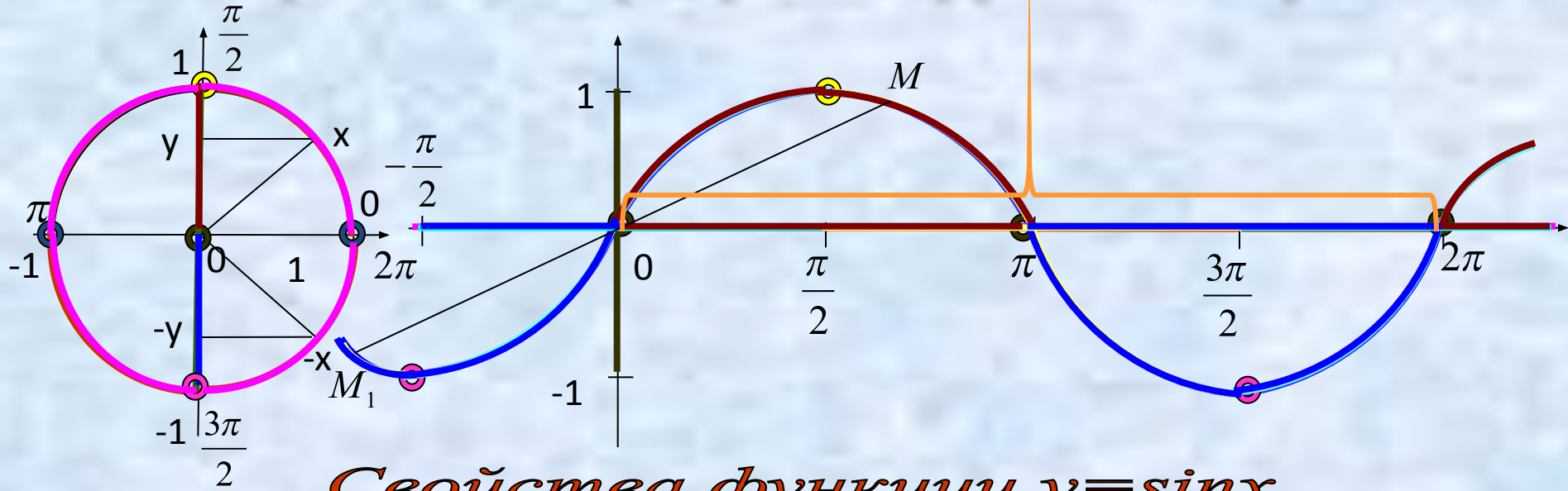


Тригонометрические
функции,
их свойства и графики

Построение графика функции $y = \sin x$



Свойства функции $y = \sin x$

1) $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2) $E(y) = [-1; 1]$

3) $T = 2\pi$

4) Функция нечетная

а) $D(y)$ симметрична относительно точки O

б) $y(-x) = -y(x)$

5) $y = 0$ при $x = \pi n$

6) $y_{\text{наиб.}} = 1$ при $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$

7) $y_{\text{наим.}} = -1$ при $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$

8) монотонность

а) функция \uparrow на $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$

б) функция \downarrow на $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$

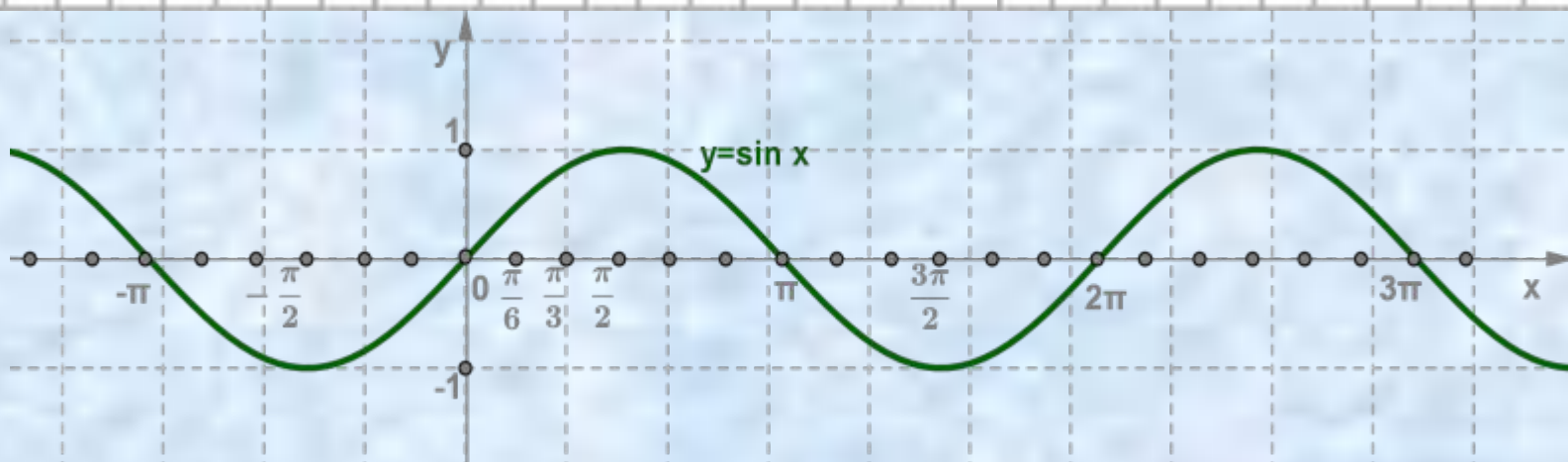
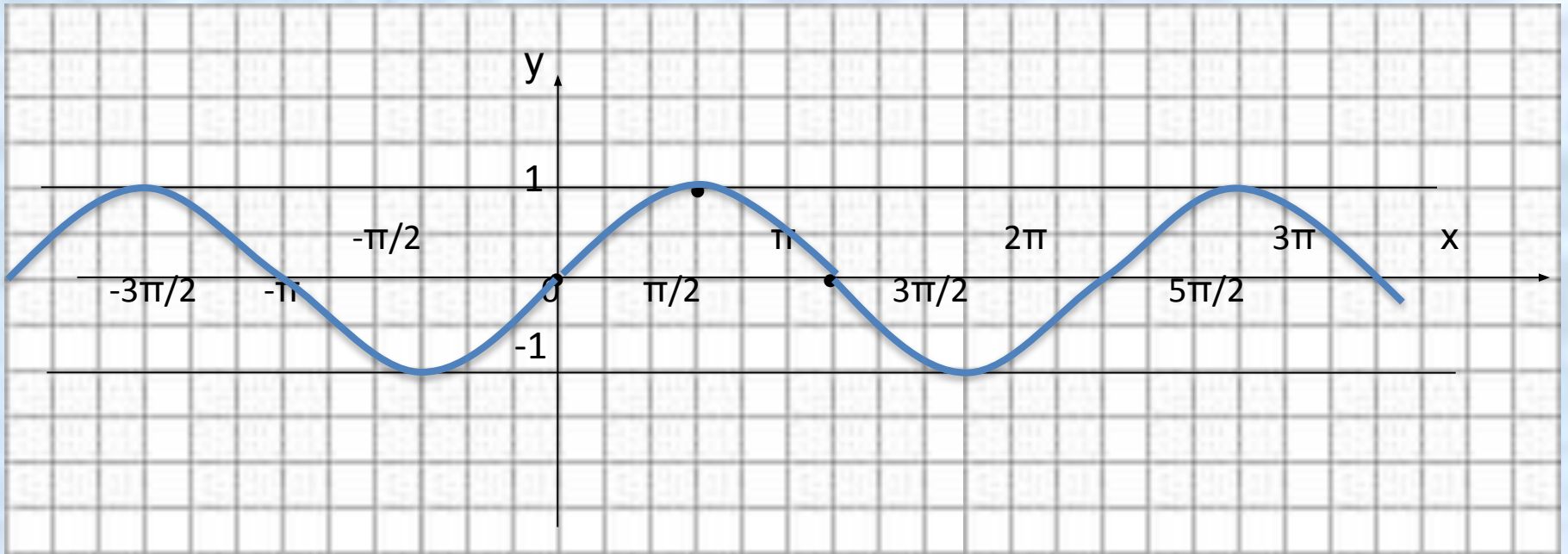
9) промежутки знакопостоянства

