МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

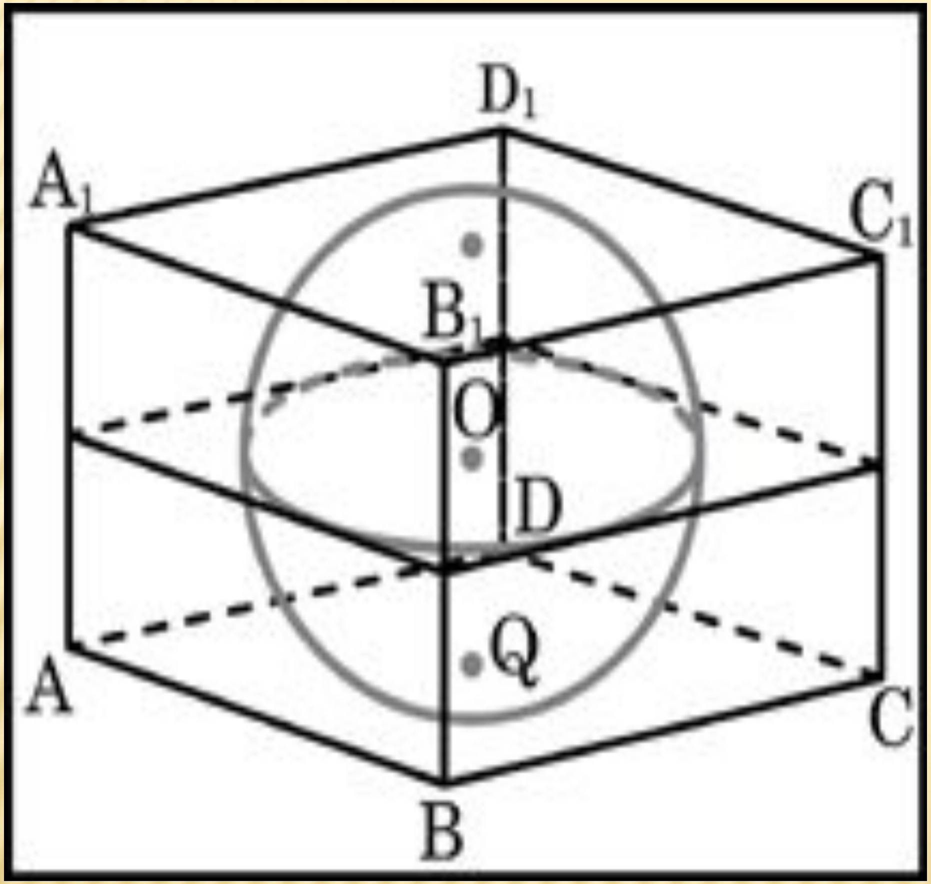
на тему

«СФЕРА. ШАР»

Презентация к уроку геометрии в 11 классе

Выполнил: КИСЕЛЕВА Г, Д,,
учитель математики МБОУ «СОШ № 1»
г. Новомосковск Тульской области

