Тригонометрия

- **Тригонометрия** - раздел математической науки, в котором изучаются тригонометрические функции и их использование в геометрии.

- Изначально определения тригонометрических функций, **аргументом** которых является **угол**, выражались через ***соотношения сторон прямоугольного треугольника***.

Измерение угловых величин

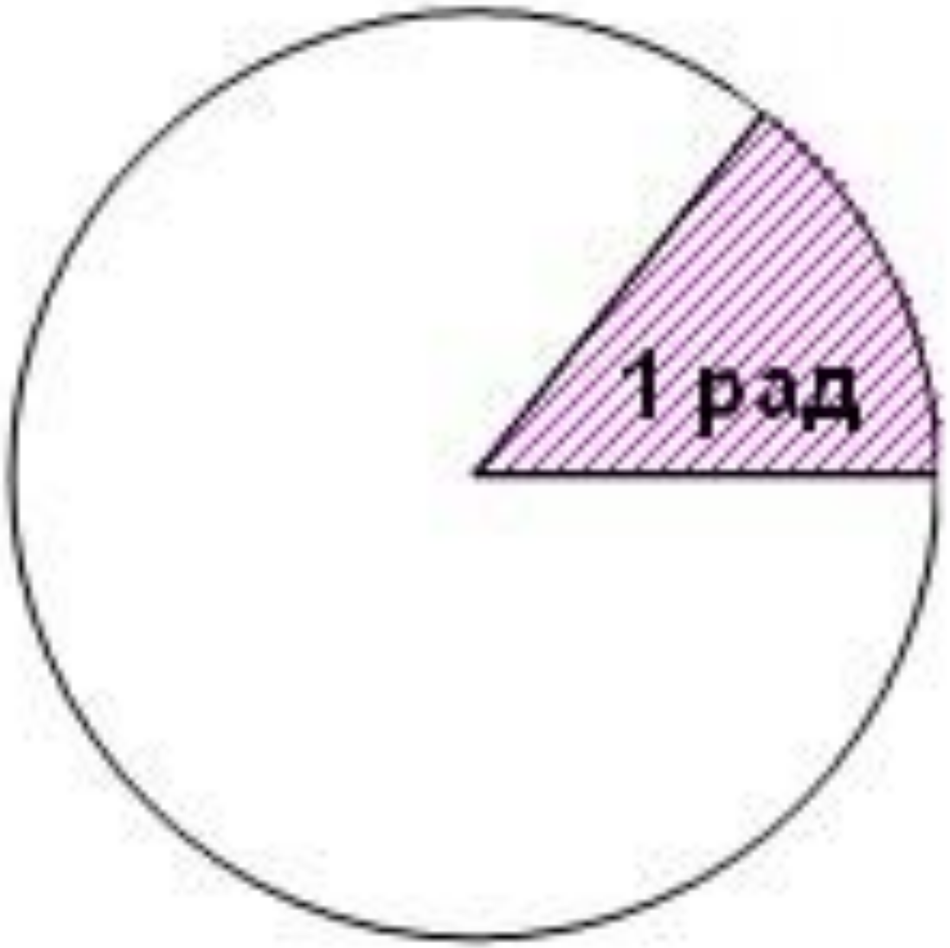
- **Угол** - два различных луча с общим началом.

- За измерение углов и дуг принимают угол в **1 градус** (обозначают 1^0).
- 1/60 часть градуса называется минутой (обозначают $1^{\prime}$).
- 1/60 часть минуты называется секундой (обозначают $1^{\prime\prime}$).

Измерение угловых величин

- **1 радиан** - это еще одна единица измерения величины угла.
- Угол в 1 радиан есть центральный угол, опирающийся на такую дугу окружности, длина которой равна радиусу этой окружности.

Измерение угловых величин



Измерение угловых величин

- Развернутый угол равен 180° или **π радиан**.
- Используя соотношение $180° = \pi$, можно угловую величину выражать как в радианах, так и в градусах.

Пример: *Выразить в радианах величину угла* 150^0

$$180^0 - \pi$$

$$150^0 - x$$

$$x = 150 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{6} \text{ рад}$$

Число π

- **Число π** - математическая константа, выражающая отношение длины окружности к длине ее диаметра.
- Число π имеет числовое значение, которое лежит в промежутке **3,1415926 < π < 3,1415927**.