а) $y > 0$ на $(2\pi n; \pi + 2\pi n)$

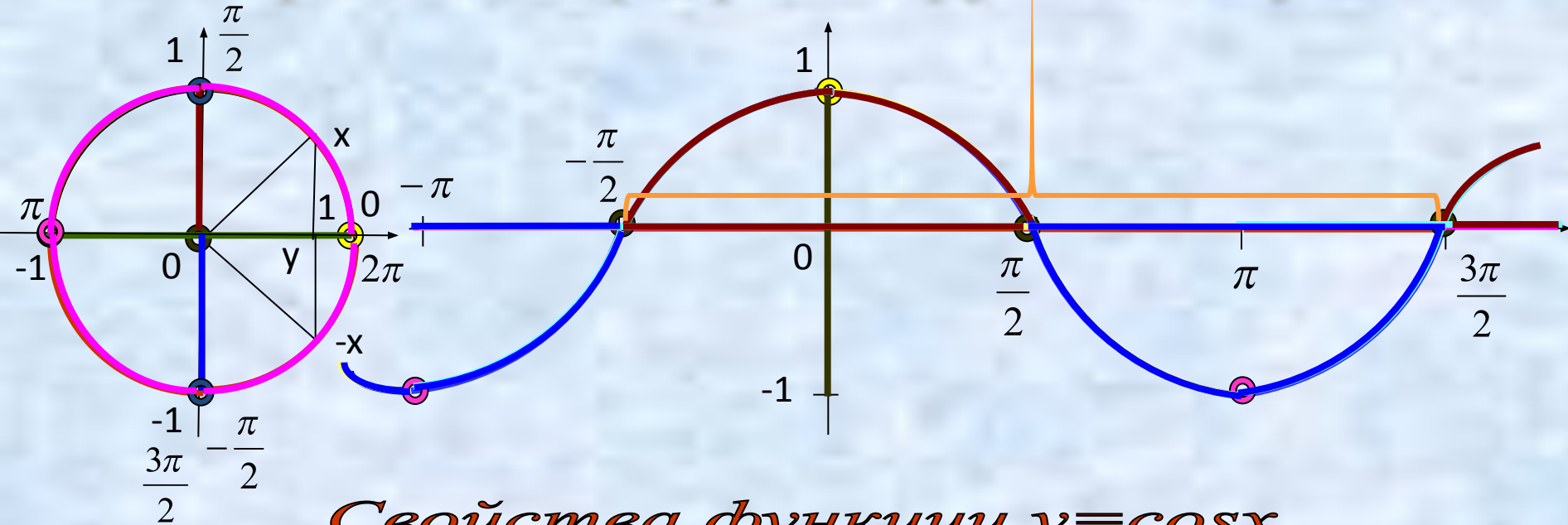
б) $y < 0$ на $(\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n)$

$n \in Z$

Синусоида



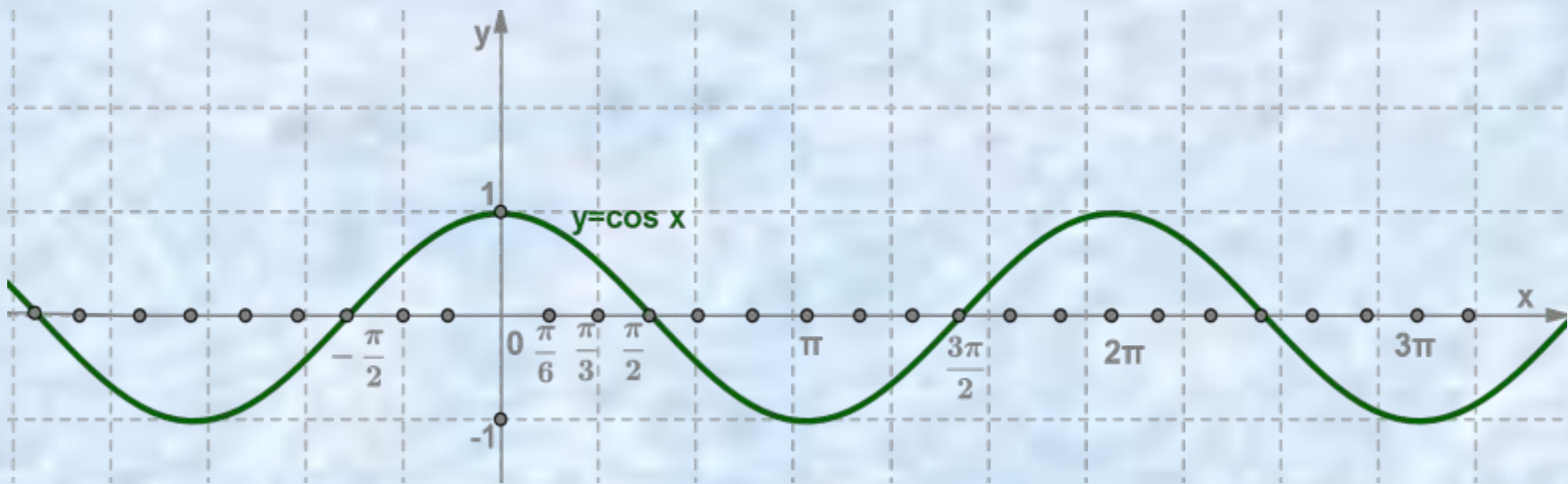
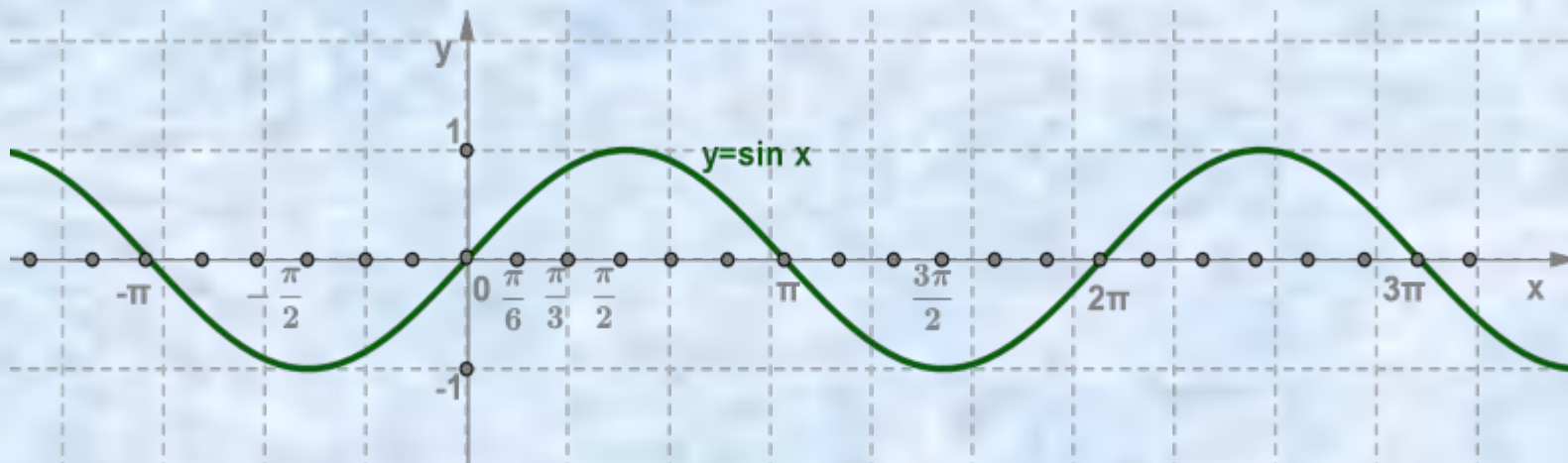
Построение графика функции $y = \cos x$

