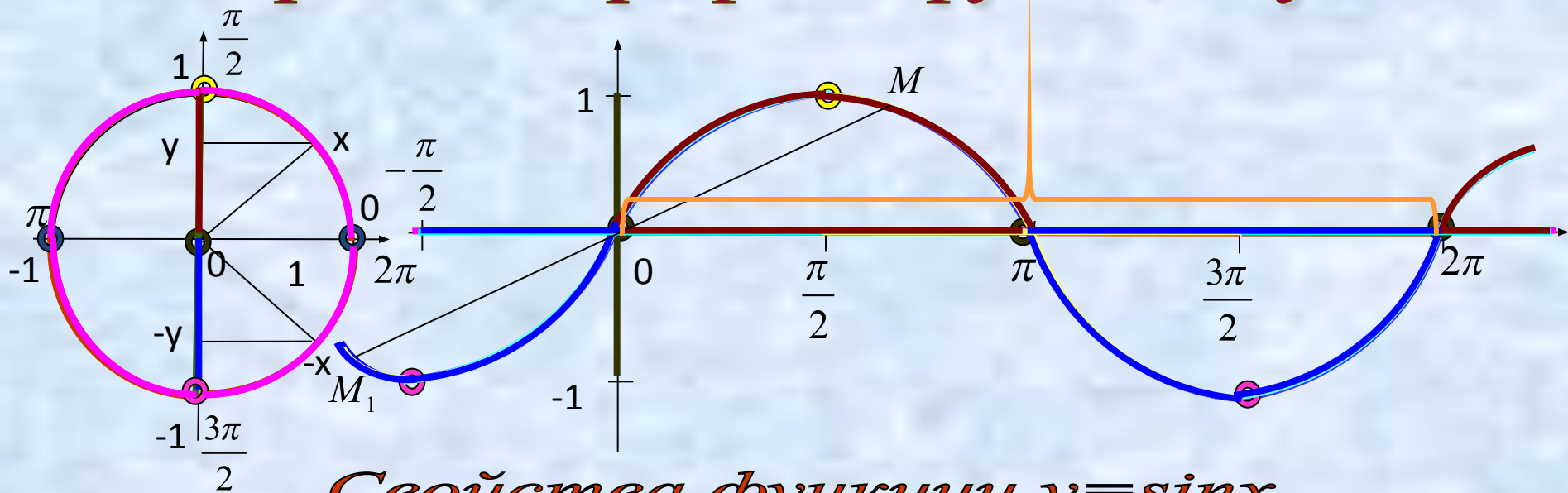


Тригонометрические  
функции,  
*их свойства и графики*

# Построение графика функции $y = \sin x$



## Свойства функции $y = \sin x$

1)  $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2)  $E(y) = [-1; 1]$

3)  $T = 2\pi$

4) Функция нечетная

а)  $D(y)$  симметрична относительно точки  $O$

б)  $y(-x) = -y(x)$

5)  $y = 0$  при  $x = \pi n$

6)  $y_{\text{наиб.}} = 1$  при  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$

7)  $y_{\text{наим.}} = -1$  при  $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$

8) монотонность

а) функция  $\uparrow$  на  $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$

б) функция  $\downarrow$  на  $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$

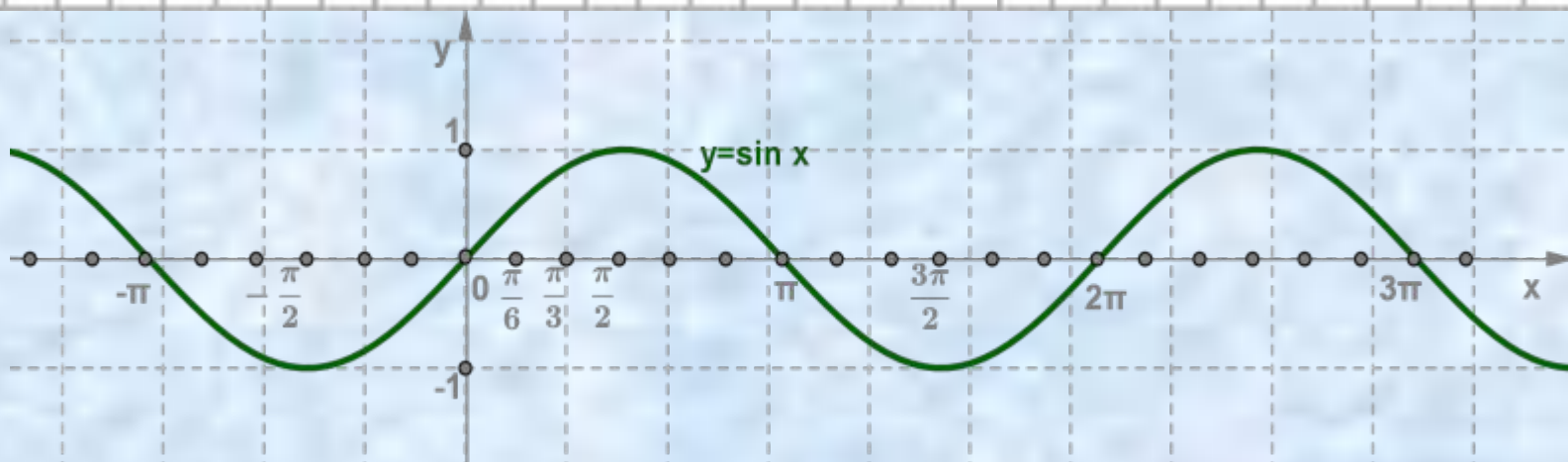
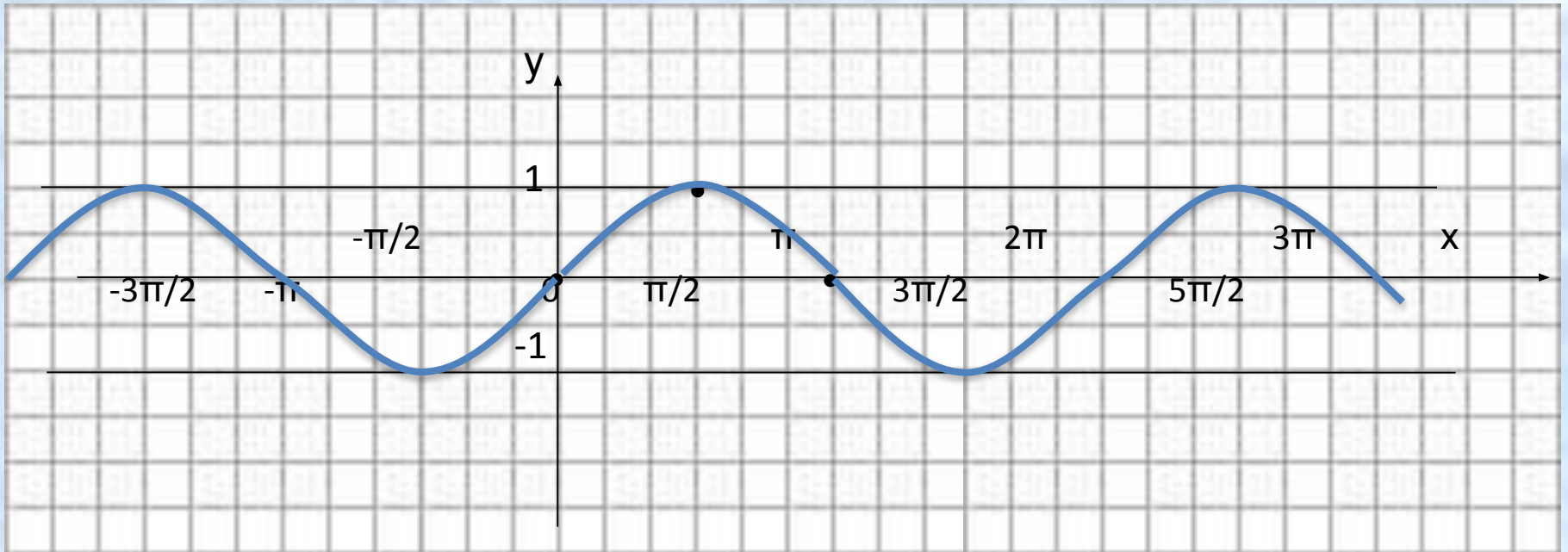
9) промежутки знакопостоянства