- Таким образом угол $150^0 = \frac{5\pi}{6} рад \approx 2,62$

Определения тригонометрических функций:

- Синус угла (sin α) - отношение противолежащего этому углу катета к гипотенузе.

Определения тригонометрических функций:

- Косинус угла (cos α) - отношение прилежащего катета к гипотенузе.

Определения тригонометрических функций:

- Тангенс угла (tg α) - отношение противолежащего катета к прилежащему.

Определения тригонометрических функций:

- Котангенс угла (ctg α) - отношение прилежащего катета к противолежащему.

Важно помнить!

- Область значений синуса и косинуса: от -1 до 1.

Иными словами синус и косинус принимают значения от -1 до 1.

Область значений тангенса и котангенса - вся числовая прямая, то есть эти функции могут принимать любые значения.

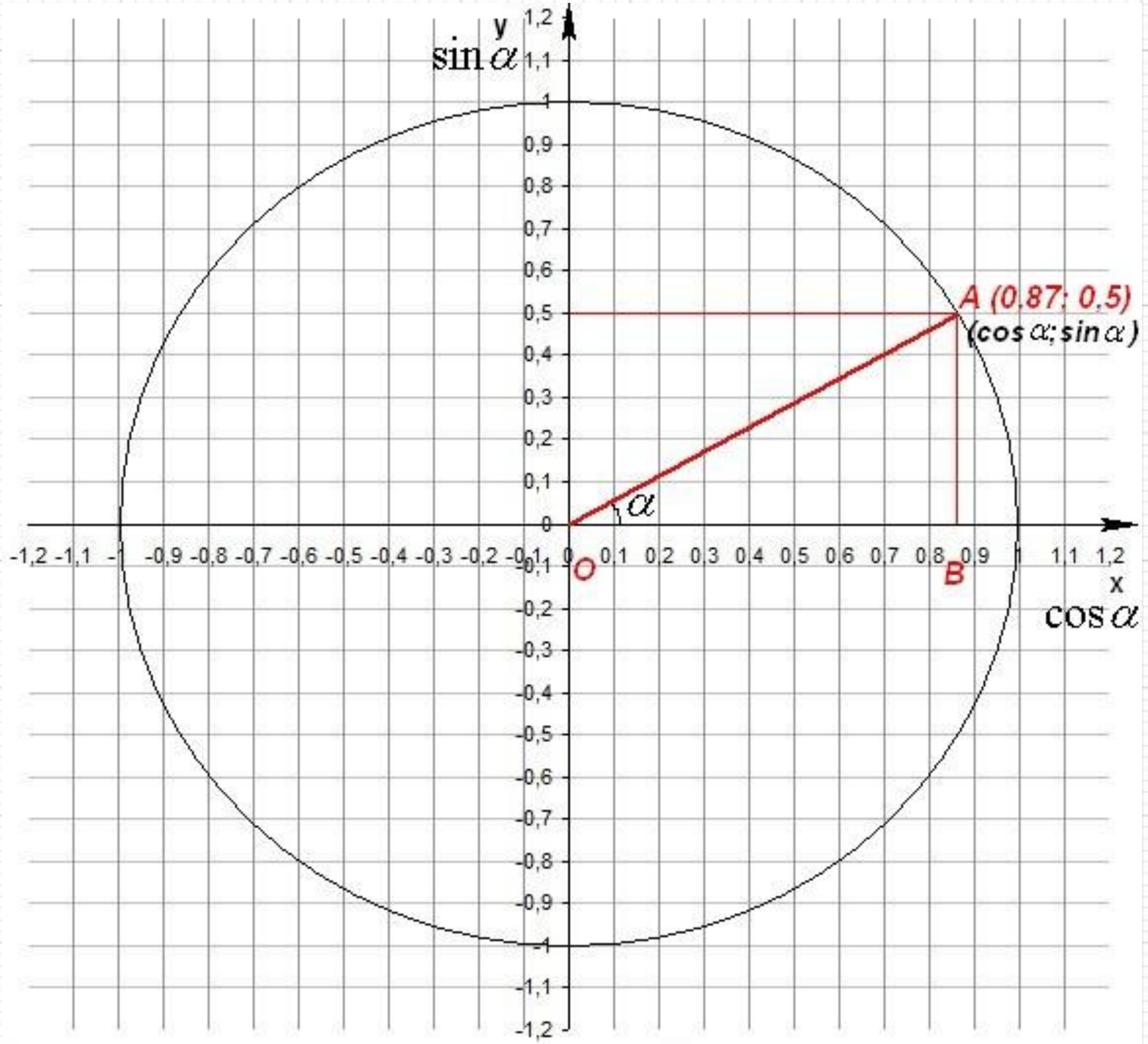
Единичная окружность

- Рассмотрим единичную окружность, т.е. окружность с центром в начале координат и радиусом, равным 1.