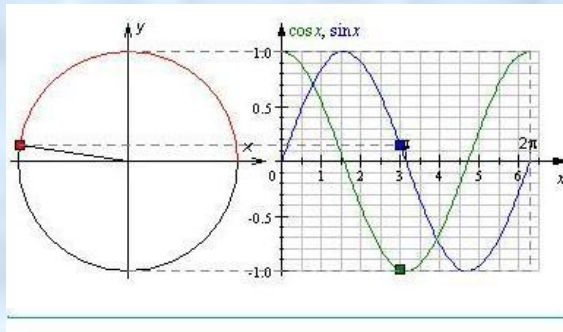


Свойства функции $y = \cos x$

- 1) $D(y) = (-\infty; +\infty)$
- 2) $E(y) = [-1; 1]$
- 3) Периодичность: $T = 2\pi$
- 4) Функция четная
 - а) $D(y)$ симметрична относительно оси OY
 - б) $y(-x) = y(x)$
- 5) $y = 0$ при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$
- 6) $y_{\text{наиб.}} = 1$ при $x = 2\pi n$
- 7) $y_{\text{наим.}} = -1$ при $x = \pi + 2\pi n$

- 8) монотонность:
 - а) функция \uparrow на $[-\pi + 2\pi n; 2\pi n]$
 - б) функция \downarrow на $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$
 - 9) промежутки знакопостоянства:
 - а) $y > 0$ на $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$
 - б) $y < 0$ на $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$
- $n \in \mathbb{Z}$





Преобразование графиков функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$