а)  $y > 0$  на  $(2\pi n; \pi + 2\pi n)$

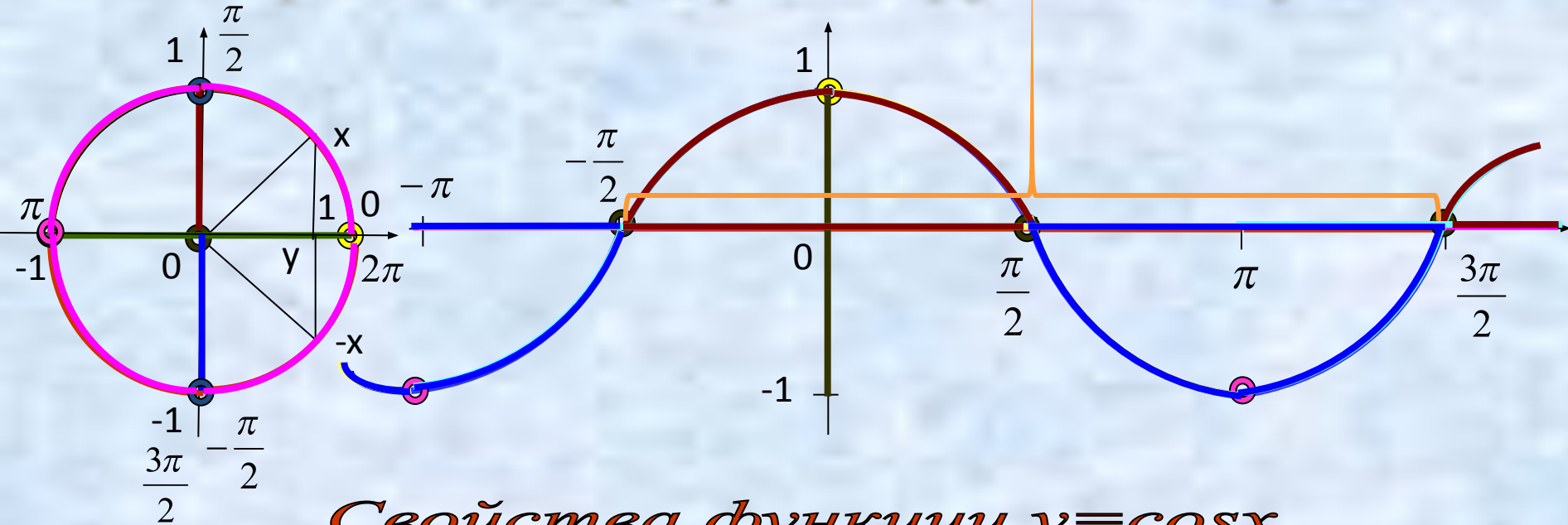
б)  $y < 0$  на  $(\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n)$

$n \in Z$

# Синусоида



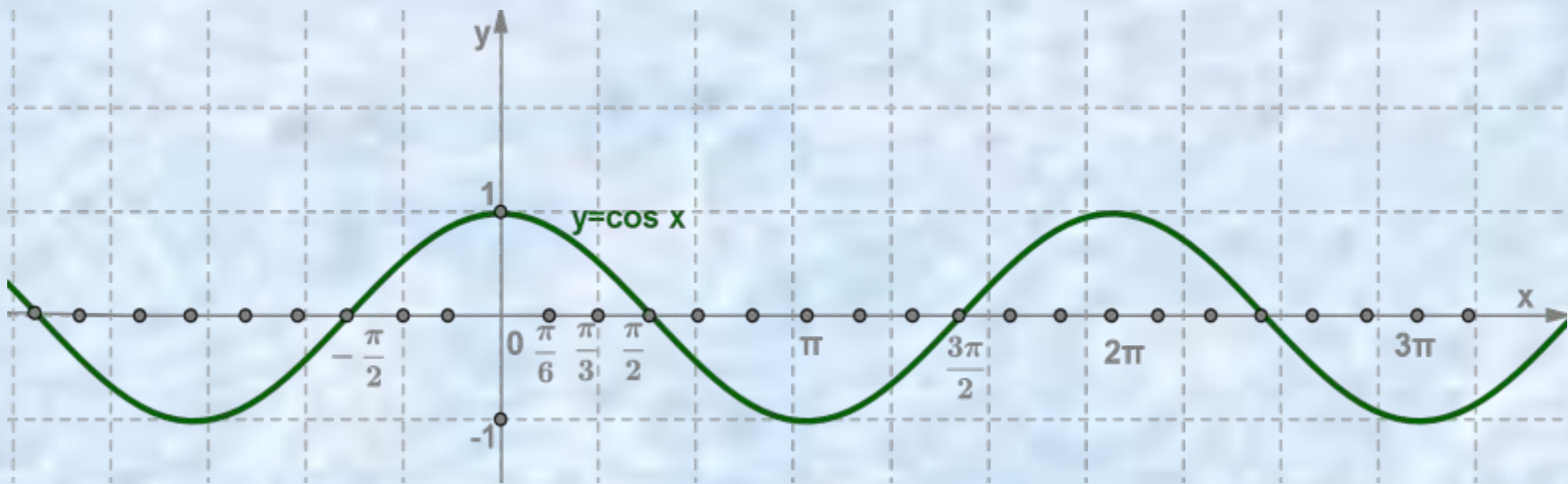
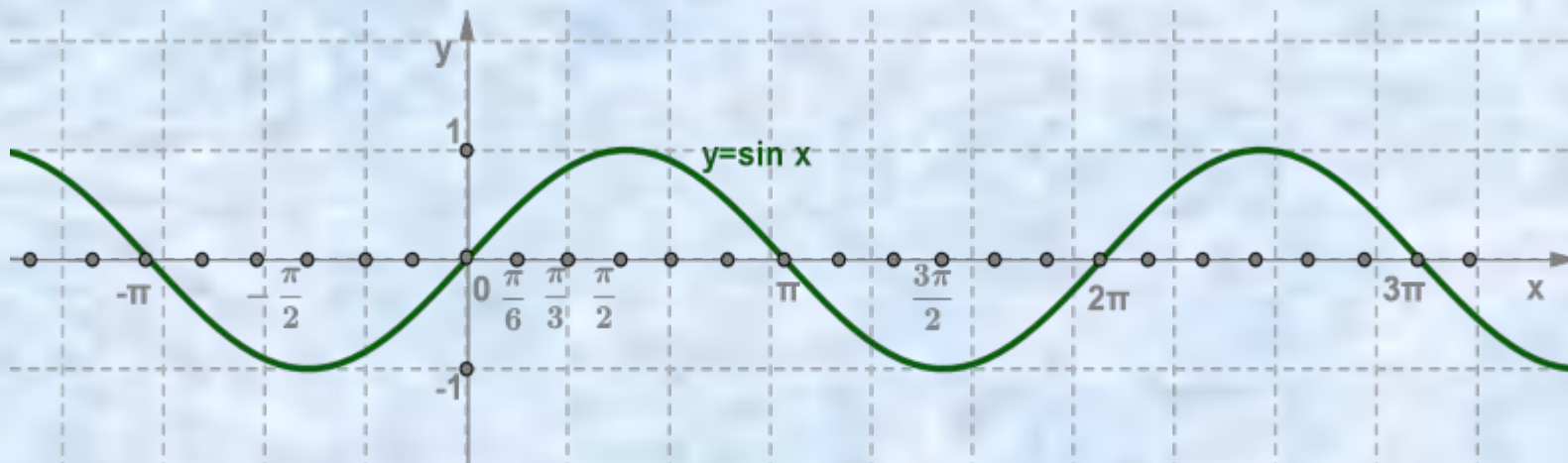
# Построение графика функции $y = \cos x$