$$\alpha = 30^0$$

$$x = \cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}87$$

$$y = \sin 30^0 = \frac{1}{2}$$

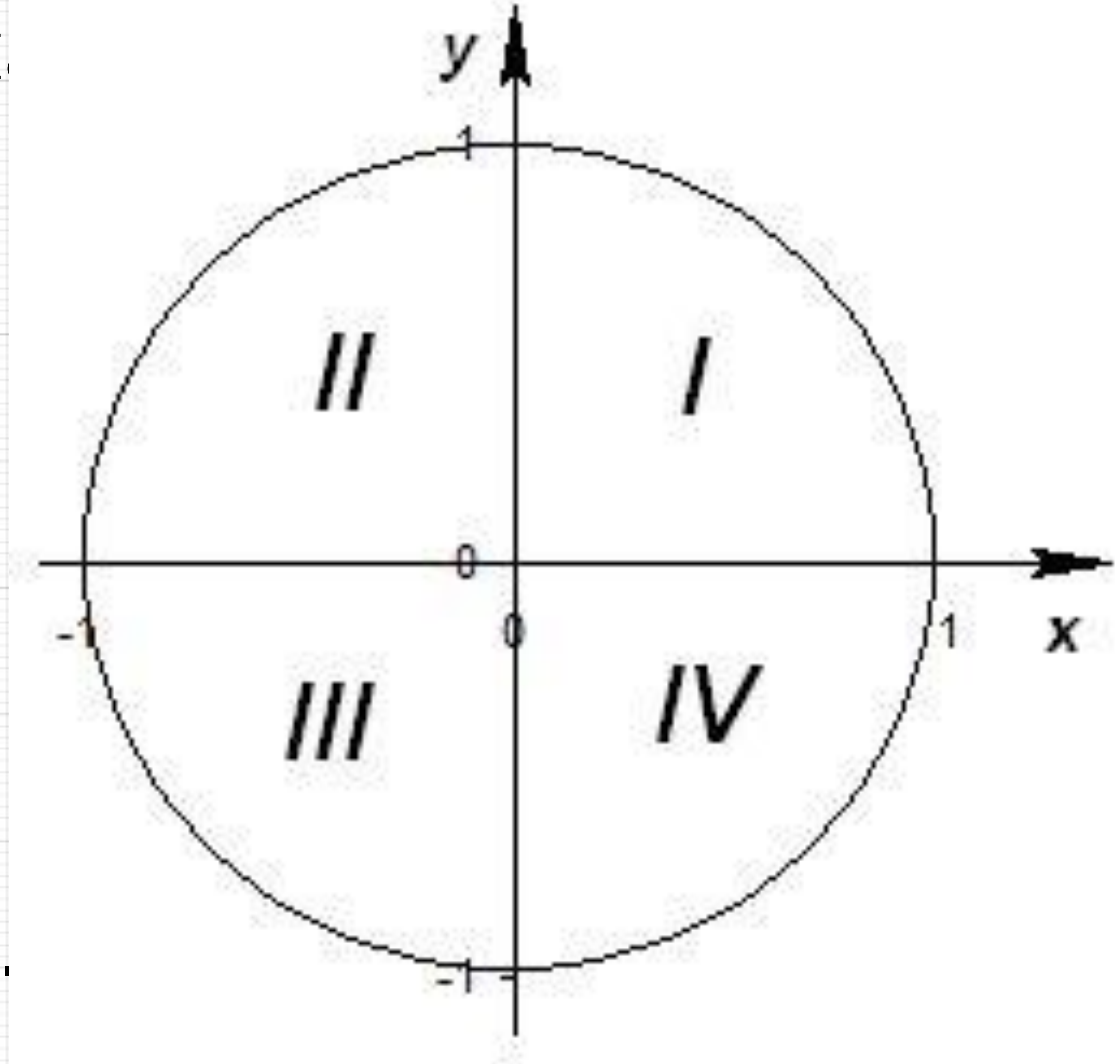


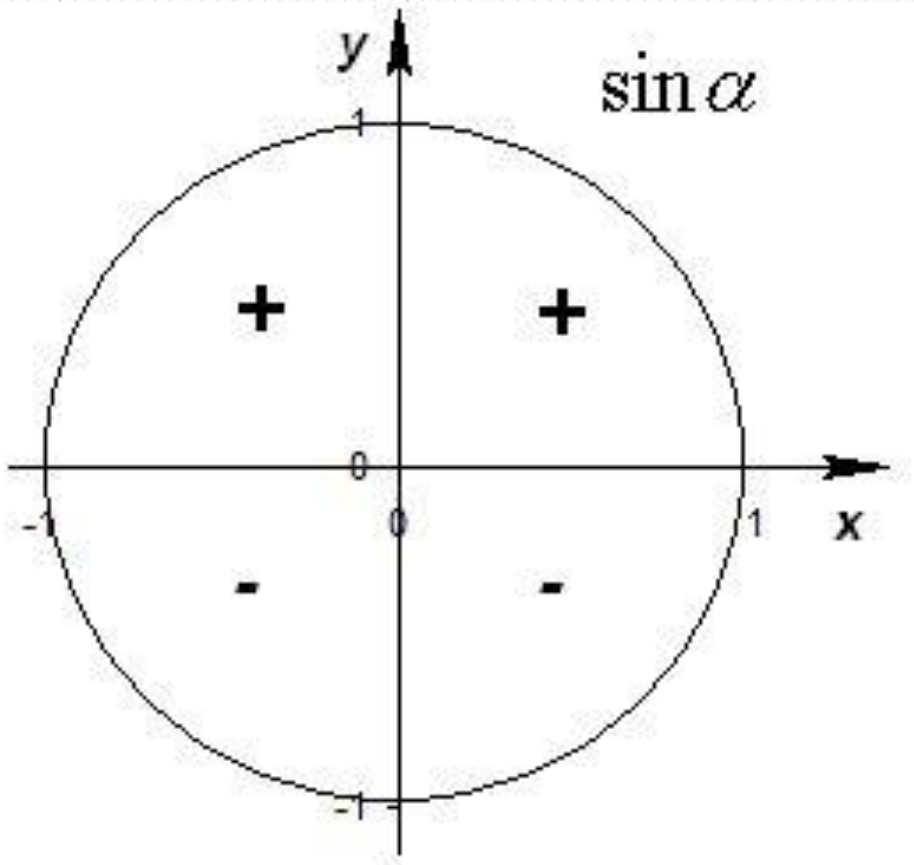
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
	0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	150^0	180^0
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$tg\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