ЗАДАЧА ДЛЯ ОБСУЖДЕНИЯ

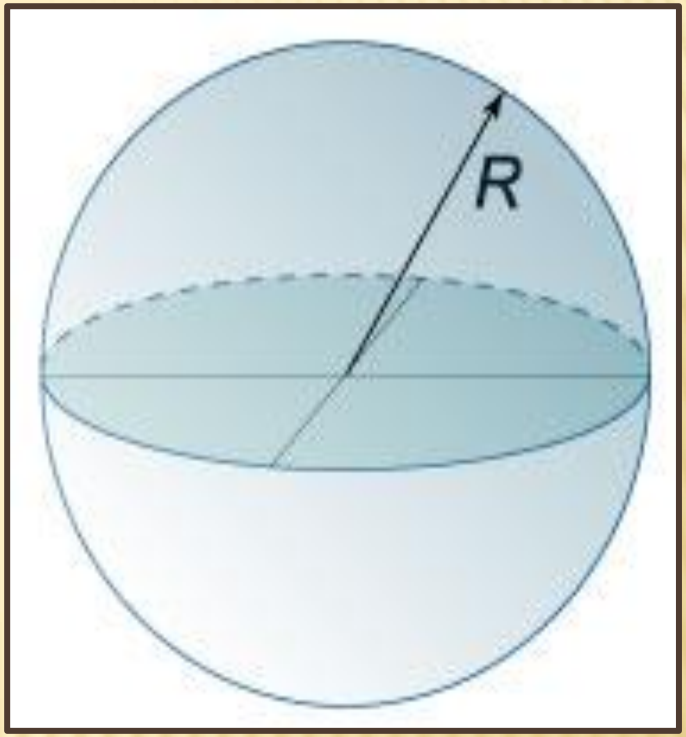


Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 1. Найдите его объем.

Продолжить предложения:

1. Шар – это …
2. Сфера – это…
3. Шар отличается от сферы тем, что …
4. Основные формулы для шара: …
5. Основные формулы для сферы: …
6. Шаровой сегмент – это…
7. Расчётные формулы для шарового сегмента: …
8. Шаровой слой – это …
9. Расчётные формулы для шарового слоя: …
10. Шаровой сектор – это …
11. Расчётные формулы для шарового сектора: …

Сфера – это геометрическое место точек в пространстве, равноудаленных от некоторой заданной точки (***центра сферы***). Расстояние между любой точкой сферы и ее центром называется ***радиусом***. Геометрическое тело, ограниченное сферой, называется ***шаром***.



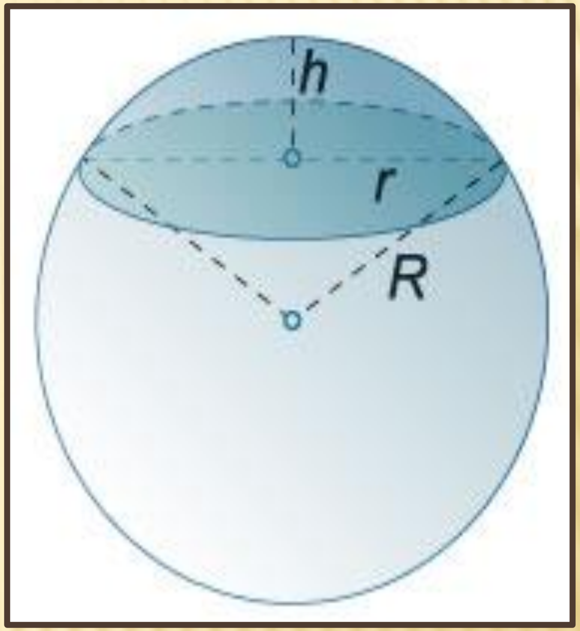
Площадь сферы

$$S = 4\pi R^2$$

Объем шара

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

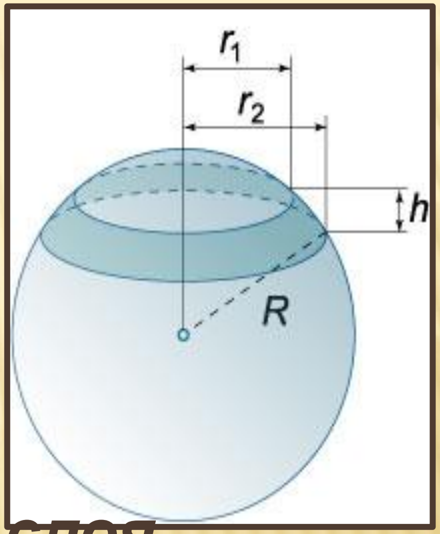
Шаровым сегментом **называется часть шара, отсекаемая плоскостью.**



Соотношение между высотой и радиусом основания сегмента и радиусом шара
$R = (r^2 + h^2)/(2h)$,
где h − высота сегмента, r − радиус основания сегмента, R − радиус шара.