Параллельный перенос вдоль оси

Параллельный перенос вдоль оси OY

Параллельный перенос вдоль оси

Параллельный перенос вдоль оси OX

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OY

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OY

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OY

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OX

Параллельный перенос вдоль оси OY

$$y=f(x) \longrightarrow y=f(x)+b$$

$$y = \sin x + 2$$

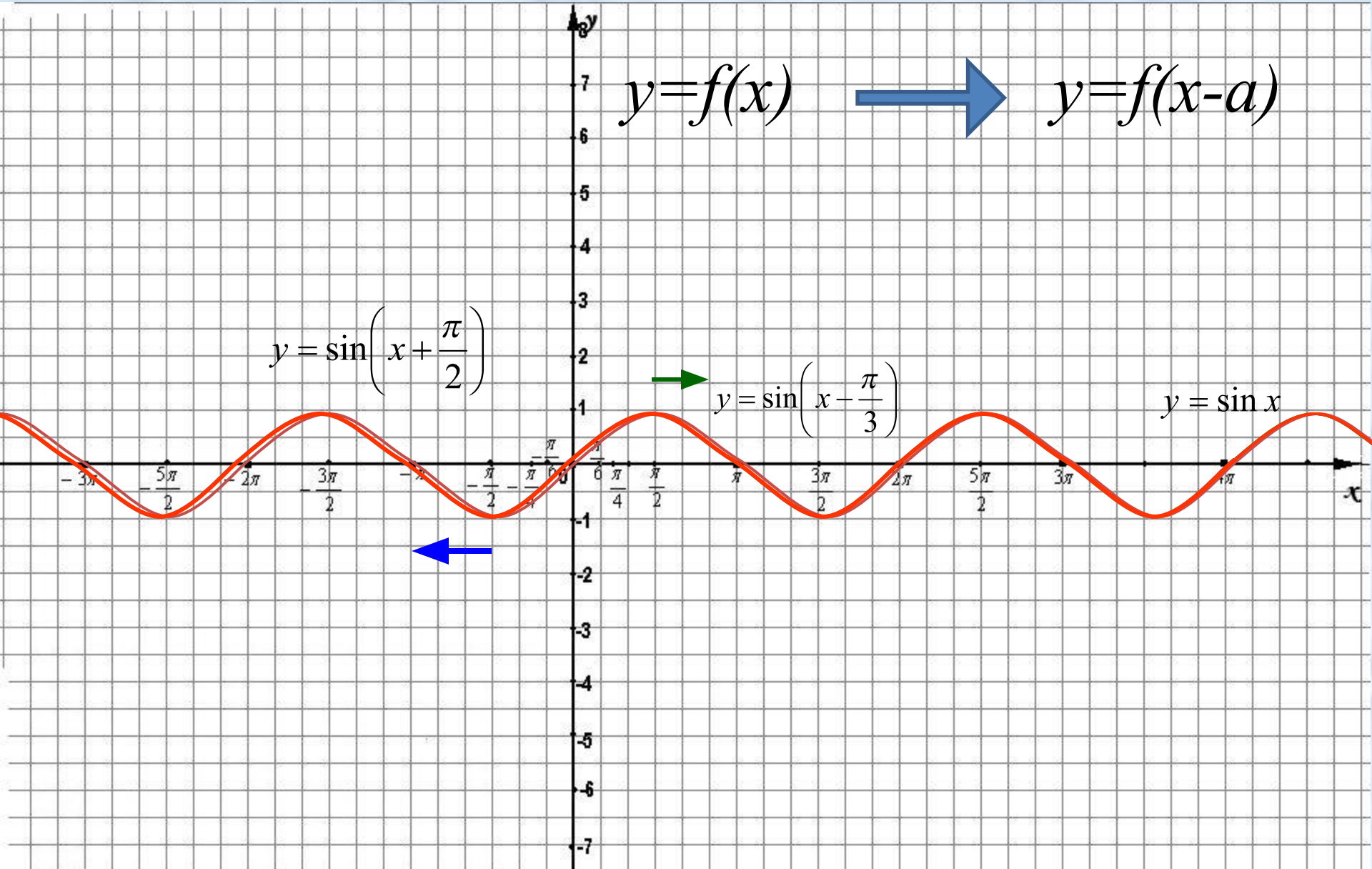
$$y = \sin x$$

$$y = \sin x - 3$$



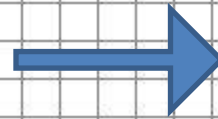
Параллельный перенос вдоль оси OX

$$y=f(x) \longrightarrow y=f(x-a)$$

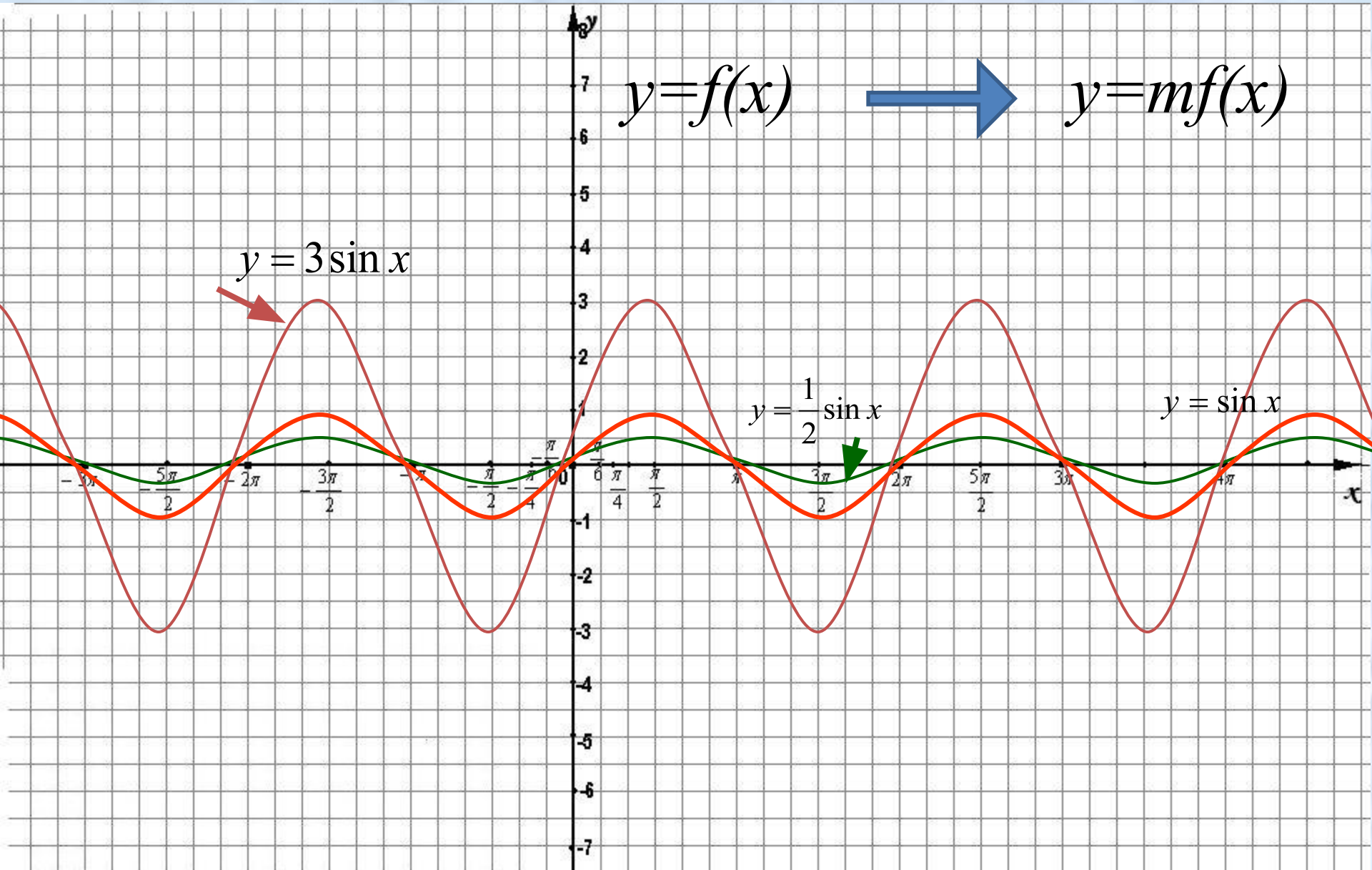


Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OY

$$y=f(x)$$

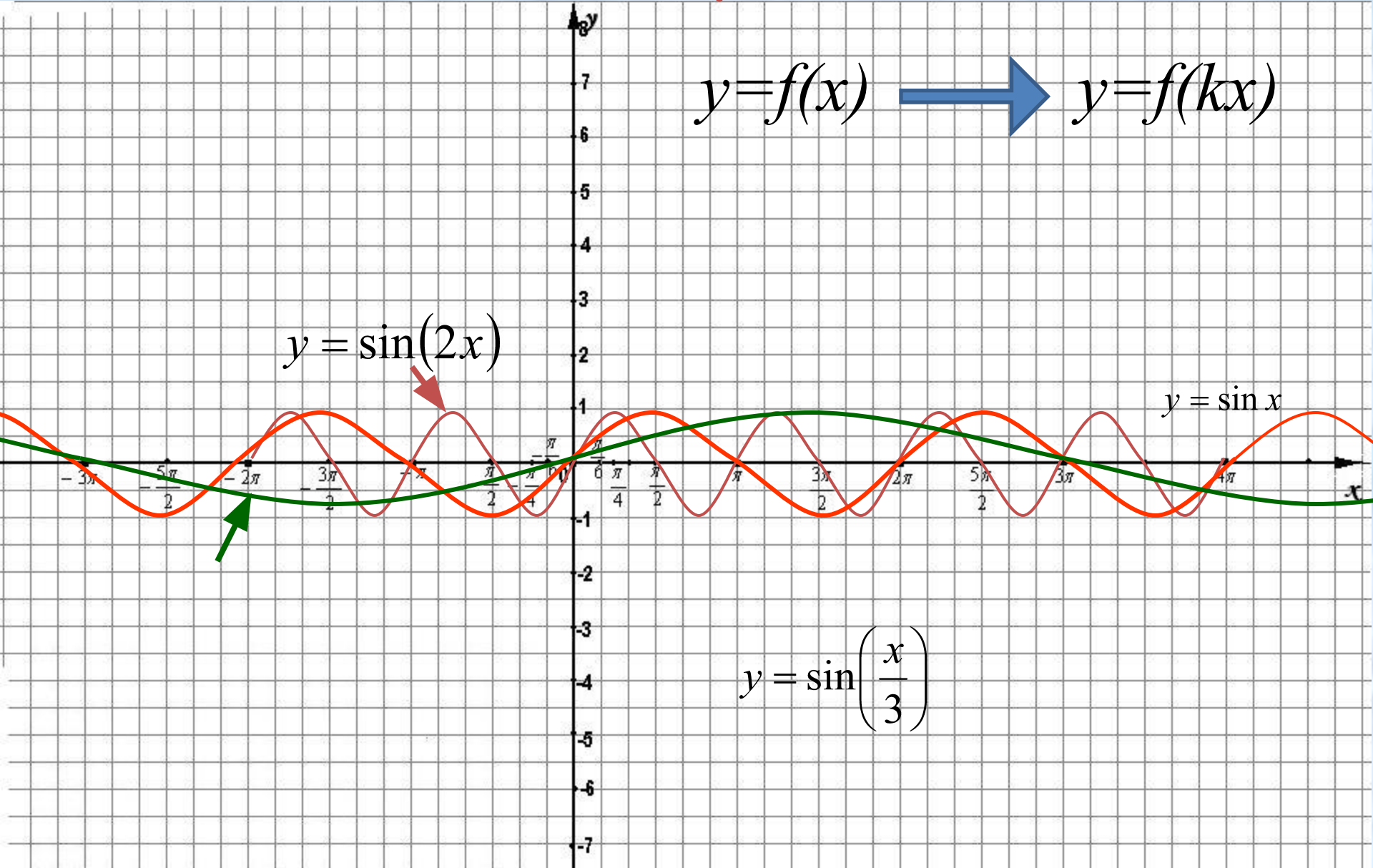


$$y=mf(x)$$



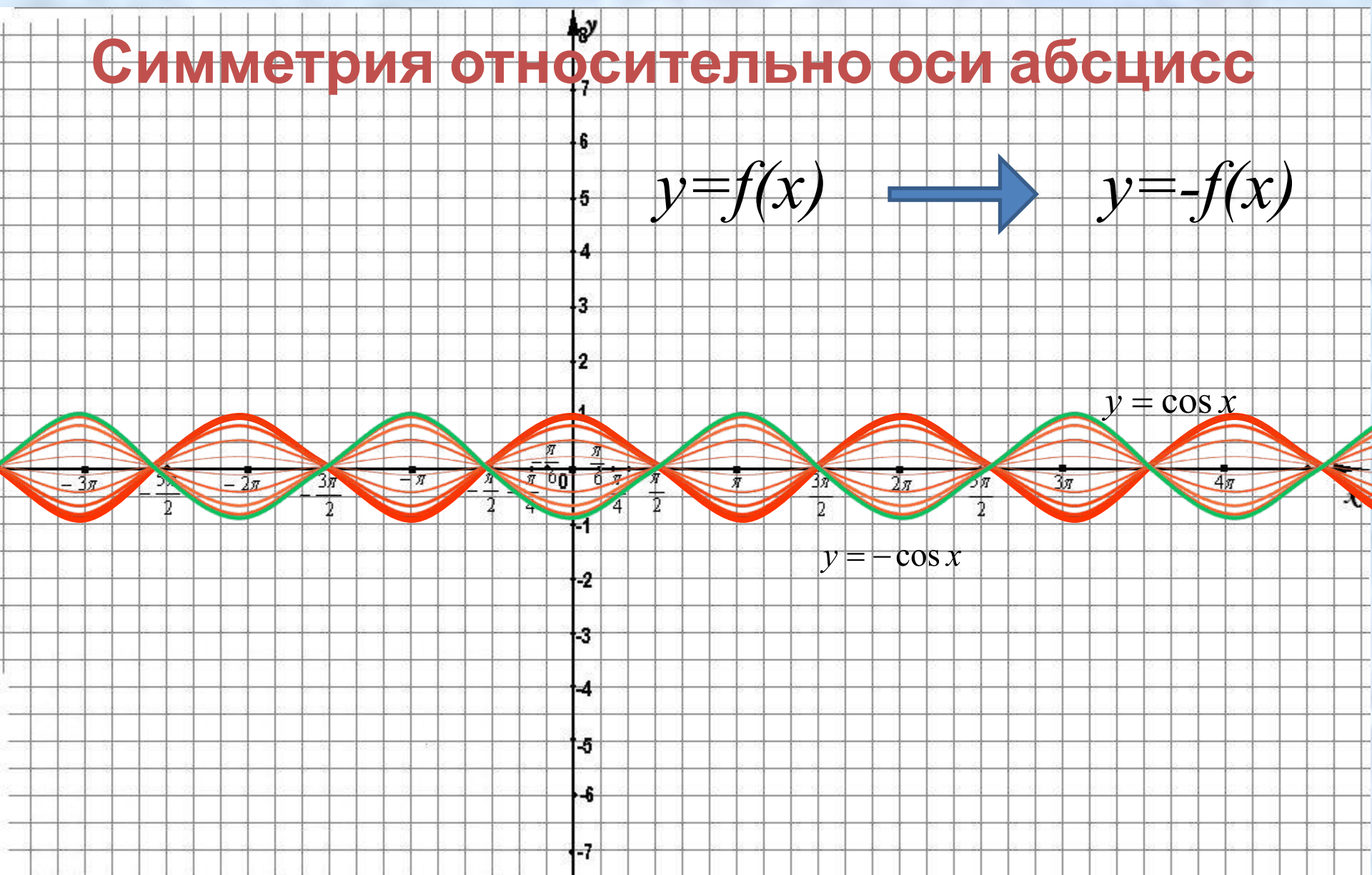
Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси Ox