$ctg\alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

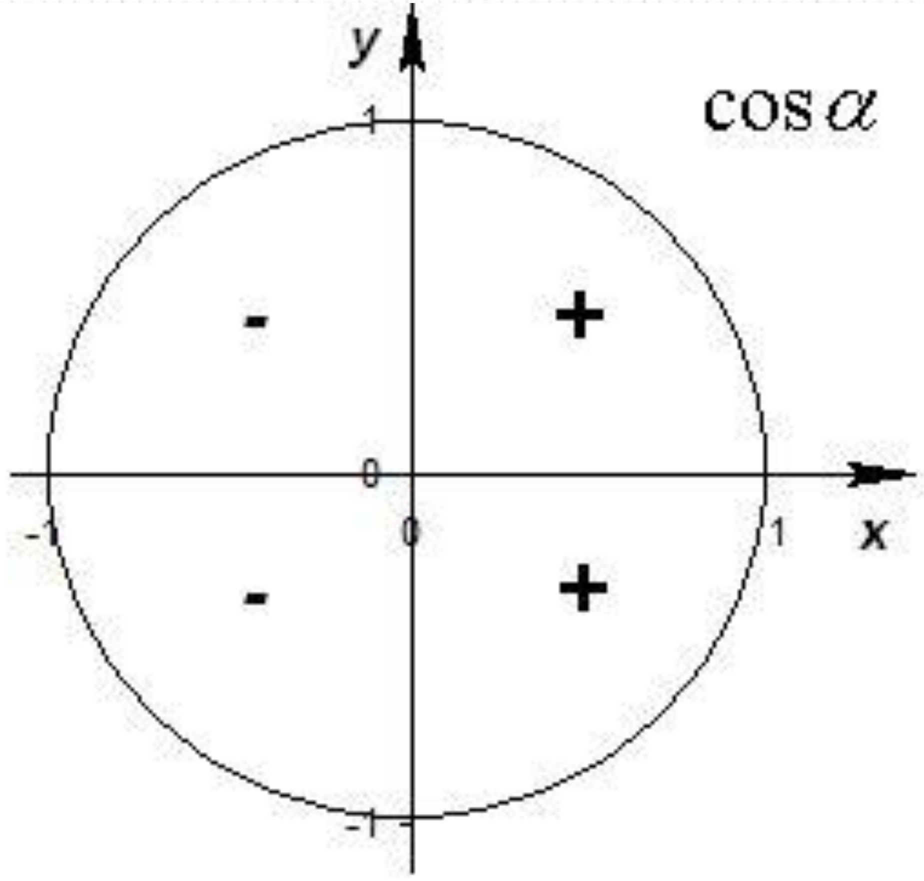
α	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\sin\alpha$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos\alpha$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$tg\alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$ctg\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