Площадь основания шарового сегмента
$S_{осн} = \pi r^2$
Площадь внешней поверхности шарового сегмента
$S_{сегм} = \pi(h^2 + r^2)$
Площадь полной поверхности шарового сегмента
$S = S_{осн} + S_{сегм} = \pi(h^2 + 2r^2) = \pi(2Rh + r^2)$
Объем шарового сегмента
$V = \pi h^2(3R - h)/6 = \pi h(3r^2 + h^2)/6$

Шаровым слоем **называется часть шара, заключенная между двумя параллельными плоскостями.**



Площадь внешней поверхности шарового слоя

$S_{сл} = 2\pi Rh$,

где h **− высота шарового слоя,** R **− радиус шара.**

Площадь полной поверхности шарового слоя

$S = S_{сл} + S_1 + S_2 = \pi(2Rh + r_1^2 + r_2^2)$,

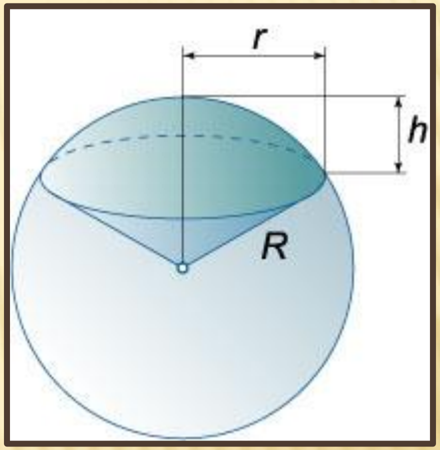
где h **− высота шарового слоя,** R **− радиус шара,** r_1, r_2 **− радиусы оснований шарового слоя,** S_1, S_2 **− площади этих оснований.**

Объем шарового слоя

$V = \pi h(3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2)/6$,

где r_1, r_2 **− радиусы оснований шарового слоя,** h **− его высота**

Шаровым сектором **называется часть шара, состоящая из шарового сегмента и конуса с вершиной в центре шара и основанием, совпадающим с основанием шарового сегмента. Здесь подразумевается, что шаровой сегмент меньше полушара.**



Площадь полной поверхности шарового сектора

$S = \pi R(2h + r)$,

где h **− высота соответствующего шарового сегмента,**

r **− радиус основания шарового сегмента (или конуса),**

R **− радиус шара.**

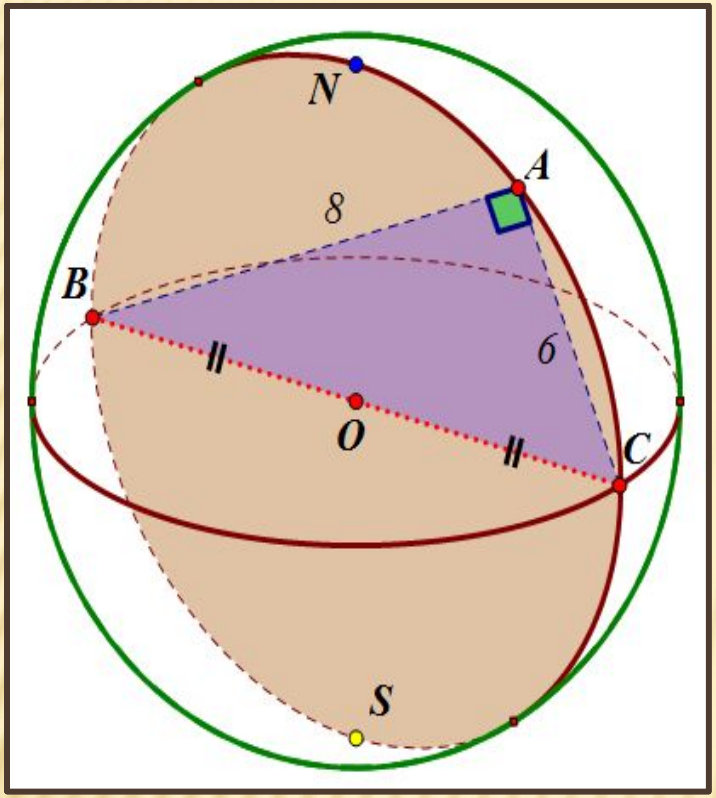
Объем шарового сектора

$V = 2\pi R^2 h/3$

Предложите способы решения задачи:

Точка А сферы удалена от концов её диаметра на расстояния равные 6 см и 8 см. Вычислите площадь поверхности сферы.

