

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

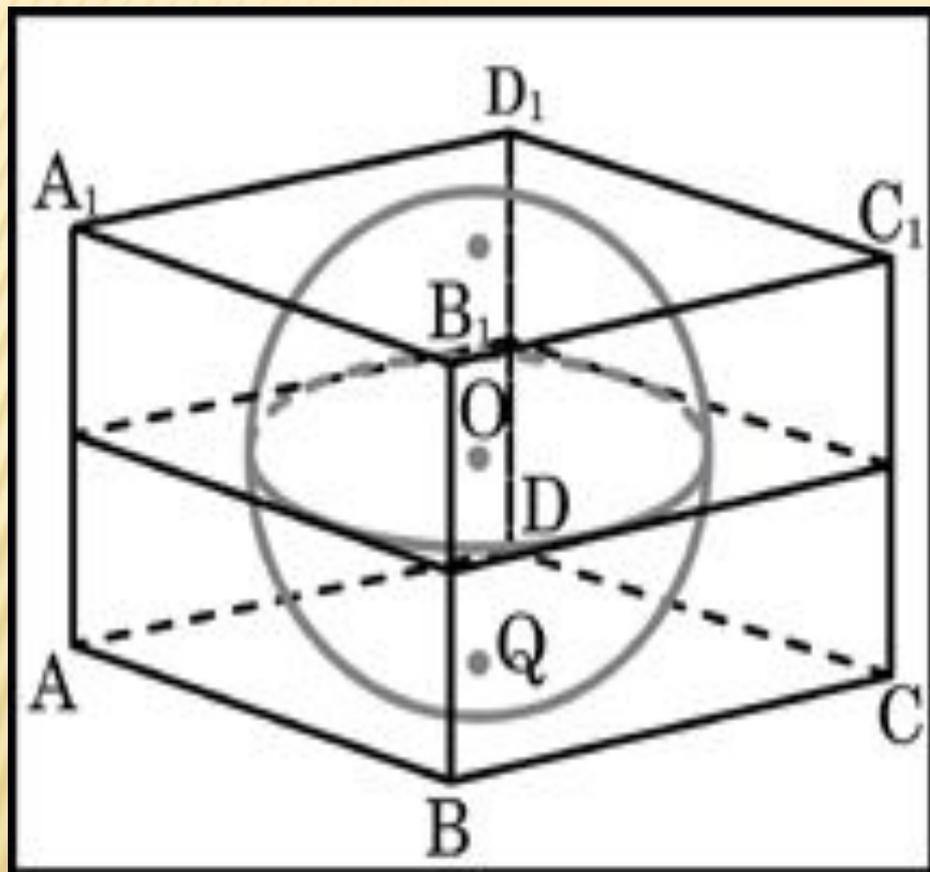
на тему

«СФЕРА. ШАР»