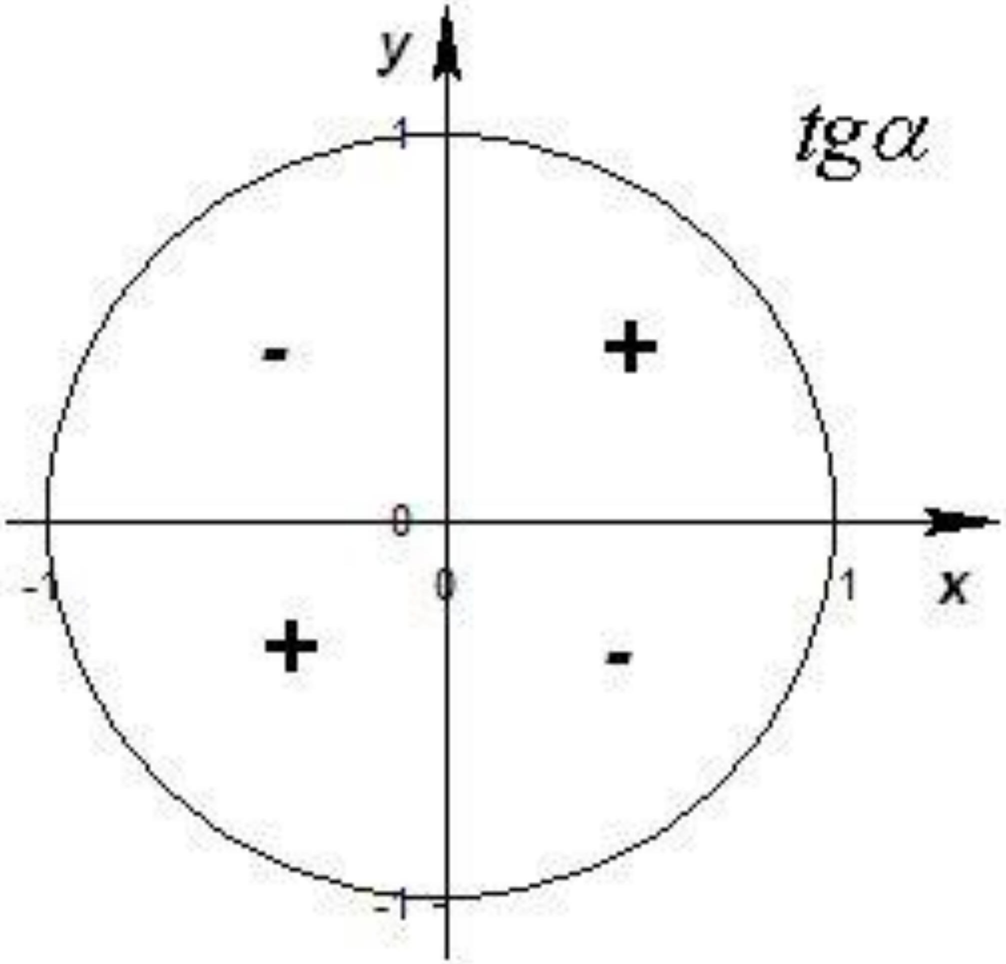
Тригонометрическую окружность разбивают на четверти.

