_{ri} > P_r > P_b$ .

Если нет притока воды и нет добычи воды.

$$\text{В пластовых условиях: } V_{fi} \cdot (S_{oi} + S_{wi}) - V_f \cdot (S_o + S_w) = N_p B_o$$

$$V_{fi} \cdot (S_{oi} + S_{wi}) - V_{fi} \cdot (S_o + S_w) + V_{fi} \cdot (S_o + S_w) - V_f \cdot (S_o + S_w) = N_p B_o$$

Объем на начальный  
момент

Объем на настоящий момент

$V_f, V_{fi}$  – текущий и начальный поровые объемы компонента

$N_p$  -добытый объем нефти в поверхностных условиях

$W_i$  - закаченный объем воды в поверхностных условиях

$$V_{fi} \cdot (S_{oi} - S_o) + V_{fi} \cdot (S_{wi} - S_w) + \Delta V_f = N_p B_o$$

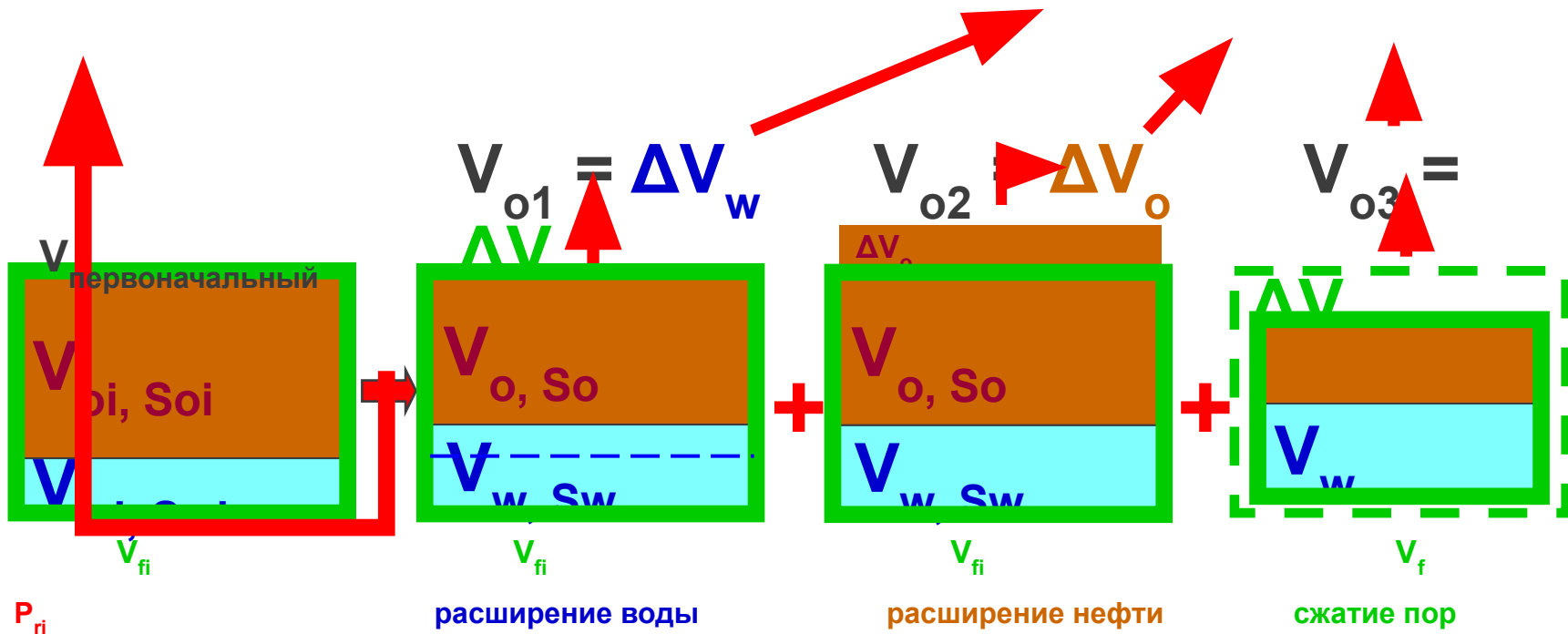
расширение компонент  
(при постоянном  
поровом объеме)

сжатие пор

# Материальный баланс.

## Вывод уравнения материального баланса

$$N_p B_o = V_{\text{извлеченный}} = \Delta V_{\text{первоначальный}} = \Delta V_w + \Delta V_o + \Delta V_f$$



# Материальный баланс.

## Вывод уравнения материального баланса

---

$$N_p B_o = \Delta V_w + \Delta V_o + \Delta V_f$$

накопленная добыча нефти равна сумме изменений объемов воды, нефти и пор

$$V_{fi} = V_{oi} / S_{oi} = V_{wi} / S_{wi} = V_o / S_o = V_w / S_w$$

Изменение объема воды  $\Delta V_w$  равно произведению объема воды  $V_w$  на сжимаемость воды  $C_w$  и на изменение давления  $\Delta P$  :

$$\Delta V_w = V_w * C_w * \Delta P$$

Объем воды  $V_w$  равен

$$V_w = V_{oi} / S_{oi} * S_w$$

в скобках сокращаем  $S_{wi}$ ,  $\Delta V_w = V_{oi} * (S_w / S_{oi}) * C_w * \Delta P$