Примерный алгоритм решения задачи
1.Выполнить графическое изображение согласно
условия.
2.Выполнить на чертеже необходимые геометрические построения.
3. Провести анализ построений.
4. Произвести необходимые промежуточные расчёты с использованием формул и теорем планиметрии (геометрии на плоскости). Если необходимо, применить дополнительно формулы
из стереометрии.
5. Произвести окончательные расчёты.



УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

1. Пусть точка А удалена от концов диаметра ВС согласно условия. Проведём сечение сферы через точку А
и диаметр ВС. В сечении получится большая окружность, причём ∆СВА будет вписан в эту окружность.

2. Вписанный угол ВАС опирается на диаметр ВС. Следовательно <ВАС=90°,
∆СВА – прямоугольный.

3. Зная катеты АВ и АС прямоугольного ∆СВА, по теореме Пифагора можно найти гипотенузу ВС.

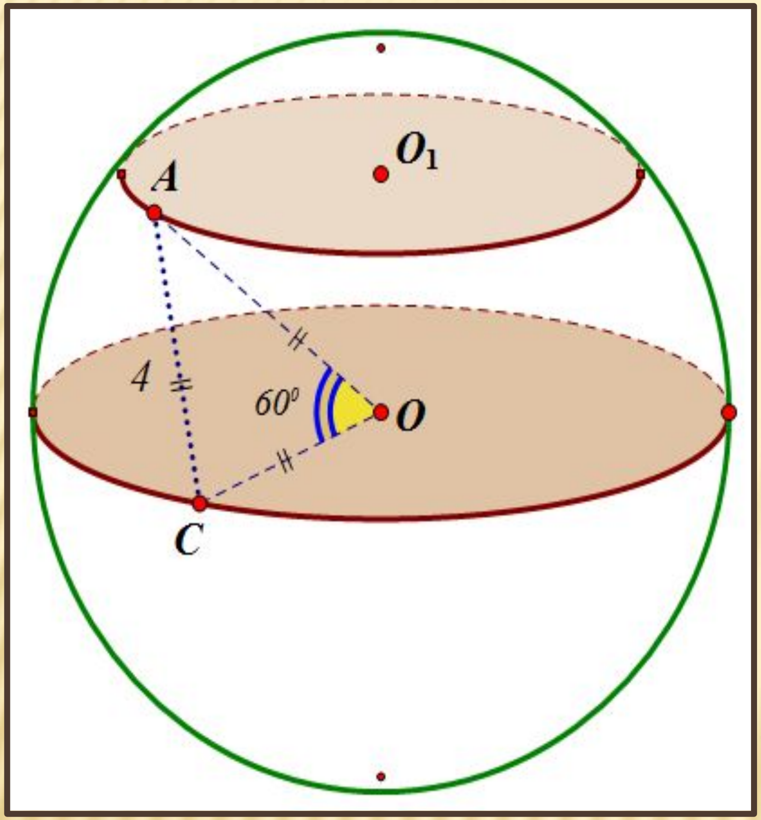
4. Зная диаметр ВС данной сферы можно найти её радиус.

Задача для 1 и 2 групп:

Шар пересечён плоскостью. Точка А принадлежит окружности сечения шара, а точка С – окружности большого круга шара. Отрезок АС, длина которого равна 4 см, виден из центра шара под углом 60°. Вычислите объём шара.

Задача для 3 и 4 групп:

Большой круг шара является основанием конуса. Вершина конуса совпадает с концом диаметра шара, перпендикулярного плоскости сечения. Вычислите объём конуса, если длина диаметра шара равна 12 см.