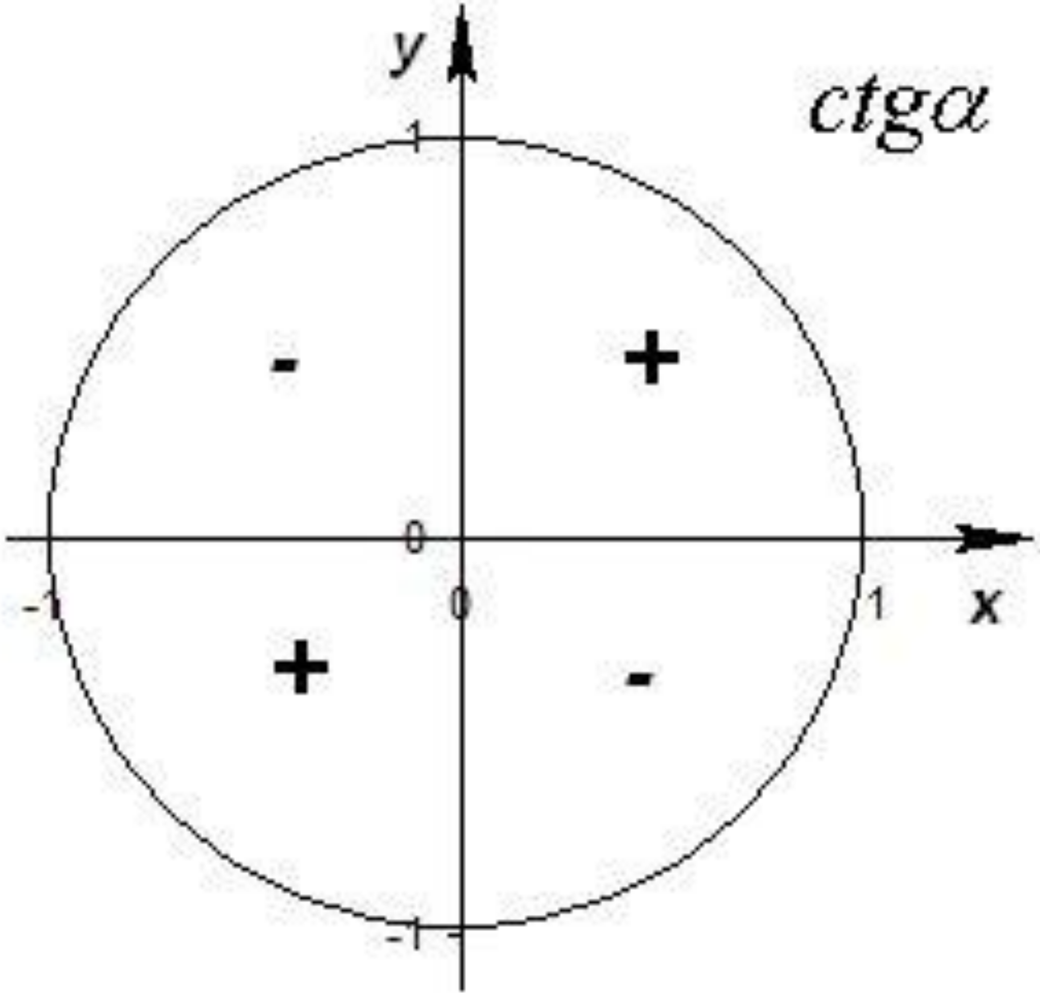
В соответствующей четверти синус, косинус, тангенс, котангенс принимают положительное или отрицательное значения.




y
sin α
1
+
+
0
-1
0
1
x
-
-
-1


y
cos α
1
-
+
0
-1
0
1
x
-
+
-1


y
$tg\alpha$
1
-
+
0
+
-
-1
0
1
x
-1


y
$ctg\alpha$
1
-
+
0
+
-
-1
0
1
x
-1

Значение угла на тригонометрической окружности

При прохождении окружности против часовой стрелки, начиная с точки С (1;0), угол положительный, при прохождении по часовой стрелки - отрицательный.