$$y=f(x) \longrightarrow y=f(kx)$$



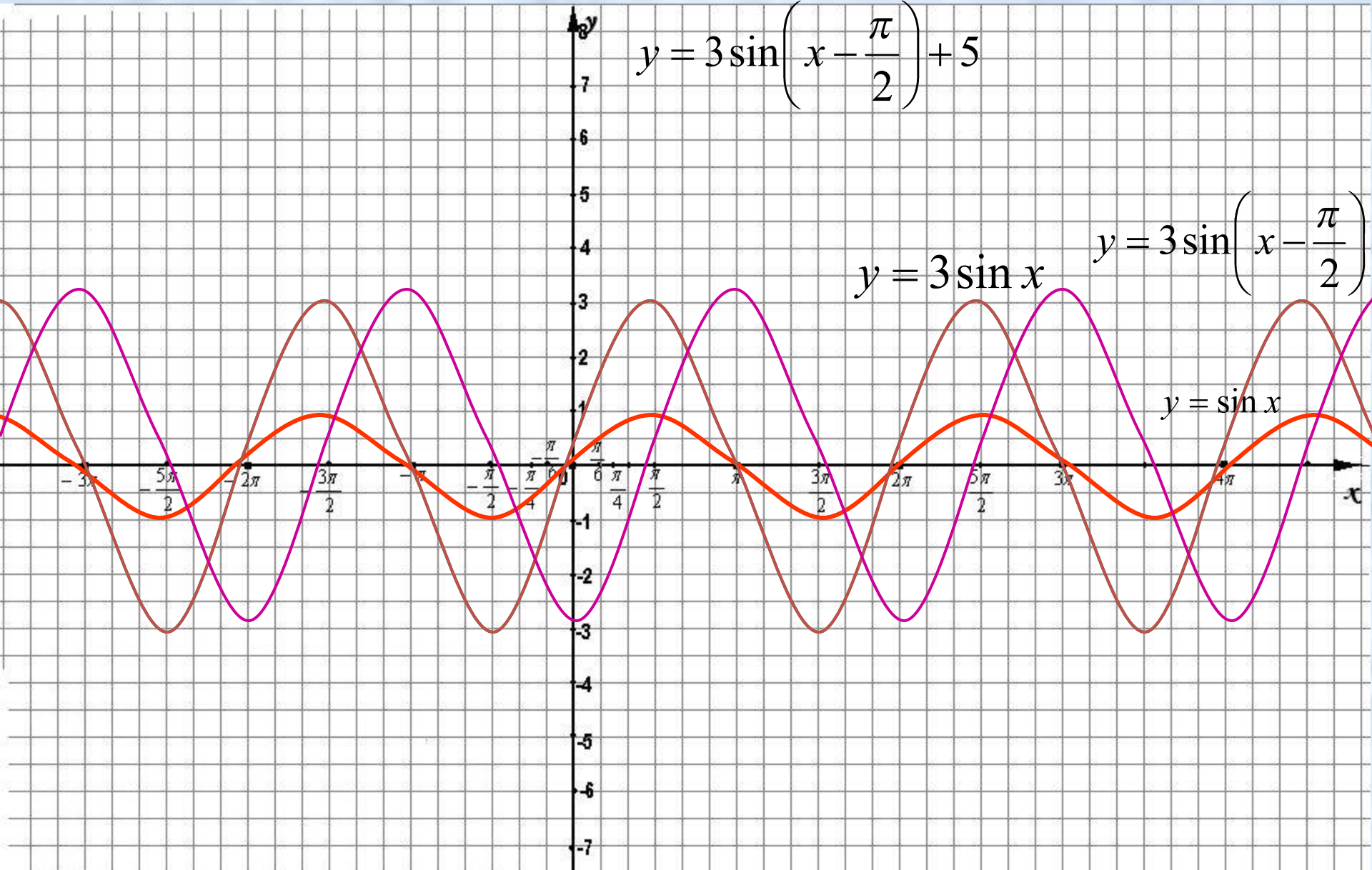
Симметрия относительно оси абсцисс

$$y=f(x) \longrightarrow y=-f(x)$$



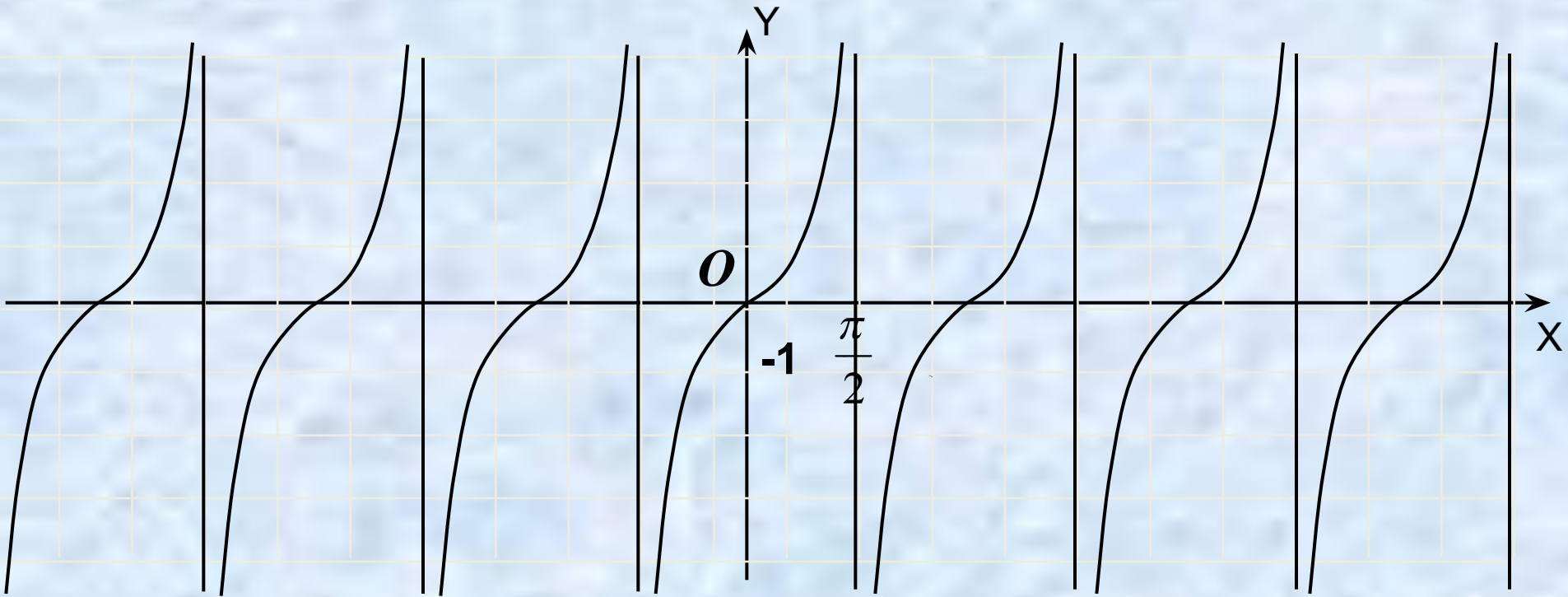
Построить график функции

$$y = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 5$$



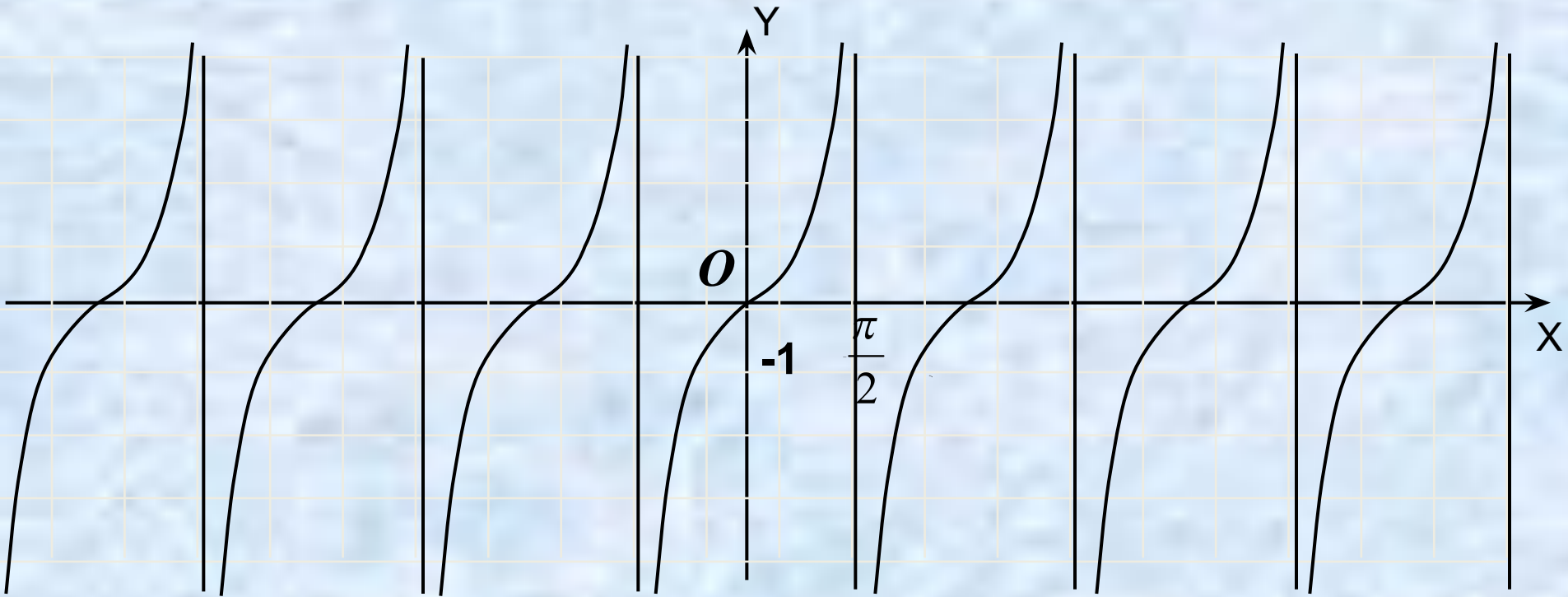
Построение графика функции

$$y = \operatorname{tg} x$$



$$y = \operatorname{tg} x \quad y = \operatorname{tg} 2x \quad y = \operatorname{tg} \frac{1}{2} x$$

Смещение графика $y = \operatorname{tg} x$



$$y = \operatorname{tg} x \quad y = \operatorname{tg} x + 1 \quad y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$$

Свойства графика функции

$$y = \operatorname{tg} x$$

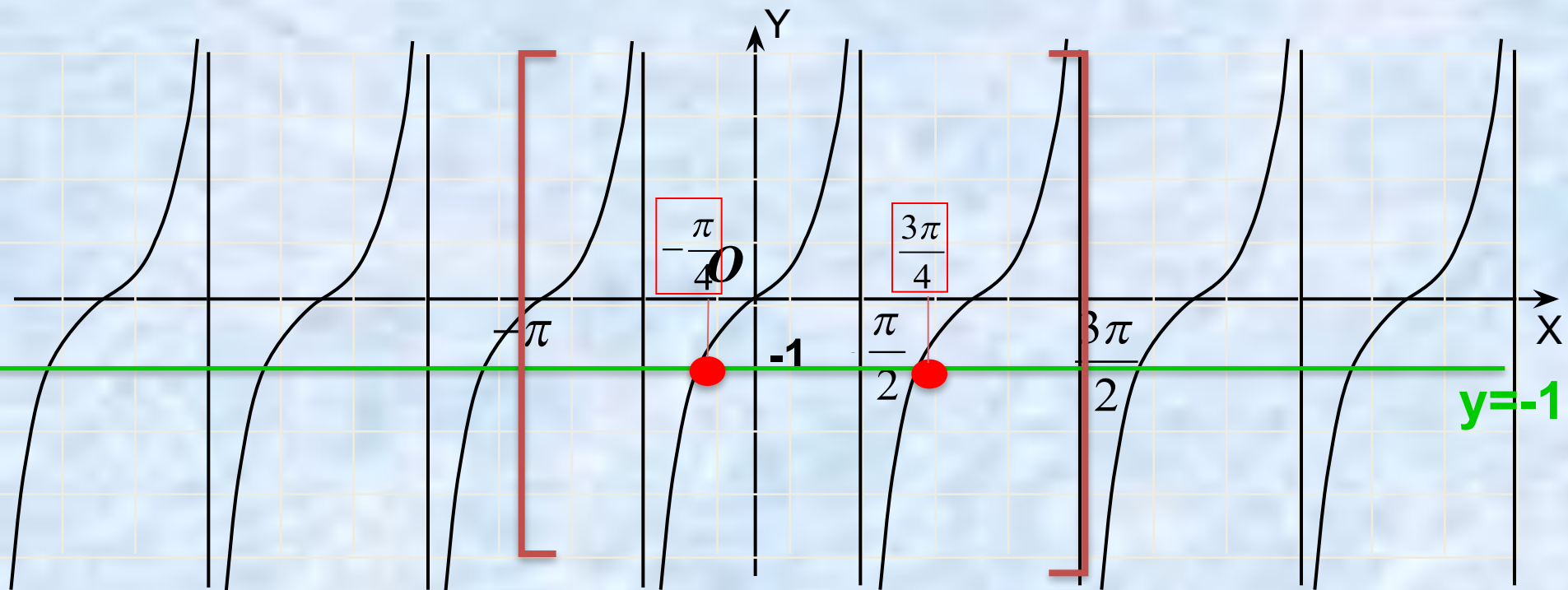
1. Область определения: $x \neq \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
2. Множество значений: $y \in (-\infty; \infty)$
3. Функция периодическая $T = \pi$
4. Функция нечетная
5. $y = 0$, при $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$
6. $y > 0$, при $x \in (\pi n; \pi/2 + \pi n), n \in \mathbb{Z}$
7. $y < 0$, при $x \in (-\pi/2 + \pi n; \pi n), n \in \mathbb{Z}$
8. Функция возрастает на интервалах: $(-\pi/2 + \pi n; \pi/2 + \pi n), n \in \mathbb{Z}$