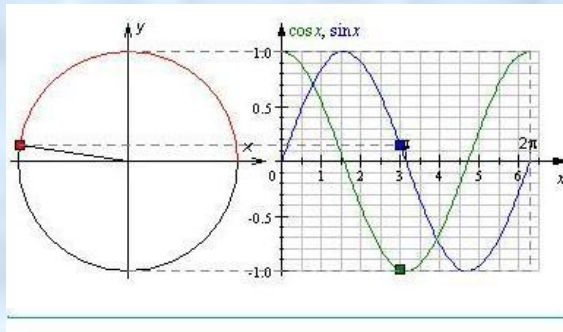


## Свойства функции $y = \cos x$

- 1)  $D(y) = (-\infty; +\infty)$
- 2)  $E(y) = [-1; 1]$
- 3) Периодичность:  $T = 2\pi$
- 4) Функция четная
  - а)  $D(y)$  симметрична относительно оси  $OY$
  - б)  $y(-x) = y(x)$
- 5)  $y = 0$  при  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$
- 6)  $y_{\text{наиб.}} = 1$  при  $x = 2\pi n$
- 7)  $y_{\text{наим.}} = -1$  при  $x = \pi + 2\pi n$

- 8) монотонность:
    - а) функция  $\uparrow$  на  $[-\pi + 2\pi n; 2\pi n]$
    - б) функция  $\downarrow$  на  $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$
  - 9) промежутки знакопостоянства:
    - а)  $y > 0$  на  $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$
    - б)  $y < 0$  на  $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$
- $n \in \mathbb{Z}$