**Презентация к уроку геометрии в 11
классе**

**Выполнил: КИСЕЛЕВА Г, Д.,
учитель математики МБОУ «СОШ № 1»
г. Новомосковск Тульской области**

ЗАДАЧА ДЛЯ ОБСУЖДЕНИЯ

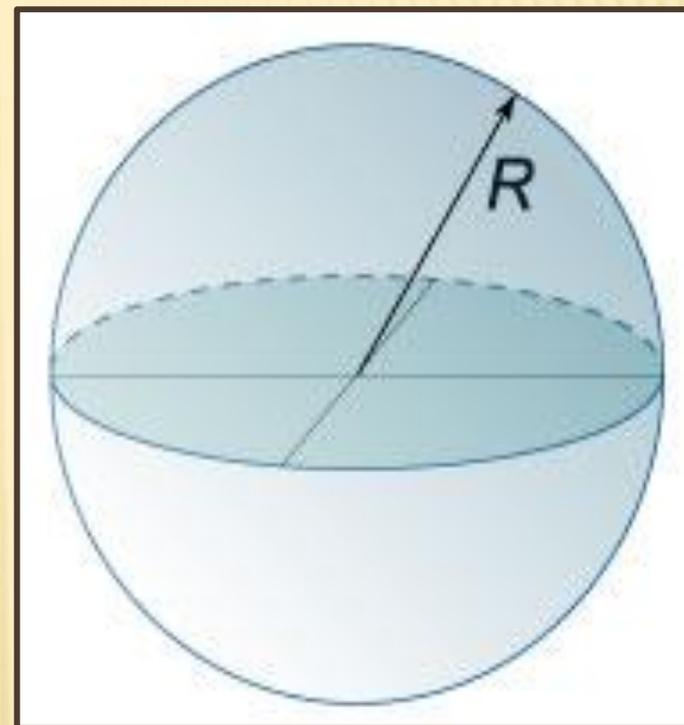


Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 1 . Найдите его объем.

Продолжить предложения:

1. Шар – это ...
2. Сфера – это...
3. Шар отличается от сферы тем, что ...
4. Основные формулы для шара: ...
5. Основные формулы для сферы: ...
6. Шаровой сегмент – это...
7. Расчётные формулы для шарового сегмента: ...
8. Шаровой слой – это ...
9. Расчётные формулы для шарового слоя: ...
10. Шаровой сектор – это ...
11. Расчётные формулы для шарового сектора: ...

Сфера – это геометрическое место точек в пространстве, равноудаленных от некоторой заданной точки (**центра сферы**). Расстояние между любой точкой сферы и ее центром называется **радиусом**. Геометрическое тело, ограниченное сферой, называется **шаром**.



Площадь сферы

$$S = 4\pi R^2$$

Объем шара

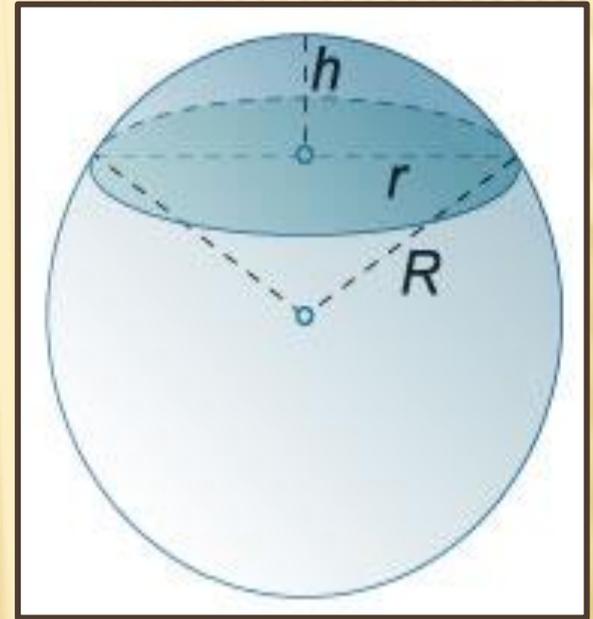
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Шаровым сегментом называется часть шара, отсекаемая плоскостью.

Соотношение между высотой и радиусом основания сегмента и радиусом шара

$$R = (r^2 + h^2)/(2h),$$

где h – высота сегмента, r – радиус основания сегмента, R – радиус шара.



Площадь основания шарового сегмента

$$S_{\text{осн}} = \pi r^2$$

Площадь внешней поверхности шарового сегмента

$$S_{\text{сегм}} = \pi(h^2 + r^2)$$

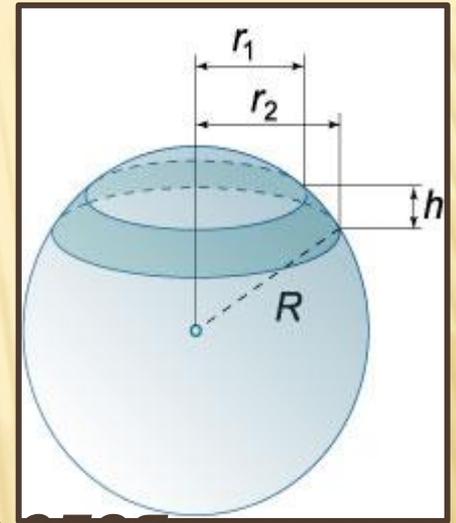
Площадь полной поверхности шарового сегмента

$$S = S_{\text{осн}} + S_{\text{сегм}} = \pi(h^2 + 2r^2) = \pi(2Rh + r^2)$$

Объем шарового сегмента

$$V = \pi h^2(3R - h)/6 = \pi h(3r^2 + h^2)/6$$

Шаровым слоем называется часть шара, заключенная между двумя параллельными плоскостями.