Решение уравнений при помощи графика функции $y = \operatorname{tg} x$

Найти корни уравнения $\operatorname{tg} x = -1$ на промежутке $[-\pi; 3\pi/2]$

$y = \operatorname{tg} x$

$y = -1$



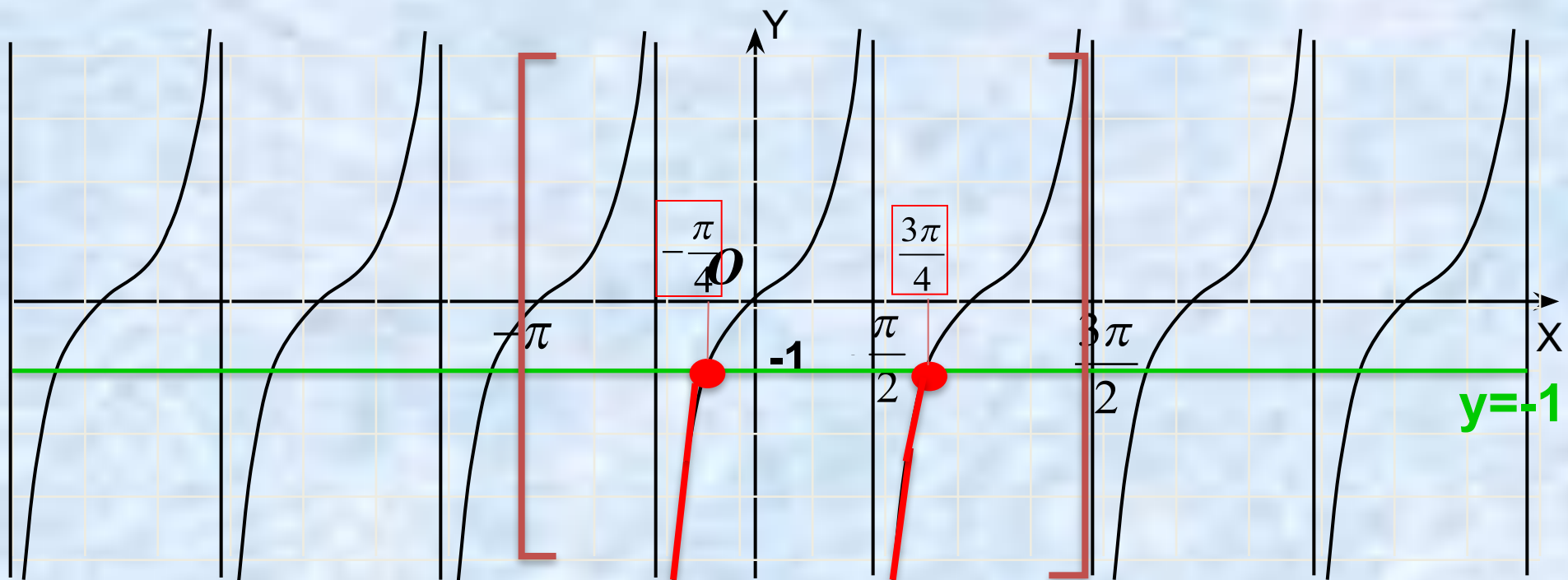
Ответ: $-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$

Решение неравенств при помощи графика функции $y = \operatorname{tg} x$

Найти решения неравенства $\operatorname{tg} x < -1$ на промежутке $[-\pi; 3\pi/2]$

$y = \operatorname{tg} x$

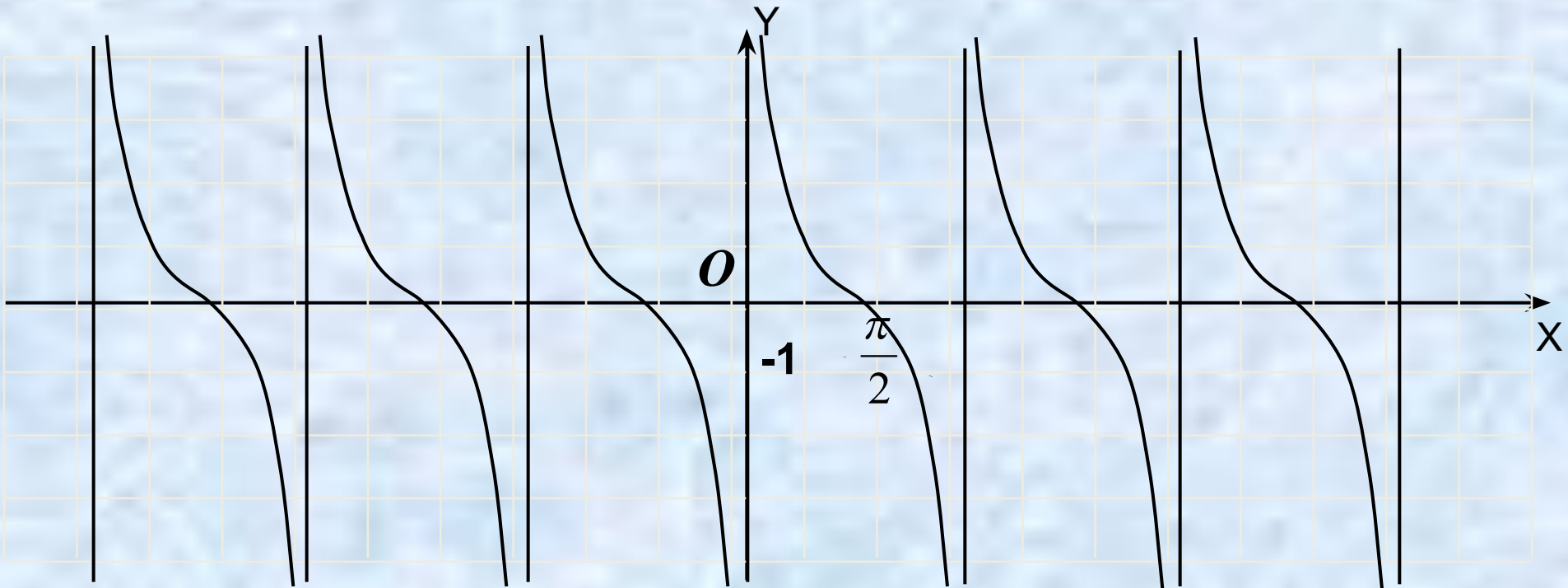
$y = -1$



Ответ: $(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}) \cup (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4})$

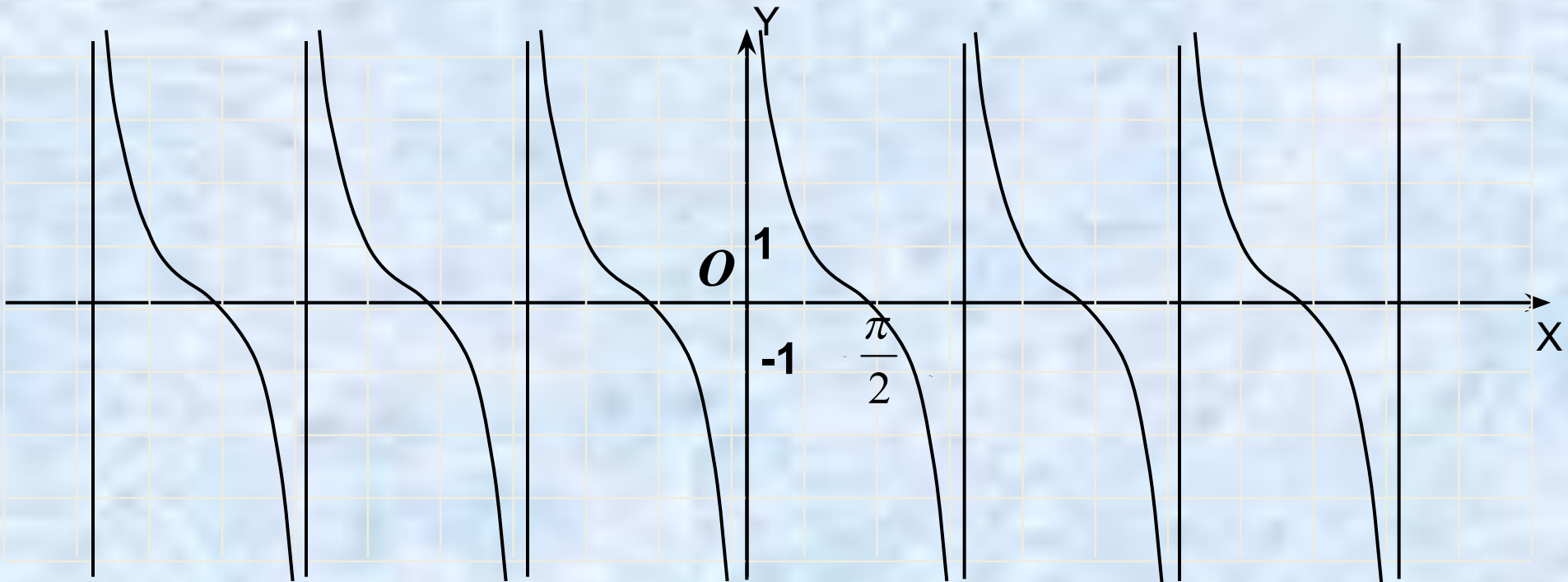
Построение графика функции

$$y = \operatorname{ctg} x$$



$$y = \operatorname{ctg} x \quad y = \operatorname{ctg} 2x \quad y = \operatorname{ctg} \frac{1}{2} x$$