## Преобразование графиков функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$

Параллельный перенос вдоль оси

Параллельный перенос вдоль оси OY

Параллельный перенос вдоль оси

Параллельный перенос вдоль оси OX

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OY

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OY

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OY

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OX

# Параллельный перенос вдоль оси OY

$$y=f(x) \longrightarrow y=f(x)+b$$

$$y = \sin x + 2$$

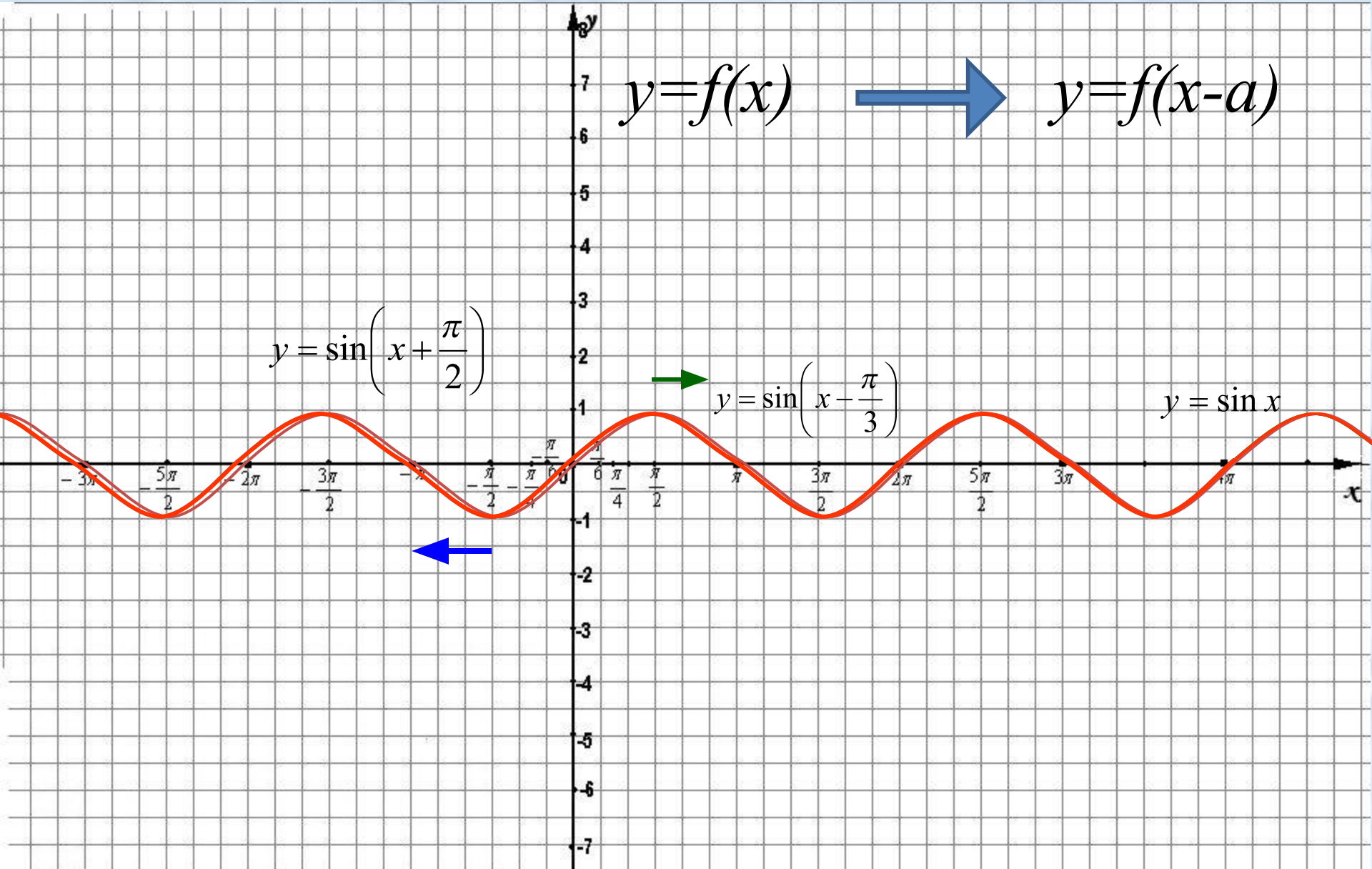
$$y = \sin x$$

$$y = \sin x - 3$$



# Параллельный перенос вдоль оси OX

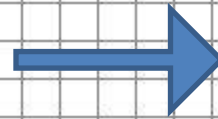
$$y=f(x) \longrightarrow y=f(x-a)$$



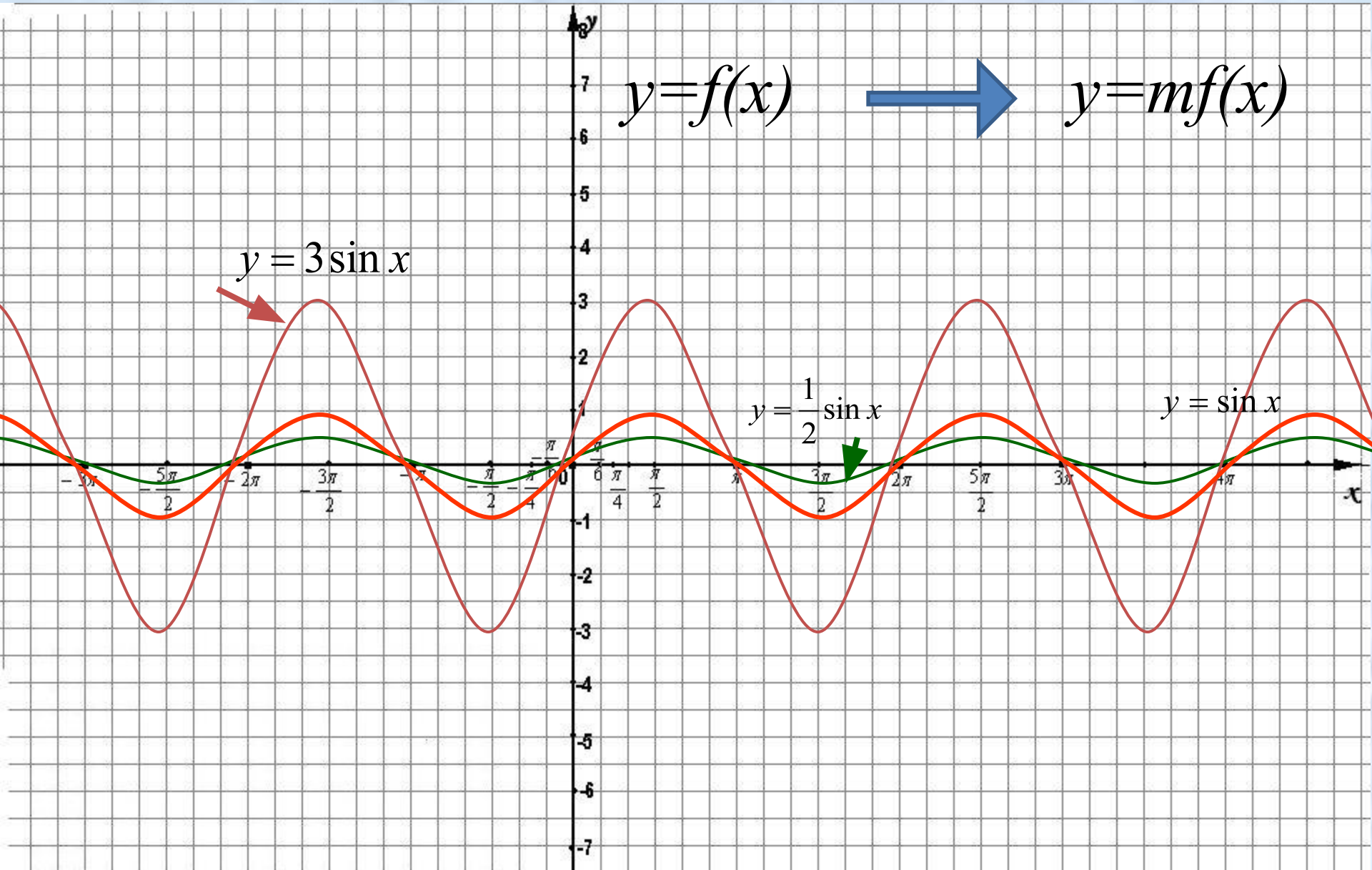


# Растяжение (сжатие) в $k$ раз вдоль оси $OY$

$$y=f(x)$$

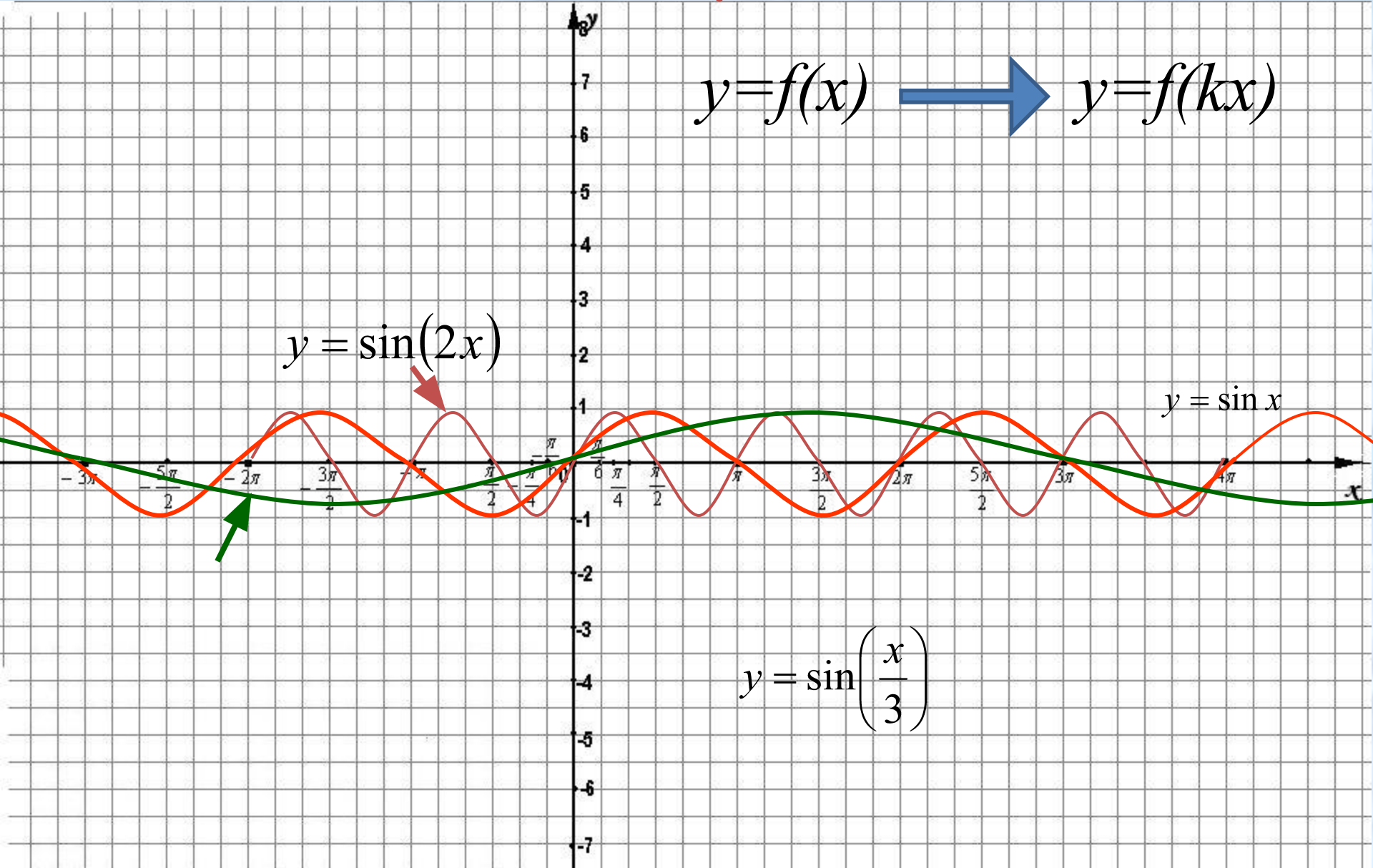


$$y=mf(x)$$



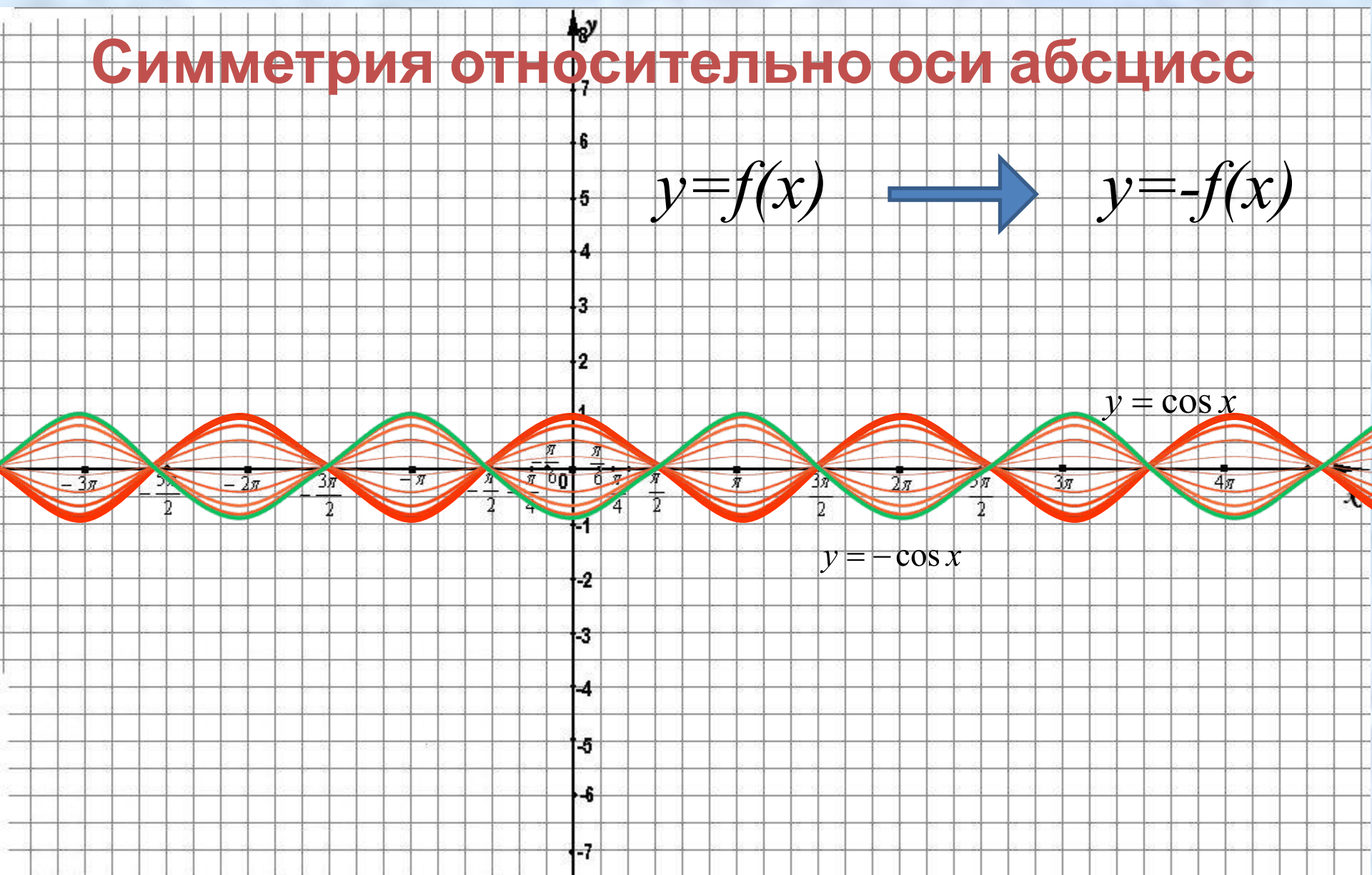
# Растяжение (сжатие) в $k$ раз вдоль оси $Ox$