Площадь внешней поверхности шарового слоя

$$S_{\text{сл}} = 2\pi Rh,$$

где h – высота шарового слоя, R – радиус шара.

Площадь полной поверхности шарового слоя

$$S = S_{\text{сл}} + S_1 + S_2 = \pi(2Rh + r_1^2 + r_2^2),$$

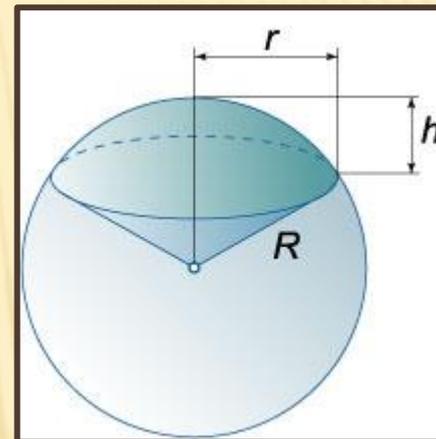
где h – высота шарового слоя, R – радиус шара, r_1, r_2 – радиусы оснований шарового слоя, S_1, S_2 – площади этих оснований.

Объем шарового слоя

$$V = \pi h(3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2)/6,$$

где r_1, r_2 – радиусы оснований шарового слоя, h – его высота

Шаровым сектором называется часть шара, состоящая из шарового сегмента и конуса с вершиной в центре шара и основанием, совпадающим с основанием шарового сегмента. Здесь подразумевается, что шаровой сегмент меньше полушара.



Площадь полной поверхности шарового сектора
 $S = \pi R(2h + r),$

где h – высота соответствующего шарового сегмента,

r – радиус основания шарового сегмента (или конуса),

R – радиус шара.

Объем шарового сектора

$$V = \frac{2\pi R^2 h}{3}$$

Предложите способы решения задачи:

Точка A сферы удалена от концов её диаметра на расстояния равные 6 см и 8 см. Вычислите площадь поверхности сферы.

Примерный алгоритм решения задачи

1.Выполнить графическое изображение

согласно

условия.

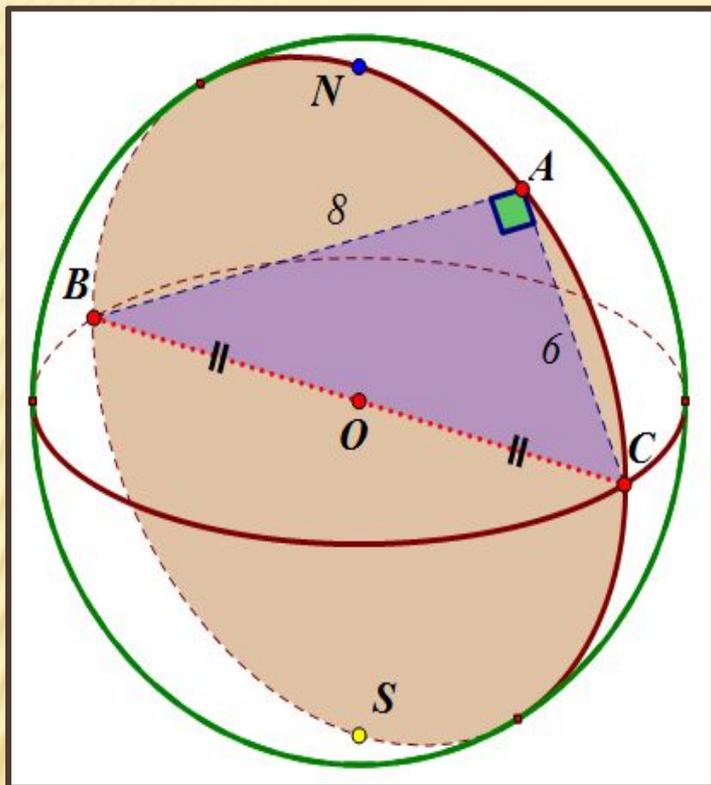
2.Выполнить на чертеже необходимые геометрические построения.