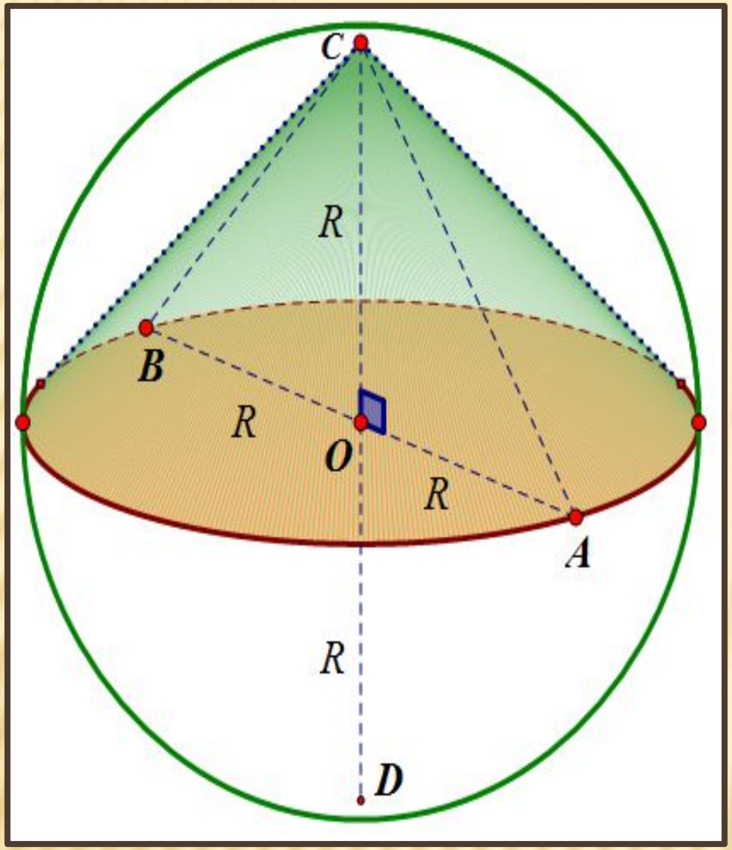


<u>Указания к решению задачи для 1и 2 групп.</u>

1.Докажите, что ΔAOC является равносторонним.

2.Найдите радиус шара.

3.Вычислите объём шара по формуле $V_{\text{шара}}=\frac{4}{3}\pi R^3$.



Указания к решению задачи для 3 и 4 групп.

1. Диаметр конуса АВ равен диаметру шара.

Радиус конуса равен половине его диаметра.

2. Высота конуса равна радиусу шара.

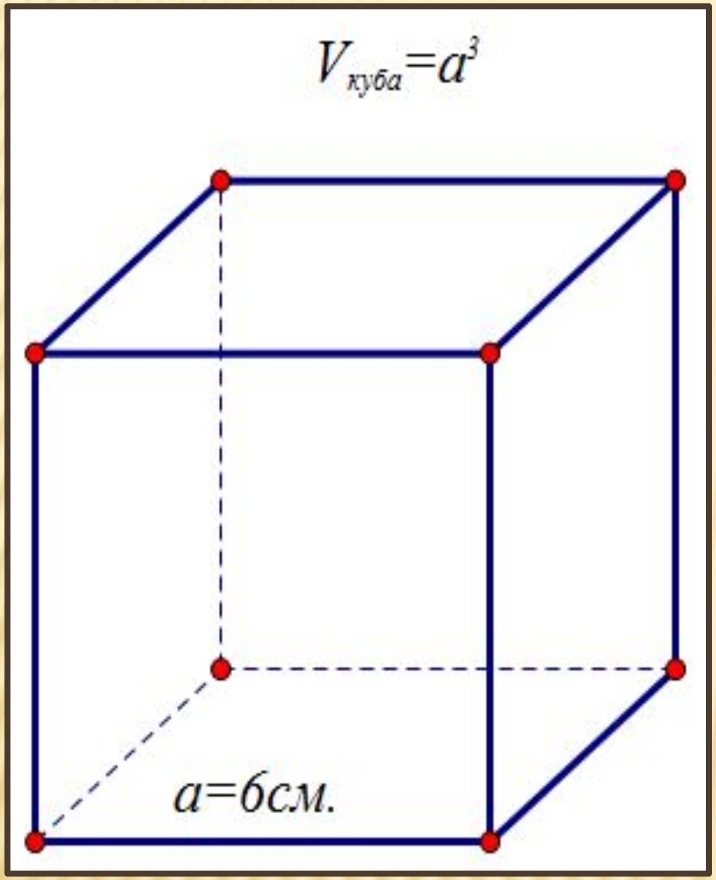
3. Объём конуса равен одной третьей произведения площади основания на высоту