$$y=f(x) \longrightarrow y=f(kx)$$



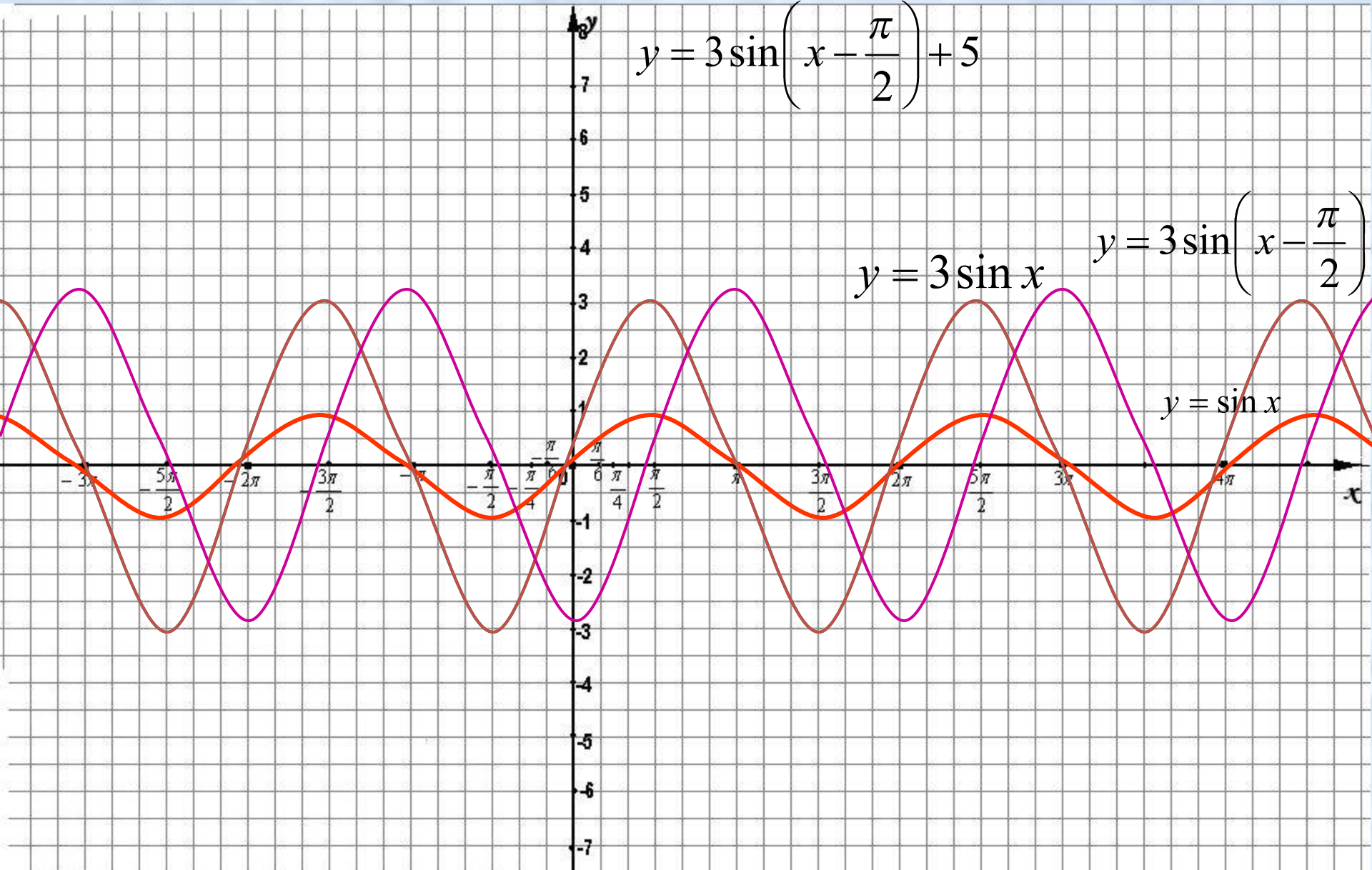
# Симметрия относительно оси абсцисс

$$y=f(x) \longrightarrow y=-f(x)$$



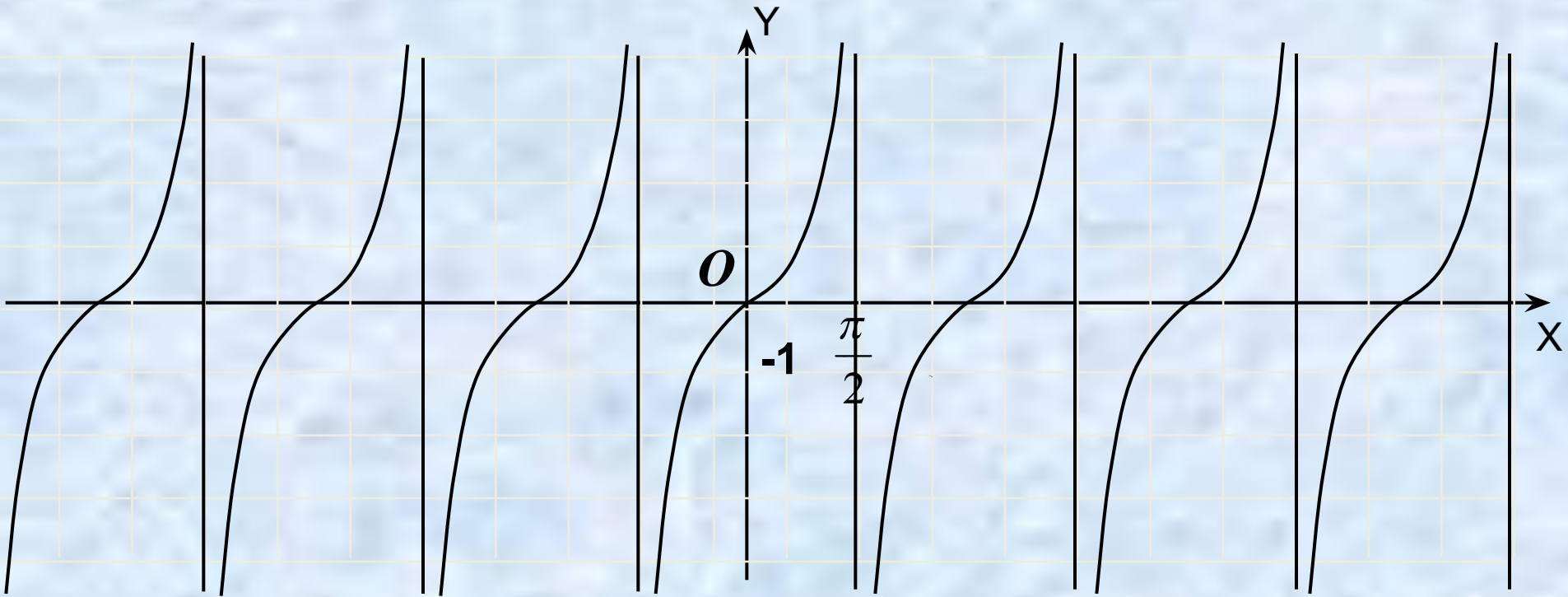
# Построить график функции

$$y = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 5$$



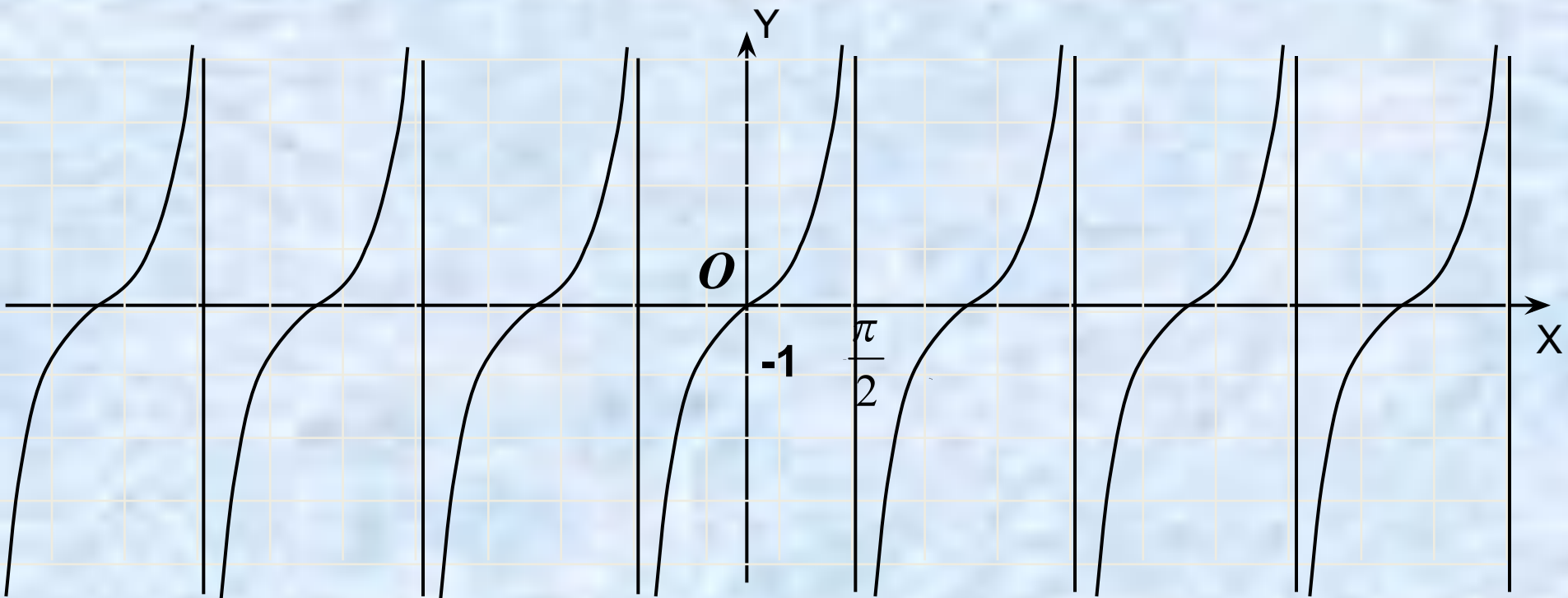
# Построение графика функции

$$y = \operatorname{tg} x$$



$$y = \operatorname{tg} x \quad y = \operatorname{tg} 2x \quad y = \operatorname{tg} \frac{1}{2} x$$

# Смещение графика $y = \operatorname{tg} x$



$$y = \operatorname{tg} x \quad y = \operatorname{tg} x + 1 \quad y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$$

# Свойства графика функции

$$y = \operatorname{tg} x$$

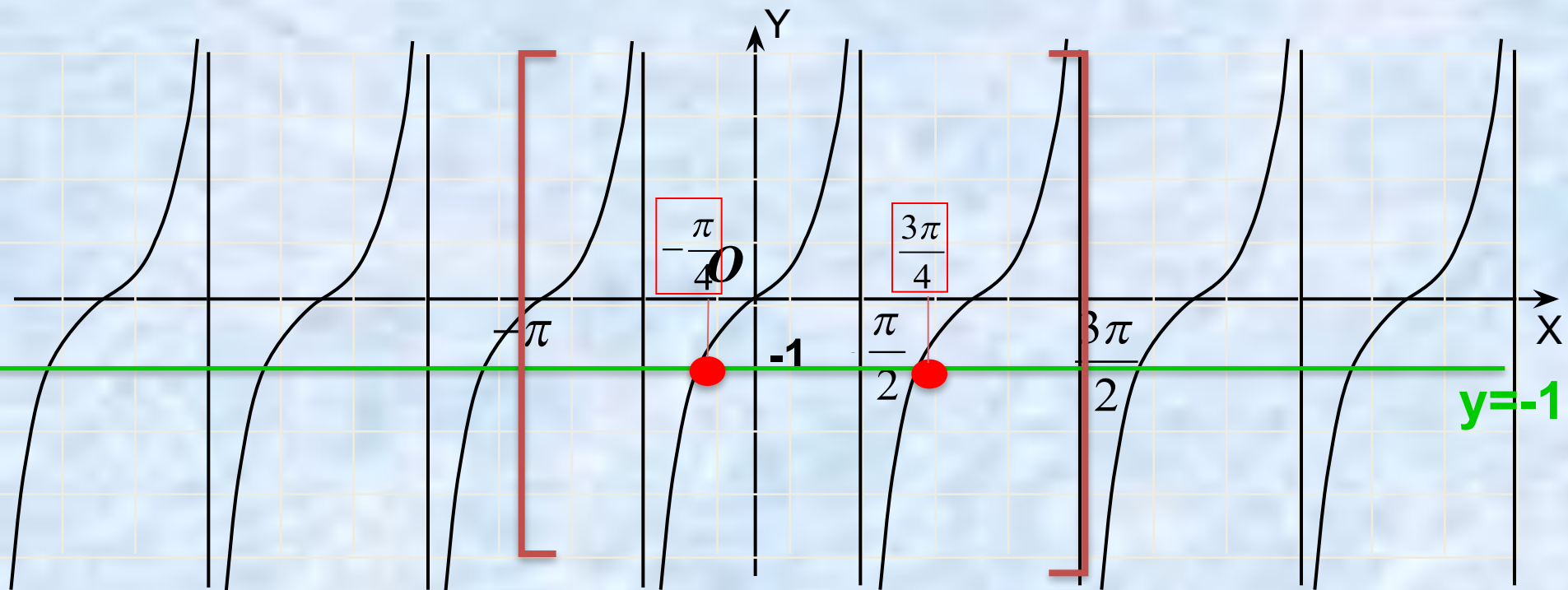
1. Область определения:  $x \neq \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
2. Множество значений:  $y \in (-\infty; \infty)$
3. Функция периодическая  $T = \pi$
4. Функция нечетная
5.  $y = 0$ , при  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$
6.  $y > 0$ , при  $x \in (\pi n; \pi/2 + \pi n), n \in \mathbb{Z}$
7.  $y < 0$ , при  $x \in (-\pi/2 + \pi n; \pi n), n \in \mathbb{Z}$
8. Функция возрастает на интервалах:  $(-\pi/2 + \pi n; \pi/2 + \pi n), n \in \mathbb{Z}$

# Решение уравнений при помощи графика функции $y = \operatorname{tg} x$

Найти корни уравнения  $\operatorname{tg} x = -1$  на промежутке  $[-\pi; 3\pi/2]$