3. Провести анализ построений.

4. Произвести необходимые промежуточные расчёты с использованием формул и теорем планиметрии (геометрии на плоскости). Если необходимо, применить дополнительно формулы

из стереометрии.

5. Произвести окончательные расчёты.



УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

1. Пусть точка A удалена от концов диаметра BC согласно условия.

Проведём сечение сферы через точку A и диаметр BC.

В сечении получится большая окружность, причём $\triangle CBA$ будет вписан в эту окружность.

2. Вписанный угол BAC опирается на диаметр BC. Следовательно $\angle BAC = 90^\circ$,

$\triangle CBA$ – прямоугольный.

3. Зная катеты AB и AC прямоугольного $\triangle CBA$, по теореме Пифагора можно найти гипотенузу BC.

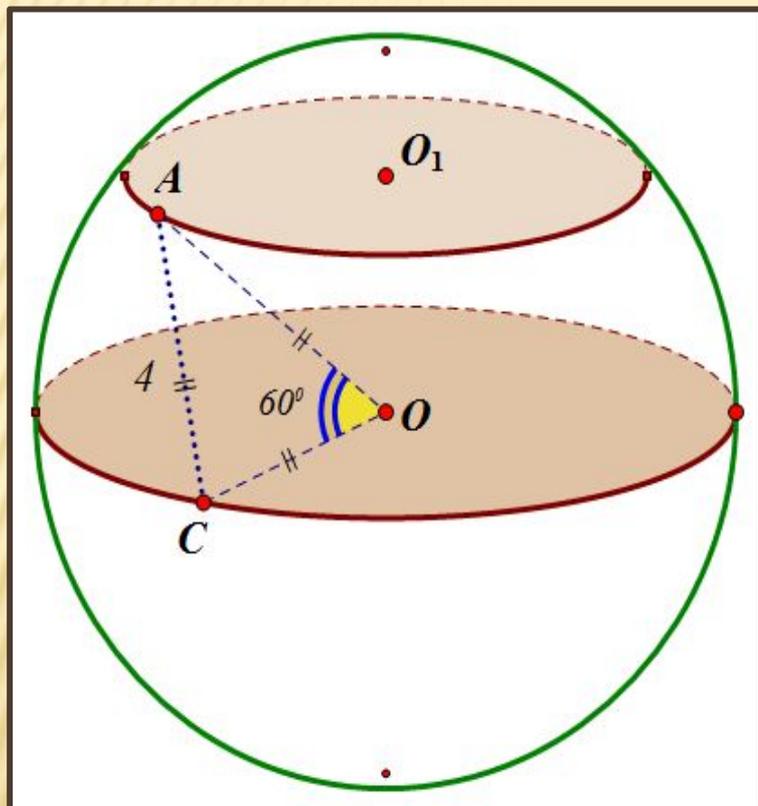
4. Зная диаметр BC данной сферы можно найти её радиус.

Задача для 1 и 2 групп:

Шар пересечён плоскостью. Точка А принадлежит окружности сечения шара, а точка С – окружности большого круга шара. Отрезок АС, длина которого равна 4 см, виден из центра шара под углом 60° . Вычислите объём шара.