цель математических преобразований:

выразить изменение объема воды через **начальный объем нефти** и **начальную нефтенасыщенность**

# Материальный баланс. Вывод уравнения материального баланса

---

$$N_p B_o = \Delta V_w + \Delta V_o + \Delta V_f$$

накопленная добыча нефти равна сумме изменений объемов воды, нефти и пор

Изменение объема нефти  $\Delta V_o$  равно произведению объема нефти  $V_o$  на сжимаемость нефти  $C_o$  и на изменение давления  $\Delta P$ :

$$\Delta V_o = V_o * C_o * \Delta P$$

Объем нефти  $V_o$  равен произведению начального объема нефти  $V_{oi}$  на коэффициент изменения насыщенности нефти  $S_o / S_{oi}$ :

$$V_o = V_{oi} * (S_o / S_{oi})$$

Следовательно,

$$\Delta V_o = V_{oi} * (S_o / S_{oi}) * C_o * \Delta P$$

# Материальный баланс. Вывод уравнения материального баланса

---

$$N_p B_o = \Delta V_w + \Delta V_o + \Delta V_f$$

накопленная добыча нефти равна сумме изменений объемов воды, нефти и пор

Изменение объема пор  $\Delta V_f$  равно произведению начального объема пор  $V_{fi}$  на сжимаемость породы  $C_f$  и на изменение давления  $\Delta P$  :

$$\Delta V_f = V_{fi} * C_f * \Delta P$$

Начальный объем пор  $V_{fi}$  можно выразить как отношение начального объема нефти  $V_{oi}$  к начальной нефтенасыщенности  $S_{oi}$  :

$$V_{fi} = V_{oi} / S_{oi}$$

Следовательно,

$$\Delta V_f = V_{oi} / S_{oi} * C_f * \Delta P$$

# Материальный баланс.

## Вывод уравнения материального баланса

$$N_p B_o = \Delta V_w + \Delta V_o + \Delta V_f$$

накопленная добыча нефти равна сумме изменений объемов воды, нефти и пор

$$\Delta V_w = V_{oi} * S_w / S_{oi} * C_w * \Delta P$$

$$\Delta V_o = V_{oi} * S_o / S_{oi} * C_o * \Delta P$$

$$\Delta V_f = V_{oi} / S_{oi} * C_f * \Delta P$$

$$N_p B_o = (V_{oi} / S_{oi} * C_f * \Delta P) + (V_{oi} * S_o / S_{oi} * C_o * \Delta P) + (V_{oi} * S_w / S_{oi} * C_w * \Delta P)$$

из всех трех скобок вынесем  $V_{oi} * \Delta P$

$$N_p B_o = V_{oi} \Delta P * (C_f / S_{oi} + C_o S_o / S_{oi} + C_w S_w / S_{oi})$$

$$N_p B_o = V_{oi} * \Delta P * ((C_f + C_o S_o + C_w S_w) / S_{oi})$$

Определим  $C_e = (C_f + C_o S_o + C_w S_w) / S_{oi}$ , (эффективная сжимаемость).

Начальный объем нефти  $V_{oi}$  равен произведению запасов нефти  $N$  на

начальный объемный коэффициент нефти  $B_{oi}$ ,  $V_{oi} = N * B_{oi}$ .

$$N_p B_o = N * B_{oi} * \Delta P * C_e$$

- **Недонасыщенный пласт** – давление в пласте выше давления насыщения ( $P_r > P_b$ )

- **Нет притока воды и нет добычи воды**

При этих условиях уравнение материального баланса имеет следующий вид:

$$N_p V_o = N * V_{oi} * \Delta P * C_e$$

## Ответ в задаче

---



# Материальный баланс.

## Вывод уравнения материального баланса

---

- **Недонасыщенный пласт** – давление в пласте выше давления насыщения ( $P_r > P_b$ )
- **В пласт есть приток воды** (закачка и приток из законтурной области - аквифер), из пласта добывается нефть и вода

При этих условиях в уравнении материального баланса необходимо учитывать компоненту «закачанная и подтянутая вода, оставшаяся в рассматриваемом пласте»:

$$W_e + (W_{inj} - W_p) * B_w$$

уравнение материального баланса принимает следующий вид:

$$N_p B_o = N * B_{oi} * \Delta P * C_e + W_e + (W_{inj} - W_p) * B_w$$

# Материальный баланс. Вывод уравнения материального баланса

---

**Насыщенный пласт – давление в пласте ниже**

**давления насыщения ( $P_r < P_b$ ), из нефти выделяется газ**

**Ниже давления насыщения в уравнении материального**

**баланса необходимо учитывать расширение свободного газа**

**выделившегося из нефти.**

$$C_e = (C_f + C_o S_o + C_w S_w) / S_{oi} = C_o S_o / S_{oi} + (C_f + C_w S_w) / (1 - S_{wi})$$

