
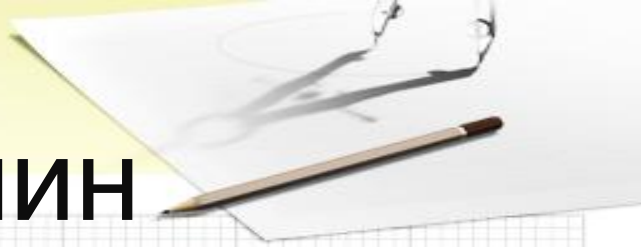


Тригонометрия



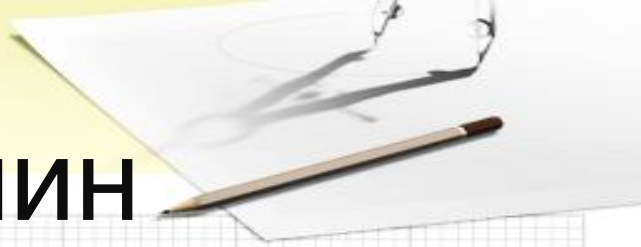
- 
- **Тригонометрия** - раздел математической науки, в котором изучаются тригонометрические функции и их использование в геометрии.
 - Изначально определения тригонометрических функций, **аргументом** которых является **угол**, выражались через **соотношения сторон прямоугольного треугольника**.

Измерение угловых величин



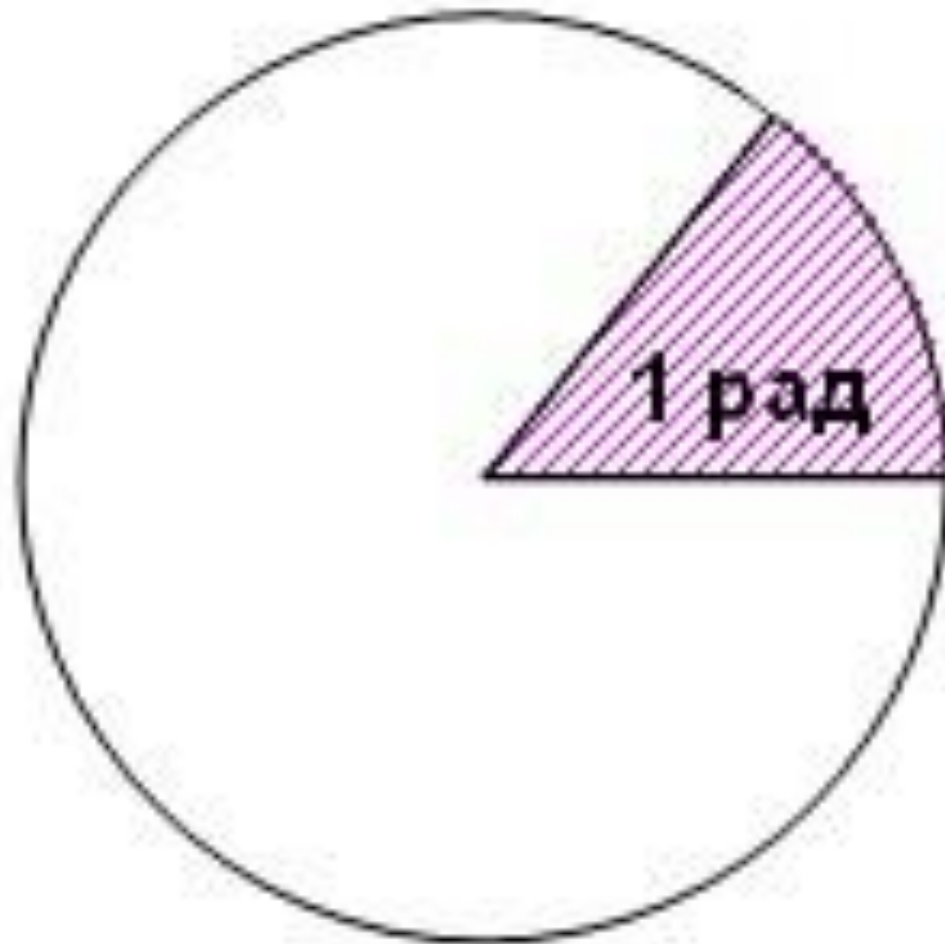
- **Угол** - два различных луча с общим началом.
- За измерение углов и дуг принимают угол в **1 градус** (обозначают 1°).
- $1/60$ часть градуса называется минутой (обозначают $1'$).
- $1/60$ часть минуты называется секундой (обозначают $1''$).

