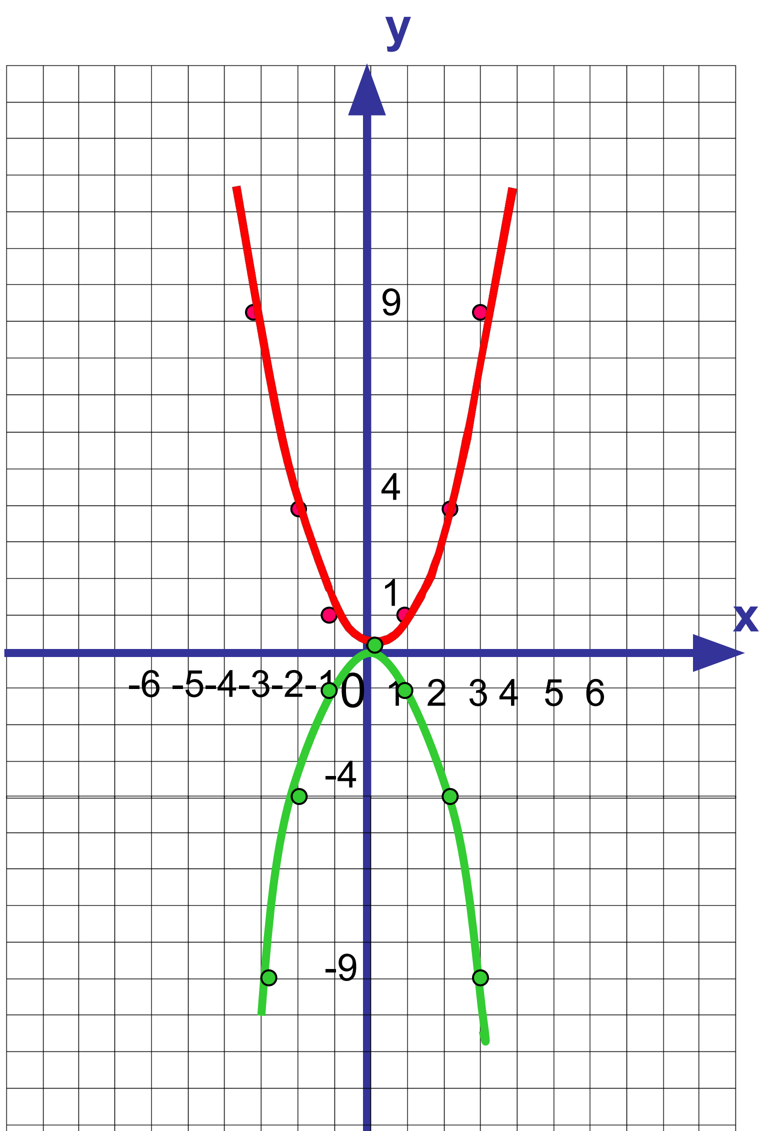
Квадратичная функция, ее график и свойства

Наш девиз: «Трудное сделать легким, легкое привычным, привычное приятным!»