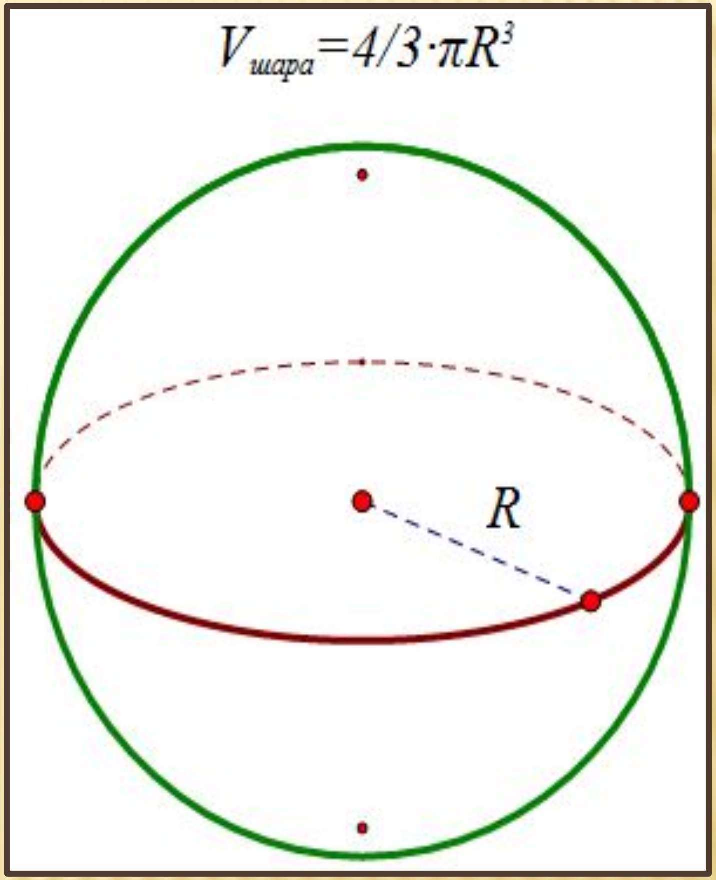
$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h.$$

РЕШИТЕ ЗАДАЧУ САМОСТОЯТЕЛЬНО:

Стальной брусок, имеющий форму куба, переплавили в шар. Вычислите длину радиуса шара, если длина ребра бруска равна 6 см.

Решение задачи:





$$V_{\text{куба}} = V_{\text{шара}} \to a^3 = \frac{4}{3}\pi R^3 \to \cdots \to R = \cdots$$

Решите задачу:

Вершина A куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной 1,6 является центром сферы, проходящей через точку A_1.
Найдите площадь S части сферы, содержащейся внутри куба.

В ответе запишите величину $\frac{S}{\pi}$.

Решите задачу:

Вершина A куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной 1,6 является центром сферы, проходящей через точку A_1. Найдите площадь S части сферы, содержащейся внутри куба.

В ответе запишите величину $\frac{S}{\pi}$.