$y = \operatorname{tg} x$

$y = -1$



Ответ:  $-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$

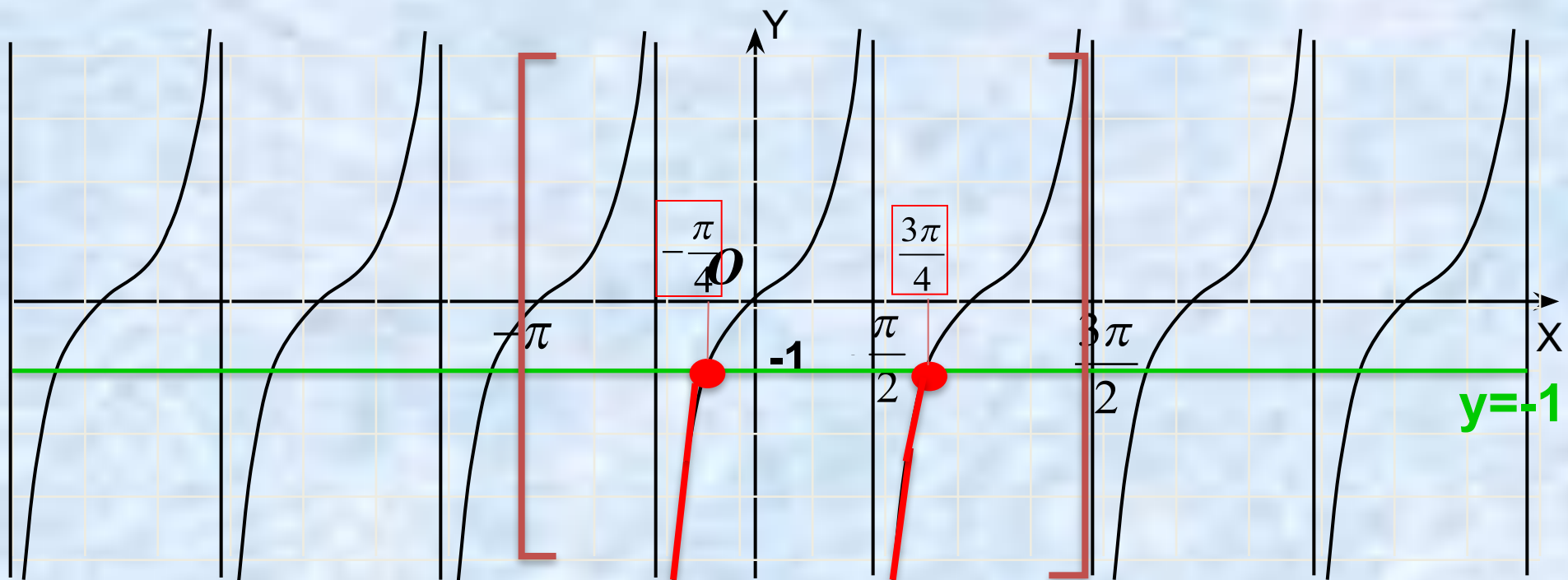


# Решение неравенств при помощи графика функции $y = \operatorname{tg} x$

Найти решения неравенства  $\operatorname{tg} x < -1$  на промежутке  $[-\pi; 3\pi/2]$

$y = \operatorname{tg} x$

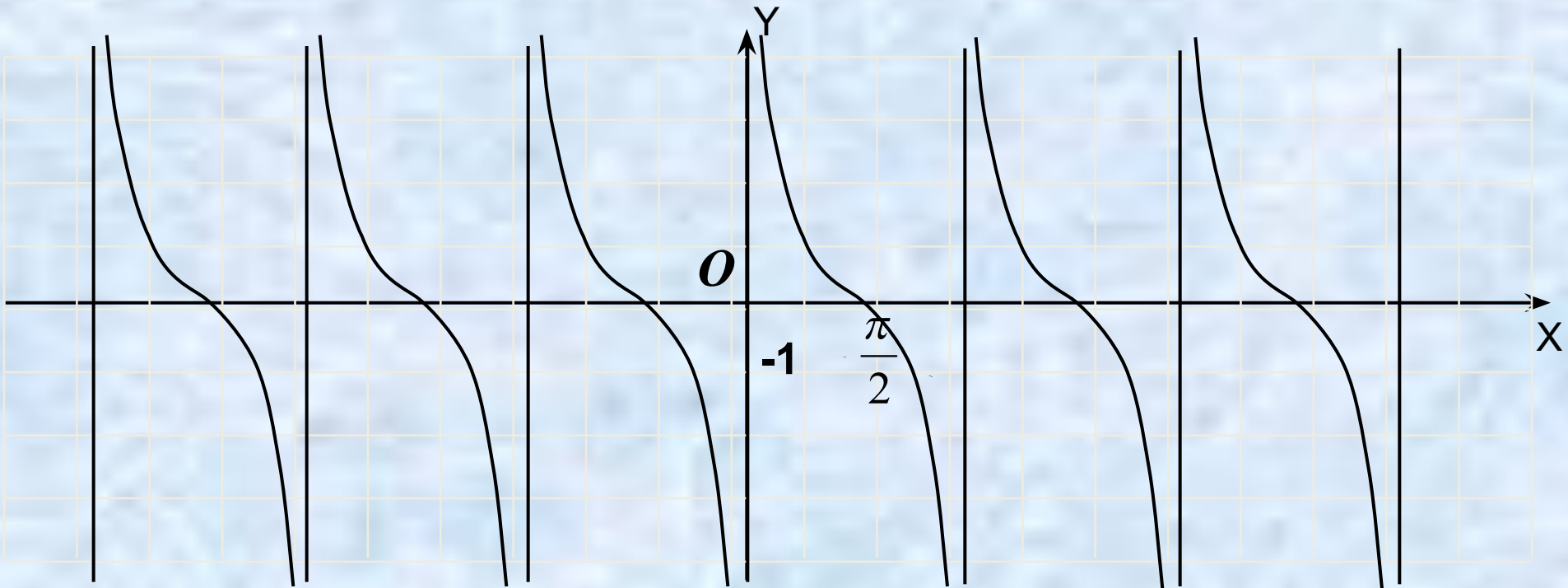
$y = -1$



Ответ:  $(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}) \cup (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4})$

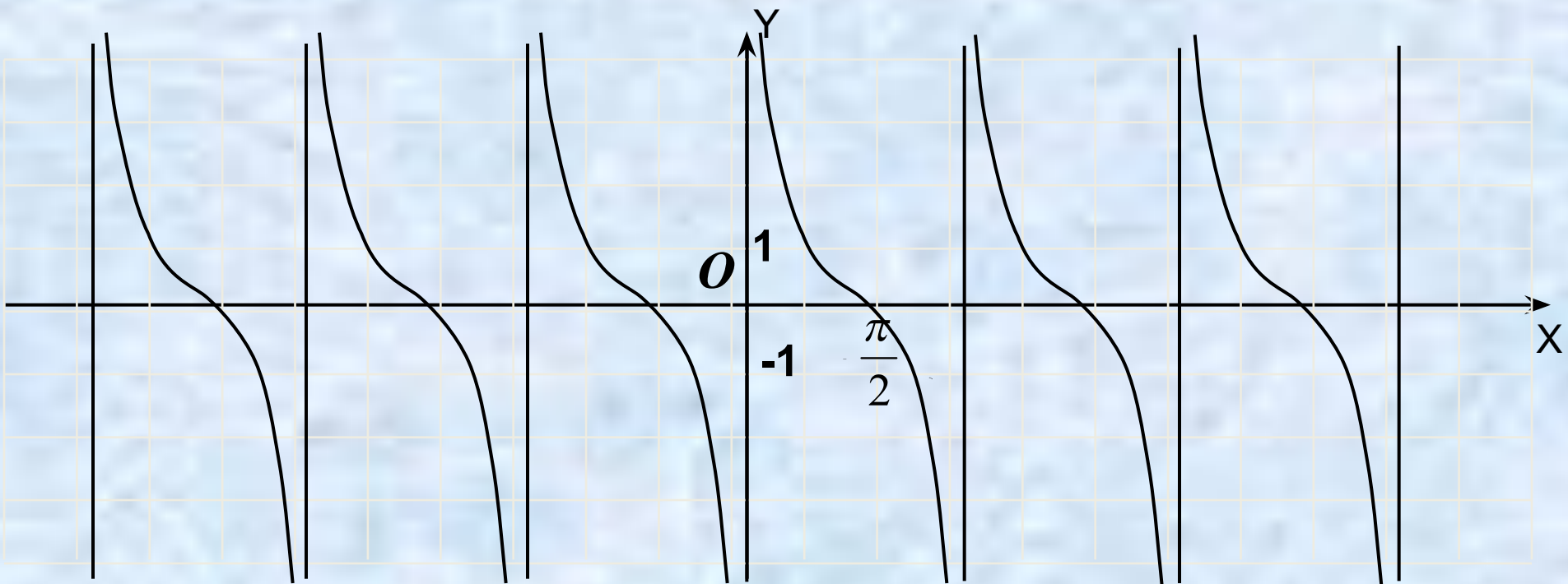
# Построение графика функции

$$y = \operatorname{ctg} x$$



$$y = \operatorname{ctg} x \quad y = \operatorname{ctg} 2x \quad y = \operatorname{ctg} \frac{1}{2} x$$