**Расширение нефти запишем в явном виде (не через сжимаемость). При этих условиях уравнение материального баланса выглядит так:**

$$\begin{aligned} & N_p B_o + G_p B_g - N_p R_s B_g = \\ & = N(B_o - B_{oi} + (R_{si} - R_s) B_g) + N B_{oi} \Delta P (C_w S_w + C_f) / (1 - S_{wi}) + \\ & + W_e + (W_{inj} - W_p) B_w + G_{inj} B_g \end{aligned}$$

# Уравнение Бернулли

---

# Уравнение Бернулли

**Закон (уравнение) Бернулли** является следствием [закона сохранения энергии](#) для стационарного потока [идеальной](#) (то есть без внутреннего трения) несжимаемой жидкости:

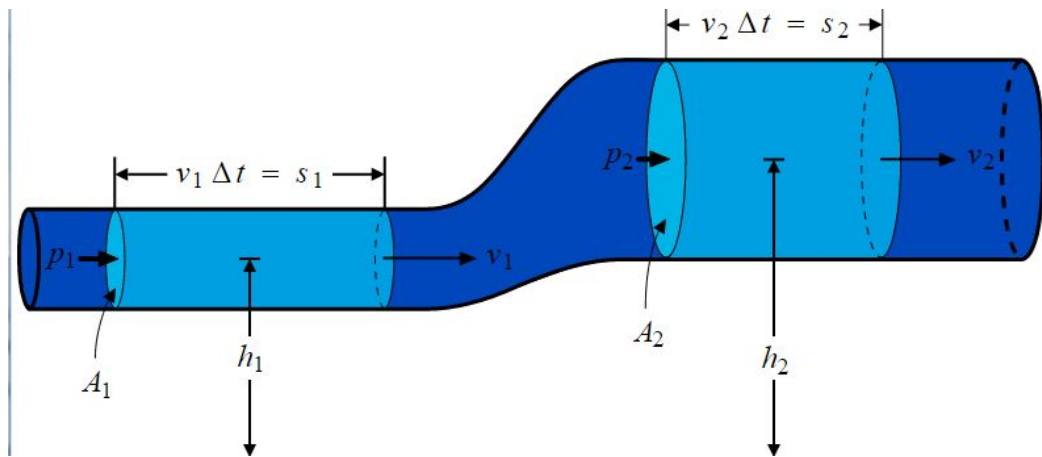
$$\underbrace{\frac{\rho v^2}{2}}_{\text{Кинетическая энергия}} + \underbrace{\rho g h + P}_{\text{Потенциальная энергия}} = \text{const}$$

Кинетическая энергия  
Потенциальная энергия

$v$  – скорость потока

$\rho$  – плотность жидкости

$P$  – давление



# Уравнение неразрывности

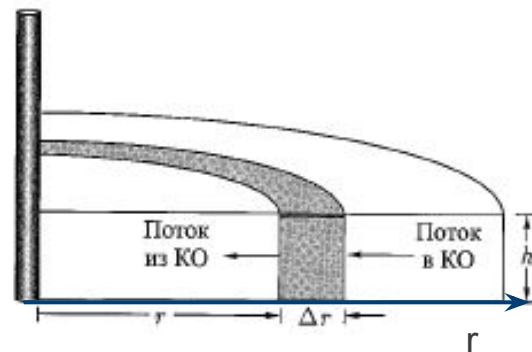
$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \text{масса жидкости} \\ \text{в КО при } t + \Delta t \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{масса жидкости} \\ \text{в КО при } t \end{array} \right\} \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \text{масса жидкости, поступающая} \\ \text{в КО за } \Delta t \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{масса жидкости, покидающая} \\ \text{в КО за } \Delta t \end{array} \right\} \end{aligned}$$

$$\frac{\varphi\rho|_{r+\Delta r} - \varphi\rho|_r}{\Delta t} = \frac{1}{2\pi r h} \frac{[-q\rho|_{r+\Delta r} + q\rho|_r]}{\Delta r}$$

$$q = 2\pi r h u$$

$$\frac{\Delta(\varphi\rho)}{\Delta t} = \frac{1}{r} \frac{\Delta(\rho u r)}{\Delta r}$$

уравнение неразрывности



КО – кольцевая область

После этой лекции я должен знать

---

1. **Что такое материальный баланс (концепция)**
2. **В каких условиях записываются извлеченные и пластовые объемы компонент**
3. **Уравнение материального баланса для случая недонасыщенного пласта с учетом добычи нефти, воды, закачки воды и притока законтурной воды**
4. **Уравнение Бернулли**
5. **Уравнение неразрывности**