График функции $y = a x^2$,



при a=1

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

при a= -1

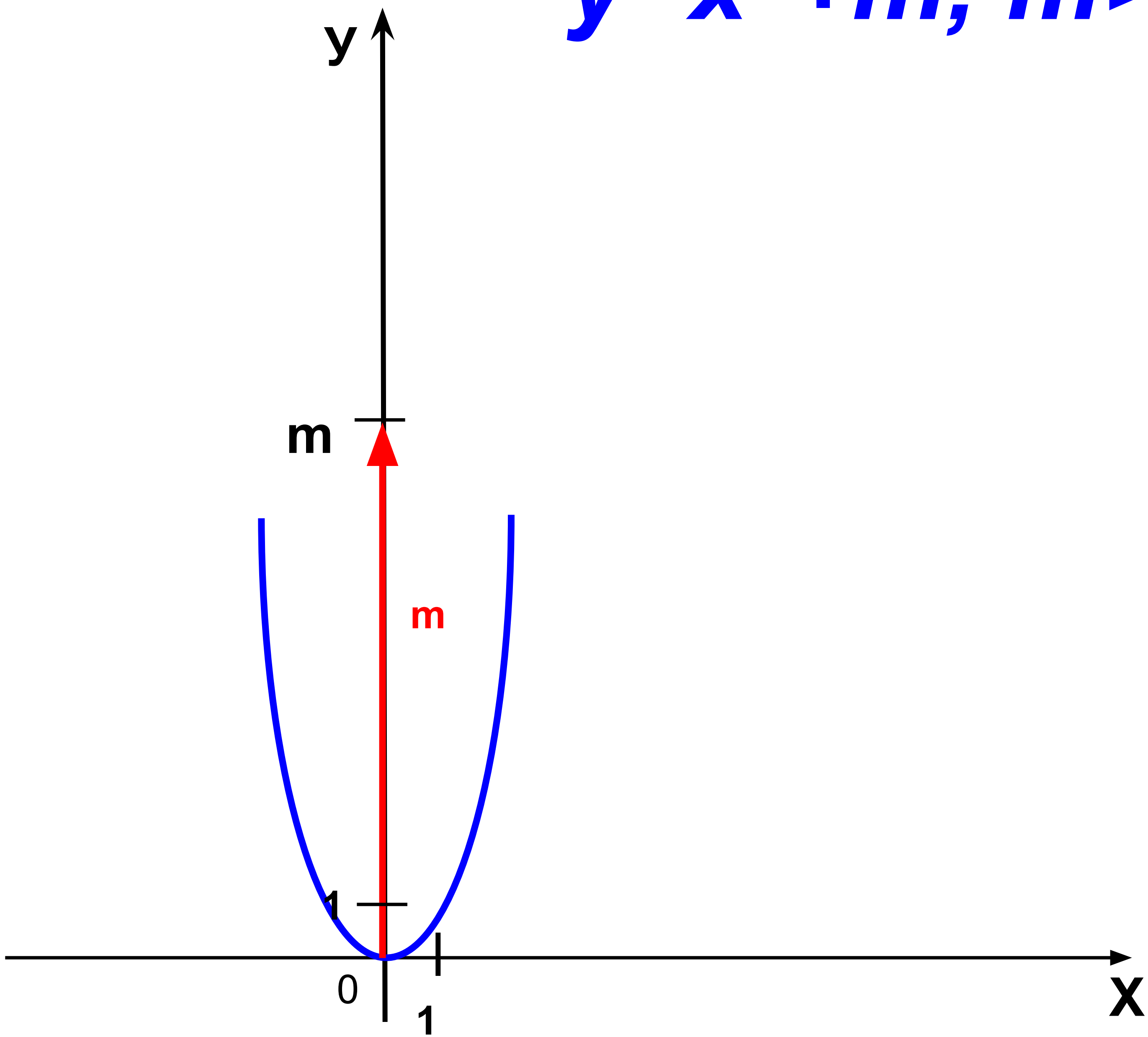
X	-3	-2	-1	0	1	2	
y	-9	-4	-1	0	-1	-4	

-9

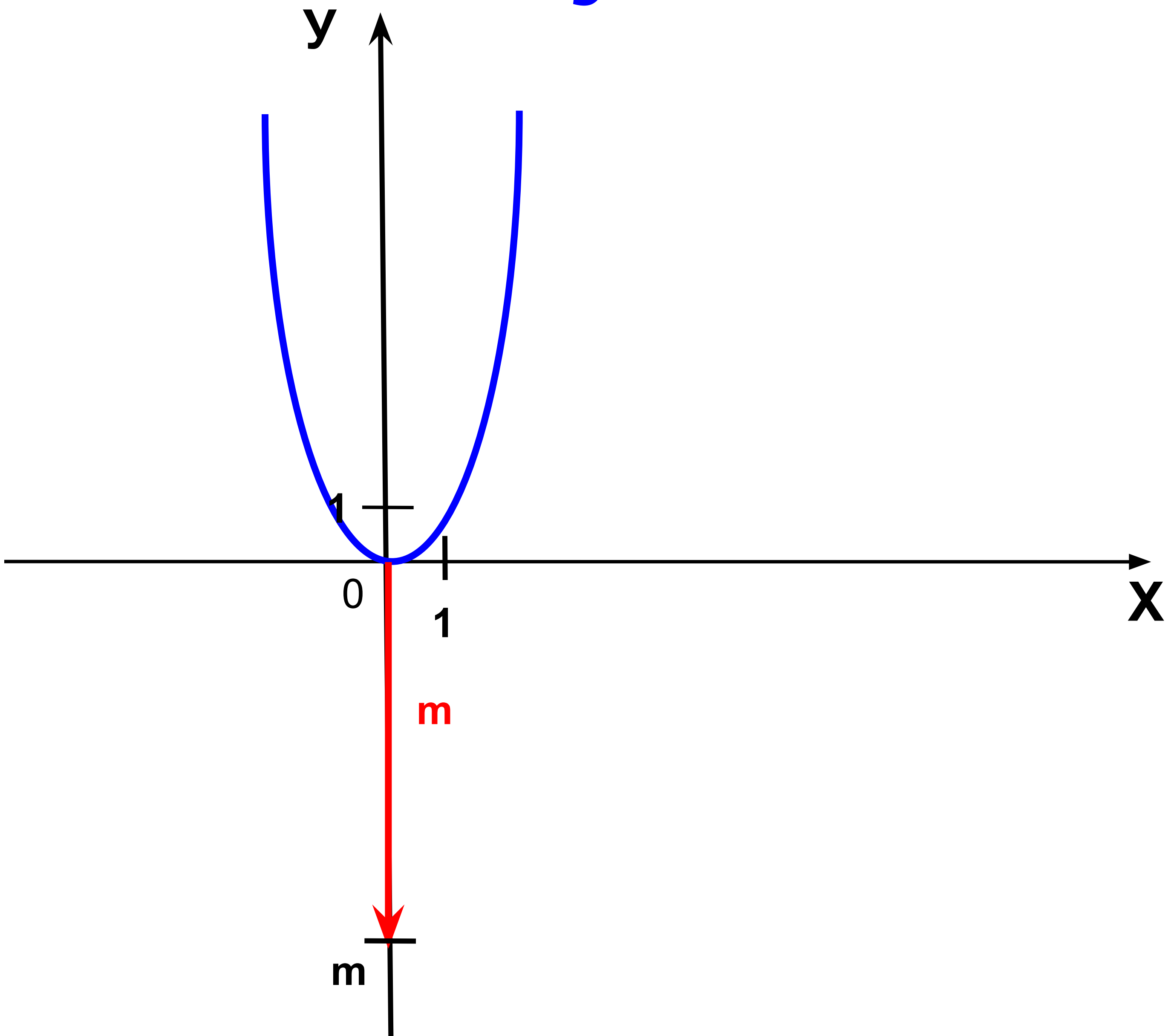