# Смещение графика $y = \text{ctg} x$



$$y = \text{ctg} x \quad y = \text{ctg} x + 1 \quad y = \text{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$$

# Свойства графика функции

## $y = \text{ctg } x$

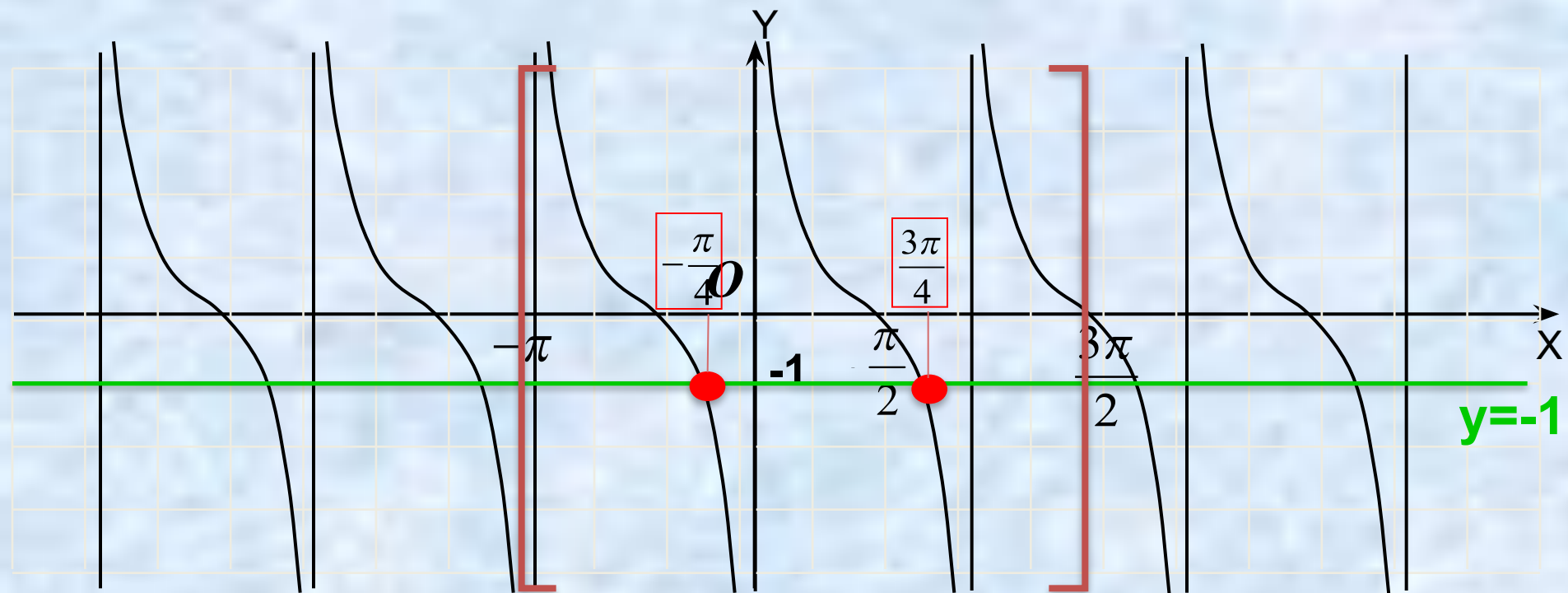
1. Область определения:  $x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$
2. Множество значений:  $y \in (-\infty; \infty)$
3. Функция периодическая  $T = \pi$
4. Функция нечетная
5.  $y = 0$ , при  $x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
6.  $y > 0$ , при  $x \in (0 + \pi n; \pi/2 + \pi n), n \in \mathbb{Z}$
7.  $y < 0$ , при  $x \in (-\pi/2 + \pi n; 0 + \pi n), n \in \mathbb{Z}$
8. Функция убывает на интервалах  $(\pi n; \pi + \pi n), n \in \mathbb{Z}$

# Решение уравнений при помощи графика функции $y = \text{ctg } x$

Найти корни уравнения  $\text{ctg } x = -1$  на промежутке  $[-\pi; 3\pi/2]$

$y = \text{ctg } x$

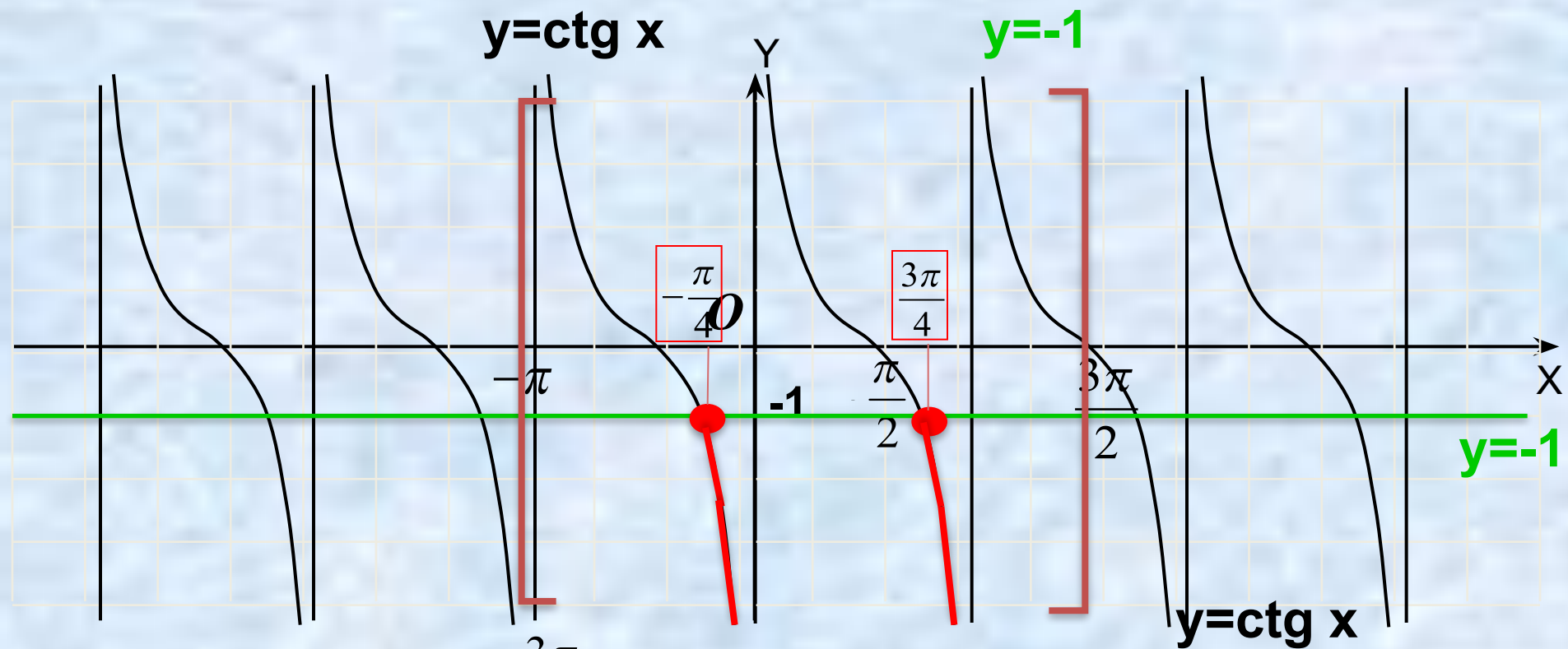
$y = -1$



Ответ:  $-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$

# Решение неравенств при помощи графика функции $y = \text{ctg } x$

Найти решения неравенства  $\text{ctg } x < -1$  на промежутке  $[-\pi; 3\pi/2]$



Ответ:  $(-\frac{\pi}{4}; 0); (\frac{3\pi}{4}; \pi)$

# Домашнее задание

*Постройте самостоятельно графики функций:*

$$1. y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right);$$

$$2. y = \sin x + 2,5;$$

$$3. y = 3 \sin x$$

$$4. y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2.$$