Смещение графика $y = \text{ctg} x$



$$y = \text{ctg} x \quad y = \text{ctg} x + 1 \quad y = \text{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$$

Свойства графика функции $y = \text{ctg } x$

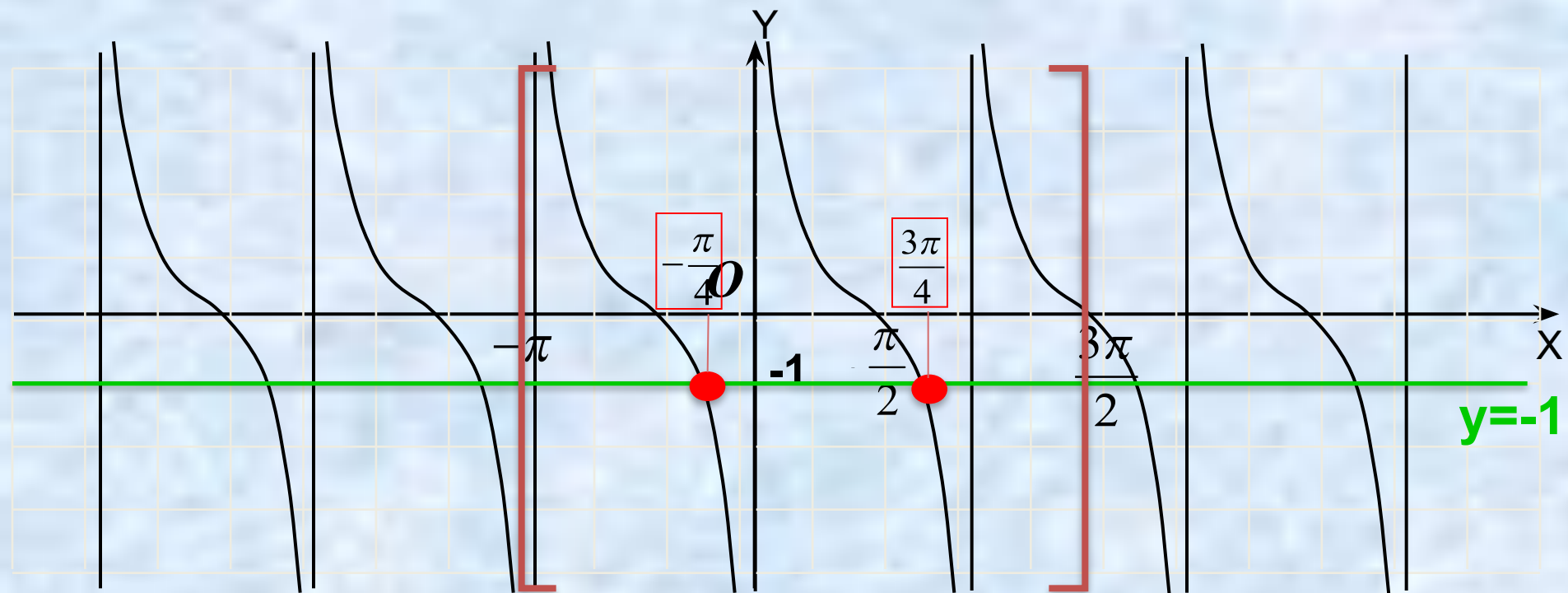
1. Область определения: $x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$
2. Множество значений: $y \in (-\infty; \infty)$
3. Функция периодическая $T = \pi$
4. Функция нечетная
5. $y = 0$, при $x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
6. $y > 0$, при $x \in (0 + \pi n; \pi/2 + \pi n), n \in \mathbb{Z}$
7. $y < 0$, при $x \in (-\pi/2 + \pi n; 0 + \pi n), n \in \mathbb{Z}$
8. Функция убывает на интервалах $(\pi n; \pi + \pi n), n \in \mathbb{Z}$

Решение уравнений при помощи графика функции $y = \text{ctg } x$

Найти корни уравнения $\text{ctg } x = -1$ на промежутке $[-\pi; 3\pi/2]$

$y = \text{ctg } x$

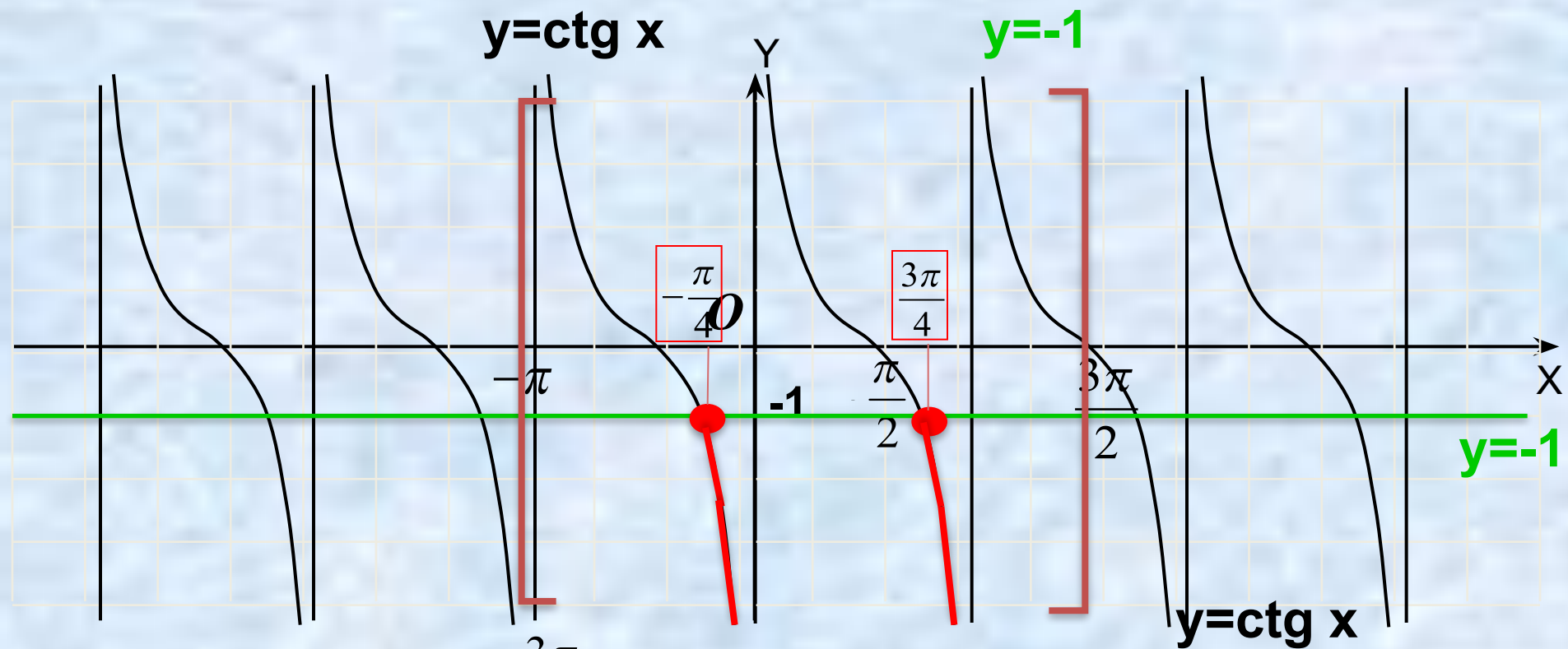
$y = -1$



Ответ: $-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$

Решение неравенств при помощи графика функции $y = \text{ctg } x$

Найти решения неравенства $\text{ctg } x < -1$ на промежутке $[-\pi; 3\pi/2]$



Ответ: $(-\frac{\pi}{4}; 0); (\frac{3\pi}{4}; \pi)$

Домашнее задание

Постройте самостоятельно графики функций:

$$1. y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right);$$

$$2. y = \sin x + 2,5;$$

$$3. y = 3 \sin x$$

$$4. y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2.$$