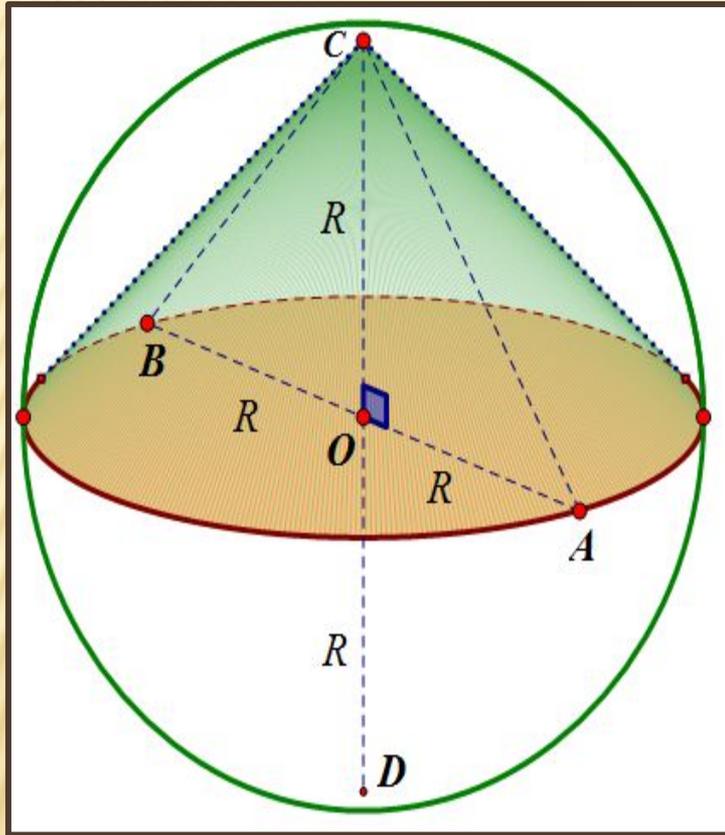
Задача для 3 и 4 групп:

Большой круг шара является основанием конуса. Вершина конуса совпадает с концом диаметра шара, перпендикулярного плоскости сечения. Вычислите объём конуса, если длина диаметра шара равна 12 см.



Указания к решению задачи для 1 и 2 групп.

1. Докажите, что $\triangle AOC$ является равносторонним.
2. Найдите радиус шара.
3. Вычислите объём шара по формуле $V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \pi R^3$.



Указания к решению задачи для 3 и 4 групп.

1. Диаметр конуса АВ равен диаметру шара.

Радиус конуса равен половине его диаметра.

2. Высота конуса равна радиусу шара.