Измерение угловых величин



- **1 радиан** - это еще одна единица измерения величины угла.
- Угол в 1 радиан есть центральный угол, опирающийся на такую дугу окружности, длина которой равна радиусу этой окружности.

Измерение угловых величин



Измерение угловых величин

- Развернутый угол равен 180° или π радиан.
- Используя соотношение $180^\circ = \pi$, можно угловую величину выражать как в радианах, так и в градусах.

Пример: Выразить в радианах величину угла 150°

$$180^\circ - \pi$$

$$150^\circ - x$$

$$x = 150 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{6} \text{ рад}$$

Число π



- **Число π** - математическая константа, выражающая отношение длины окружности к длине ее диаметра.
- Число π имеет числовое значение, которое лежит в промежутке $3,1415926 < \pi < 3,1415927$.

- Таким образом угол $150^\circ = \frac{5\pi}{6} \text{ рад} \approx 2,62$

Определения тригонометрических функций:

- Синус угла ($\sin \alpha$) - отношение противолежащего этому углу катета к гипотенузе.



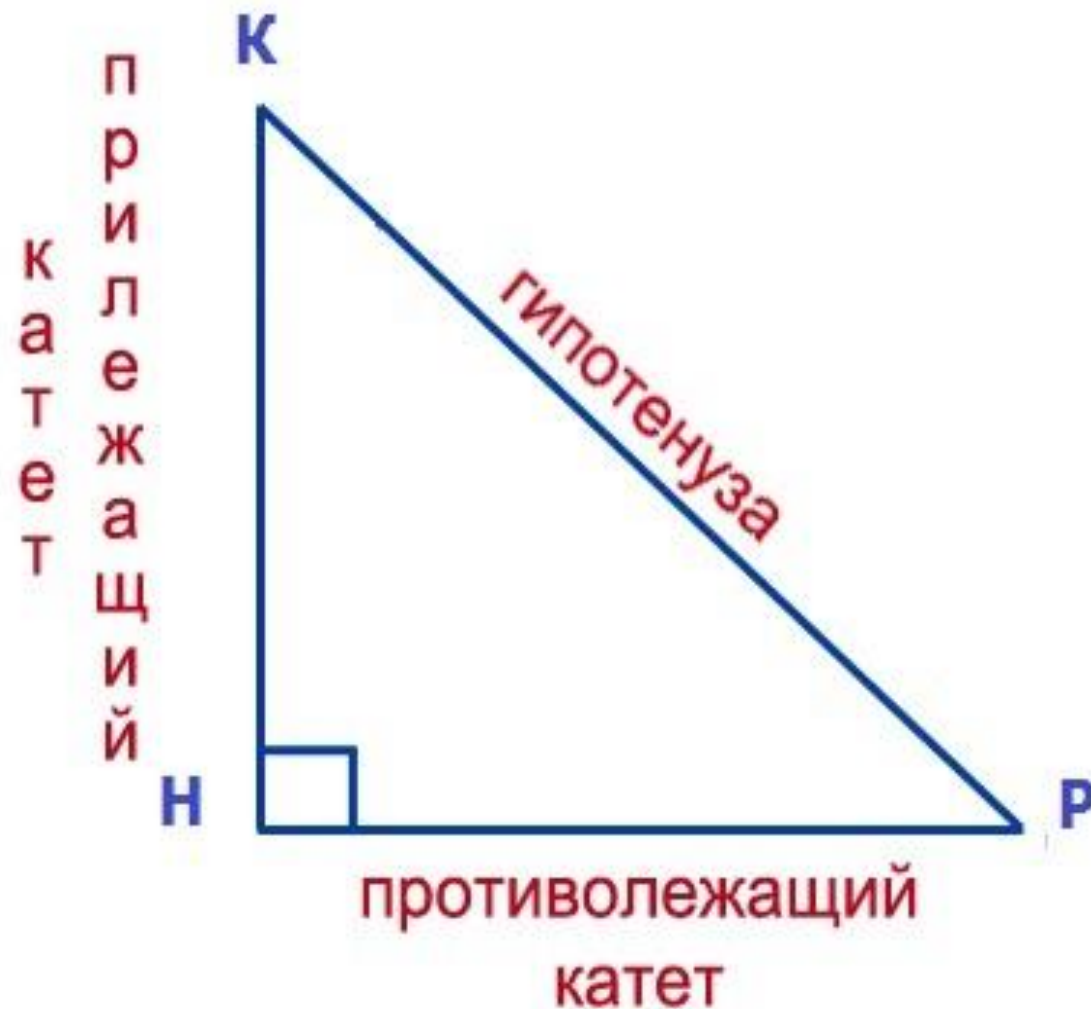
Определения тригонометрических функций:

- Косинус угла ($\cos \alpha$) - отношение прилежащего катета к гипотенузе.



Определения тригонометрических функций:

- Тангенс угла ($\operatorname{tg} \alpha$) - отношение противолежащего катета к прилежащему.



Определения тригонометрических функций:

- Котангенс угла ($\text{ctg } \alpha$) - отношение прилежащего катета к противолежащему.



Важно помнить!

- Область значений синуса и косинуса: от -1 до 1.

Иными словами синус и косинус принимают значения от -1 до 1.

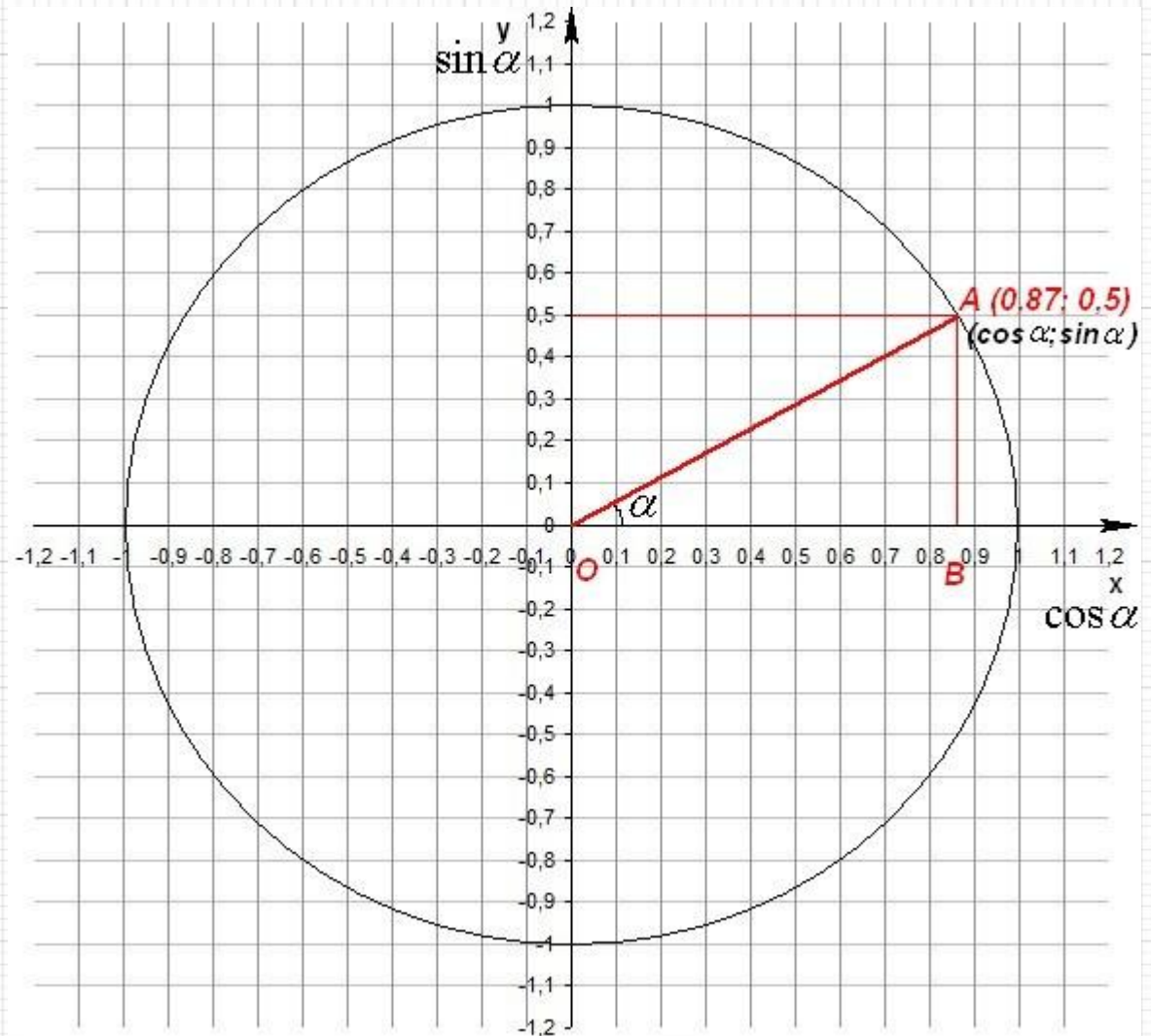
Область значений тангенса и котангенса - вся числовая прямая, то есть эти функции могут принимать любые значения.