Решение:

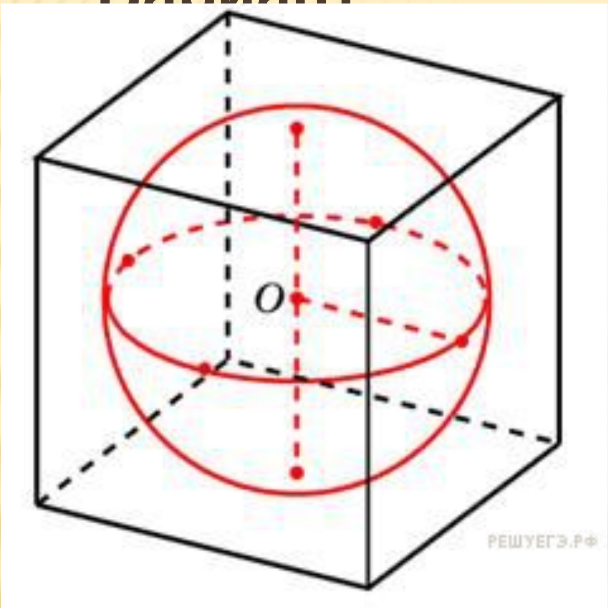
Так как одна из вершин куба является центром сферы с радиусом, меньшим либо равным сто роне куба, в кубе содержится 1/8 сферы и, соот ветственно, 1/8 ее поверхности, равна

$$\frac{1}{8}S = \frac{1}{8}4\pi R^2 = \frac{\pi}{2}1,6^2 = 1.28\pi$$

Ответ: 1,28.

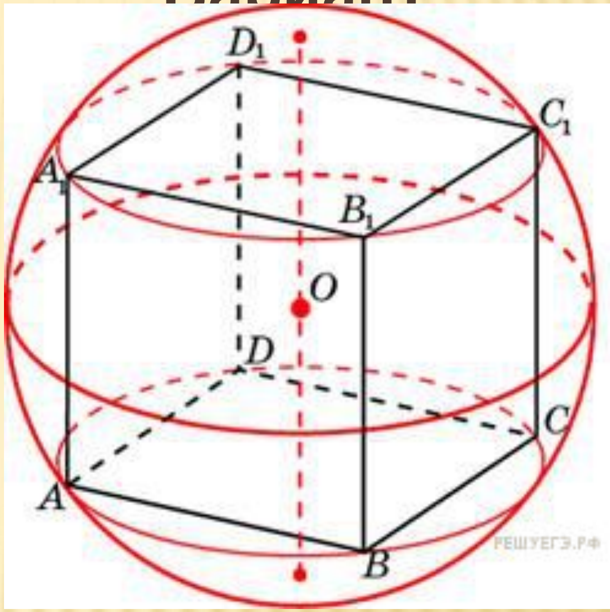
РЕШИТЕ ЗАДАЧИ:

1 Вариант



В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π.

2 Вариант



Около куба с ребром $\sqrt{3}$ описан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π .

БЫСТРО И КРАТКО НАПИШИТЕ ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ:

1. Сколько сфер можно провести: а) через одну и ту же окружность; б) через окружность и точку, не принадлежащую её плоскости?
2. Сколько сфер можно провести через четыре точки, являющиеся вершинами: а) квадрата; б) равнобедренной трапеции; в) ромба?
3. Верно ли, что через любые две точки сферы проходит один большой круг?
4. Через какие две точки сферы можно провести несколько окружностей большого круга?
5. Как должны быть расположены две равные окружности, чтобы через них могла пройти

ОТВЕТЫ К ВОПРОСАМ БЛИЦ - ОПРОСА:

1. а) бесконечно много; б) одну.
2. а) бесконечно много; б) бесконечно много; в) ни одной.
3. Нет.
4. Диаметрально противоположные.
5. Иметь общий центр.

ЗАДАЧИ ДЛЯ ДОМАШНЕЙ РАБОТЫ:

1. Шар с центром в точке *O* касается плоскости. Точка *A* лежит в этой плоскости. Найдите расстояние от точки А до точки касания, если её расстояние от центра шара равно 25 см, а радиус шара равен 15 см.

2. В шаре радиуса 26 см на расстоянии 10 см от центра проведена секущая плоскость. Найдите плоскость сечения.

Источники информации:

1. http://www.math24.ru/sphere.html
2. http://дай-списать.рф/forum/5---/1966-----.html
3. http://www.дай-списать.рф/forum/5---/1989------.html?limit=6&start=6
4. http://www.дай-списать.рф/forum/5---/1989------.html
5. http://reshuege.ru/