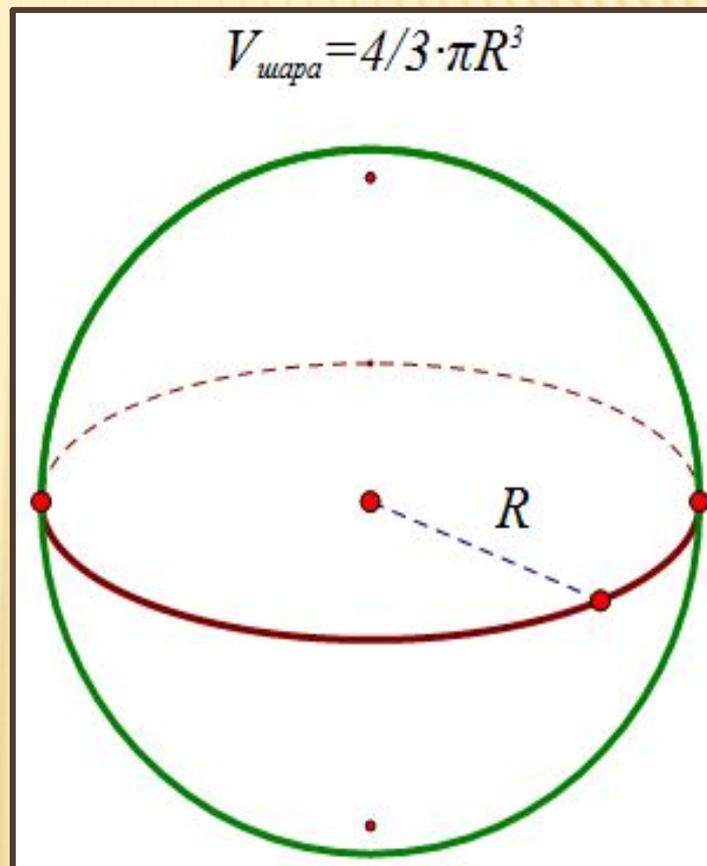
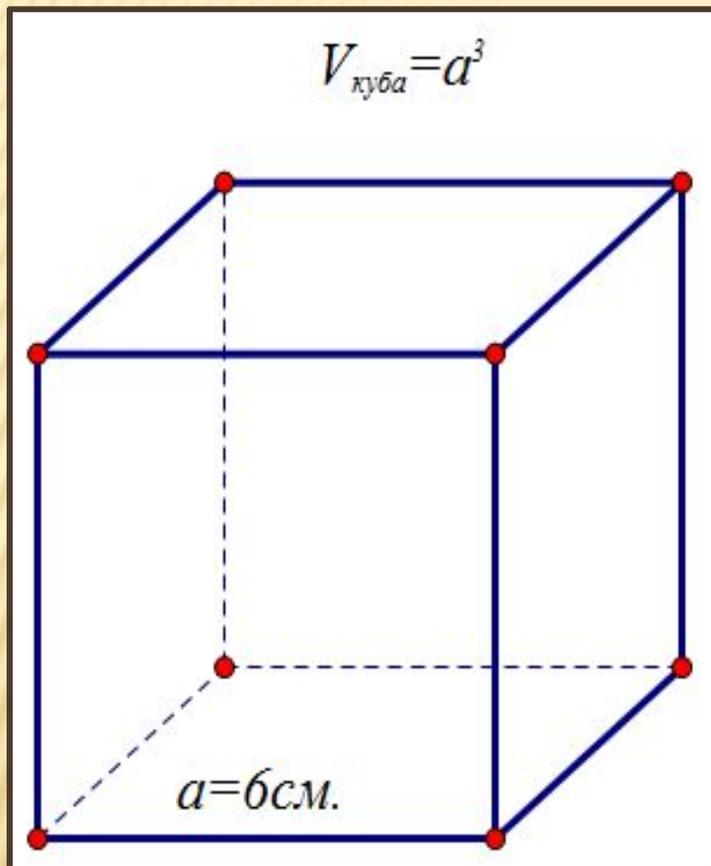
3. Объём конуса равен одной третьей произведения площади основания на высоту

$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h.$$

**РЕШИТЕ ЗАДАЧУ
САМОСТОЯТЕЛЬНО:**

Стальной брусок, имеющий форму куба, переплавили в шар. Вычислите длину радиуса шара, если длина ребра бруска равна 6 см.

Решение задачи:



$$V_{\text{куба}} = V_{\text{шара}} \rightarrow a^3 = \frac{4}{3} \pi R^3 \rightarrow \dots \rightarrow R = \dots$$

Решите задачу:

Вершина A куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ со стороной $1,6$ является центром сферы, проходящей через точку A_1 .

Найдите площадь S части сферы, содержащейся внутри куба.

В ответе запишите величину $\frac{S}{\pi}$.

Решите задачу:

Вершина A куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ со стороной $1,6$ является центром сферы, проходящей через точку A_1 .
Найдите площадь S части сферы, содержащейся внутри куба.

В ответе запишите величину $\frac{S}{\pi}$.

Решение:

Так как одна из вершин куба является центром сферы с радиусом, меньшим либо равным стороне куба, в кубе содержится $1/8$ сферы и, соответственно, $1/8$ ее поверхности, равна