Единичная окружность

- Рассмотрим единичную окружность, т.е. окружность с центром в начале координат и радиусом равным 1.
 $\alpha = 30^\circ$

$$x = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$$

$$y = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

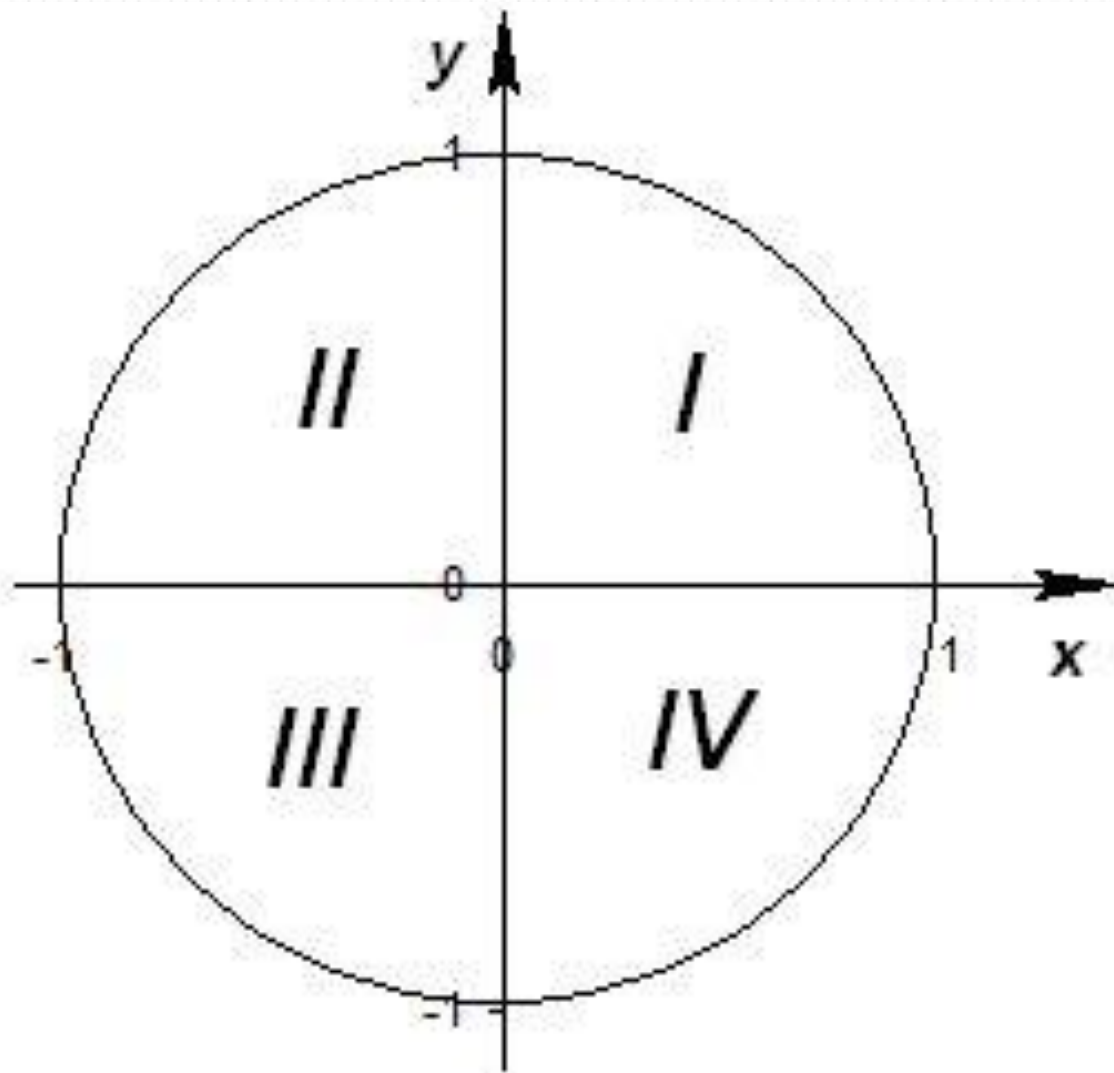


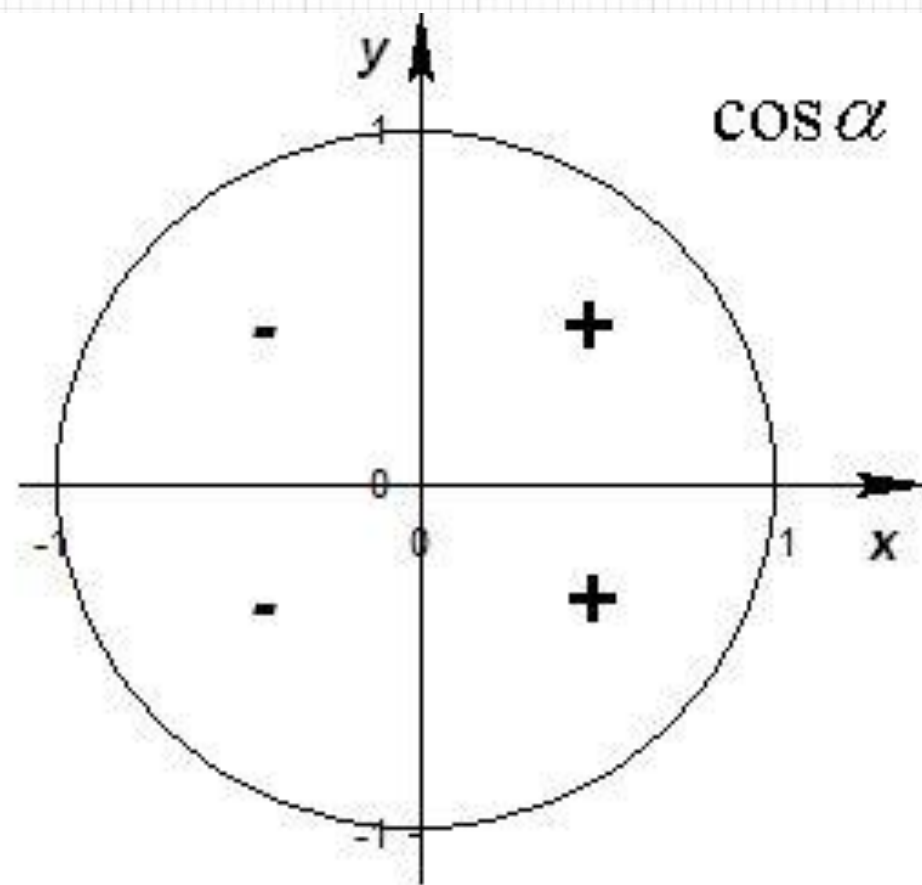
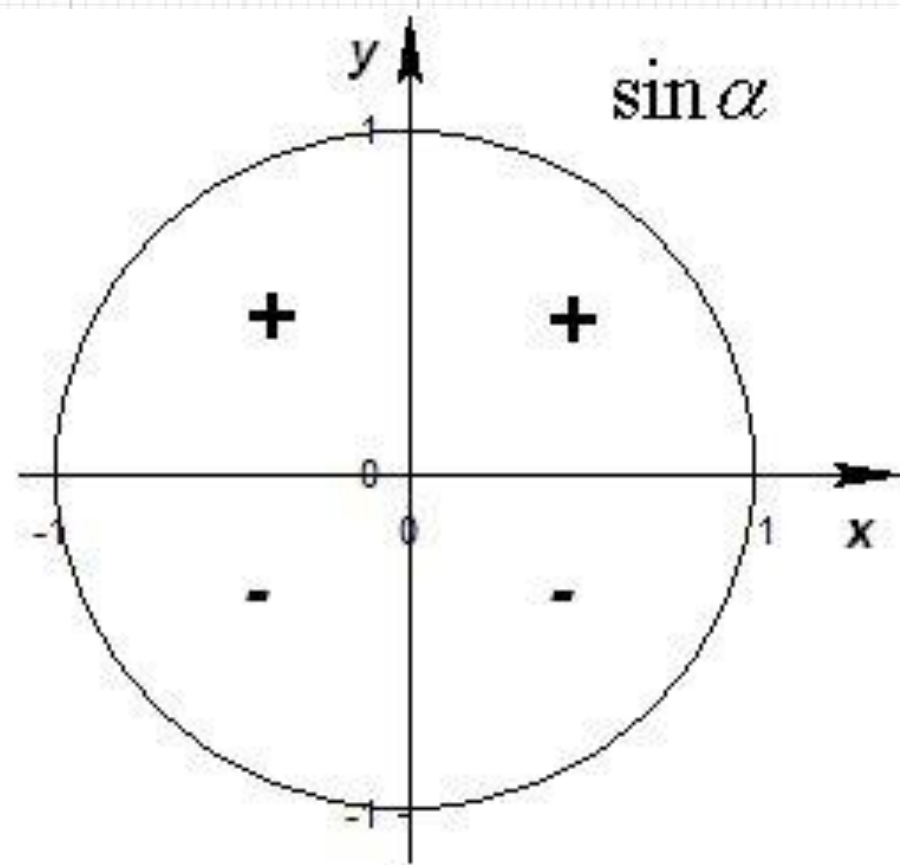
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
	0	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