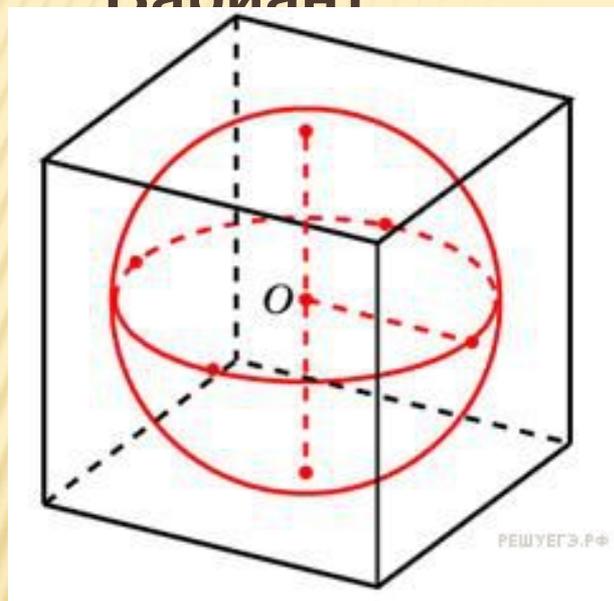
$$\frac{1}{8}S = \frac{1}{8}4\pi R^2 = \frac{\pi}{2}1,6^2 = 1,28\pi$$

Ответ: 1,28.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ:

1

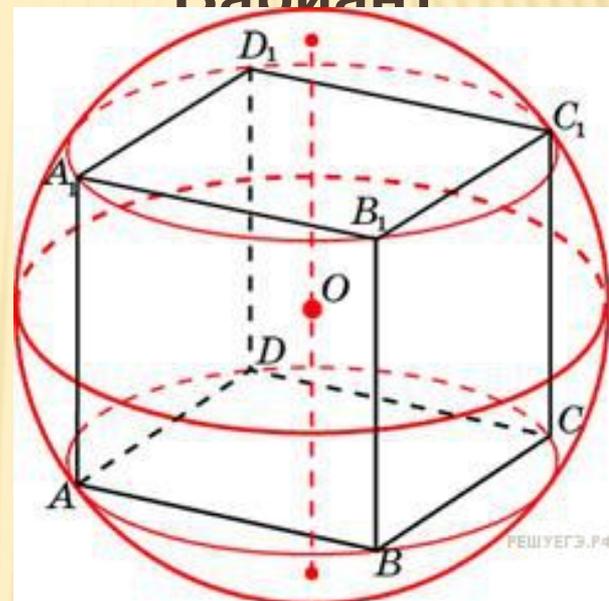
Вариант



В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π .

2

Вариант



Около куба с ребром $\sqrt{3}$ описан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π .

БЫСТРО И КРАТКО НАПИШИТЕ ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ:

- 1. Сколько сфер можно провести: а) через одну и ту же окружность; б) через окружность и точку, не принадлежащую её плоскости?**
- 2. Сколько сфер можно провести через четыре точки, являющиеся вершинами: а) квадрата; б) равнобедренной трапеции; в) ромба?**
- 3. Верно ли, что через любые две точки сферы проходит один большой круг?**
- 4. Через какие две точки сферы можно провести несколько окружностей большого круга?**
- 5. Как должны быть расположены две равные окружности, чтобы через них могла пройти**

ОТВЕТЫ К ВОПРОСАМ БЛИЦ - ОПРОСА:

1. а) бесконечно много; б) одну.

2. а) бесконечно много; б) бесконечно много; в) ни одной.

3. Нет.

**4. Диаметрально
противоположные.**

5. Иметь общий центр.

**ЗАДАЧИ ДЛЯ ДОМАШНЕЙ
РАБОТЫ:**

1. Шар с центром в точке O касается плоскости. Точка A лежит в этой плоскости. Найдите расстояние от точки A до точки касания, если её расстояние от центра шара равно 25 см, а радиус шара равен 15 см.

2. В шаре радиуса 26 см на расстоянии 10 см от центра проведена секущая плоскость. Найдите площадь сечения.

Источники информации:

1. <http://www.math24.ru/sphere.html>
2. <http://дай-списать.рф/forum/5---/1966-----.html>
3. <http://www.дай-списать.рф/forum/5---/1989-----.html?limit=6&start=6>
4. <http://www.дай-списать.рф/forum/5---/1989-----.html>
5. <http://reshuege.ru/>