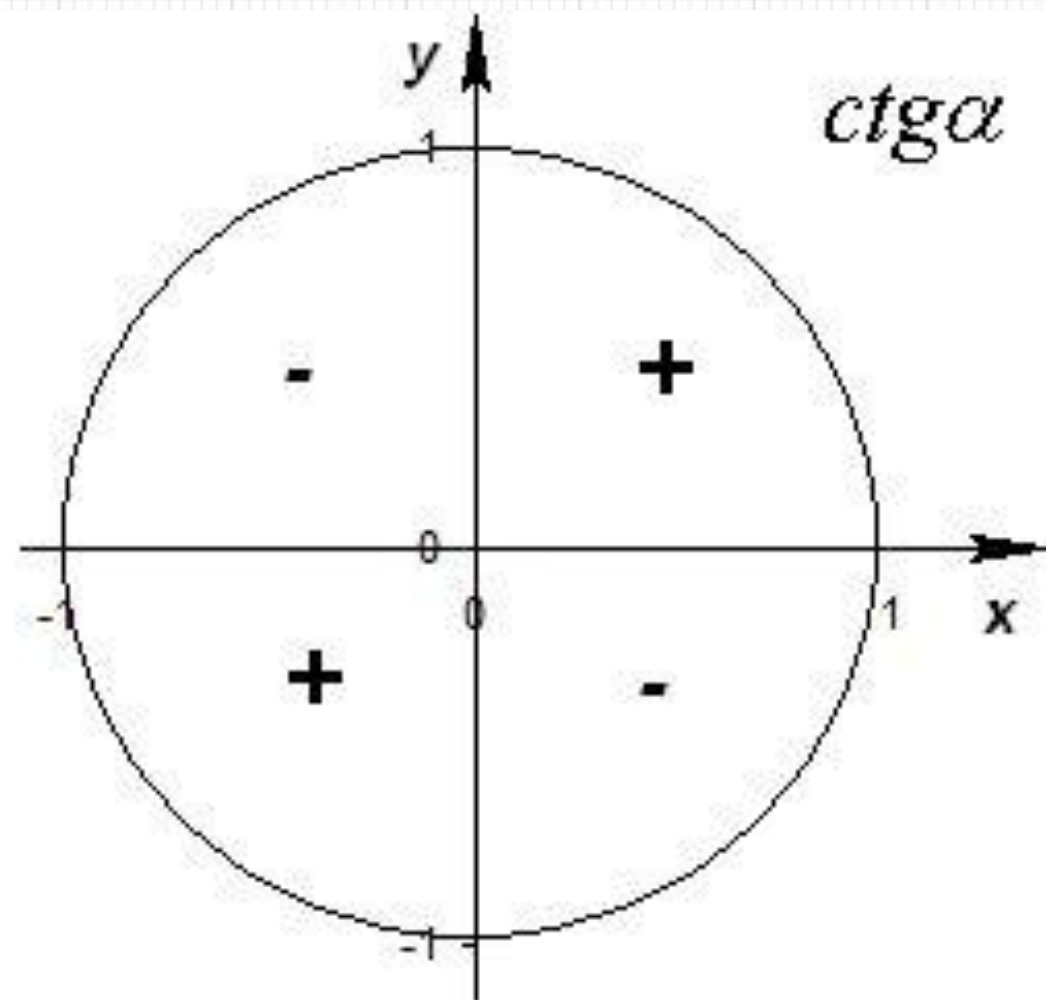
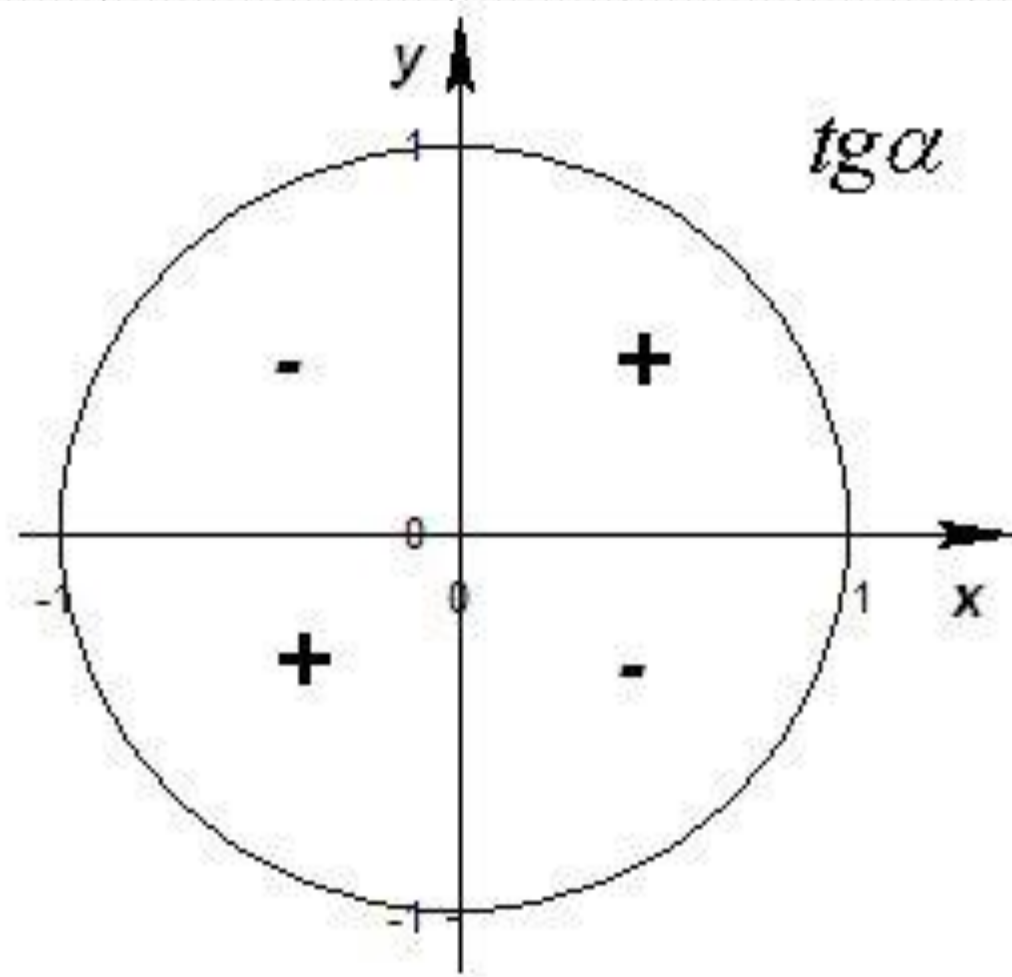
α	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\sin \alpha$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

Тригонометрическую окружность разбивают на четверти.

В соответствующей четверти синус, косинус, тангенс, котангенс принимают положительное или отрицательное значения.







Значение угла на тригонометрической окружности

При прохождении окружности против часовой стрелки, начиная с точки $C (1;0)$, угол положительный, при прохождении по часовой стрелки - отрицательный.