- Преобразование графика
- квадратичной функции

Построение графиков функций $y=x^2$ и $y=x^2+m$.

$y=x^2+m,\ m>0$



$$y=x^2+m,\ m<0$$

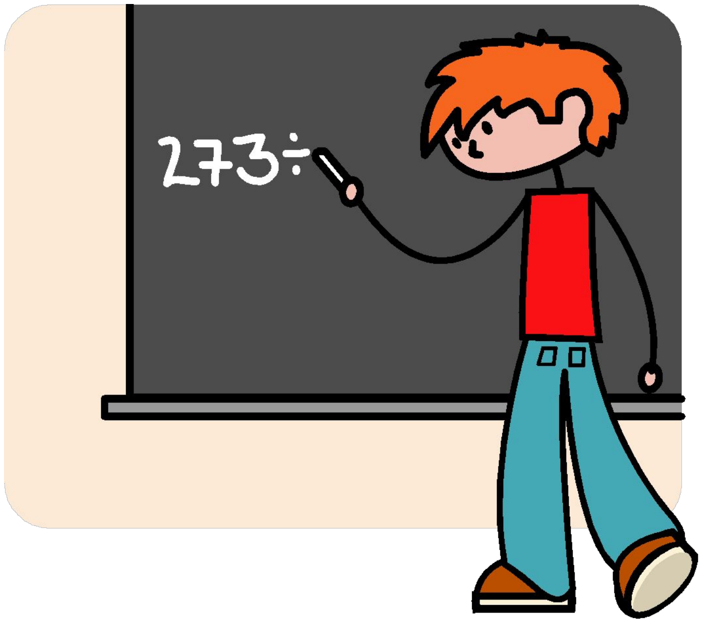


Постройте в одной координатной плоскости графики функций:

$$y_1 = x^2$$

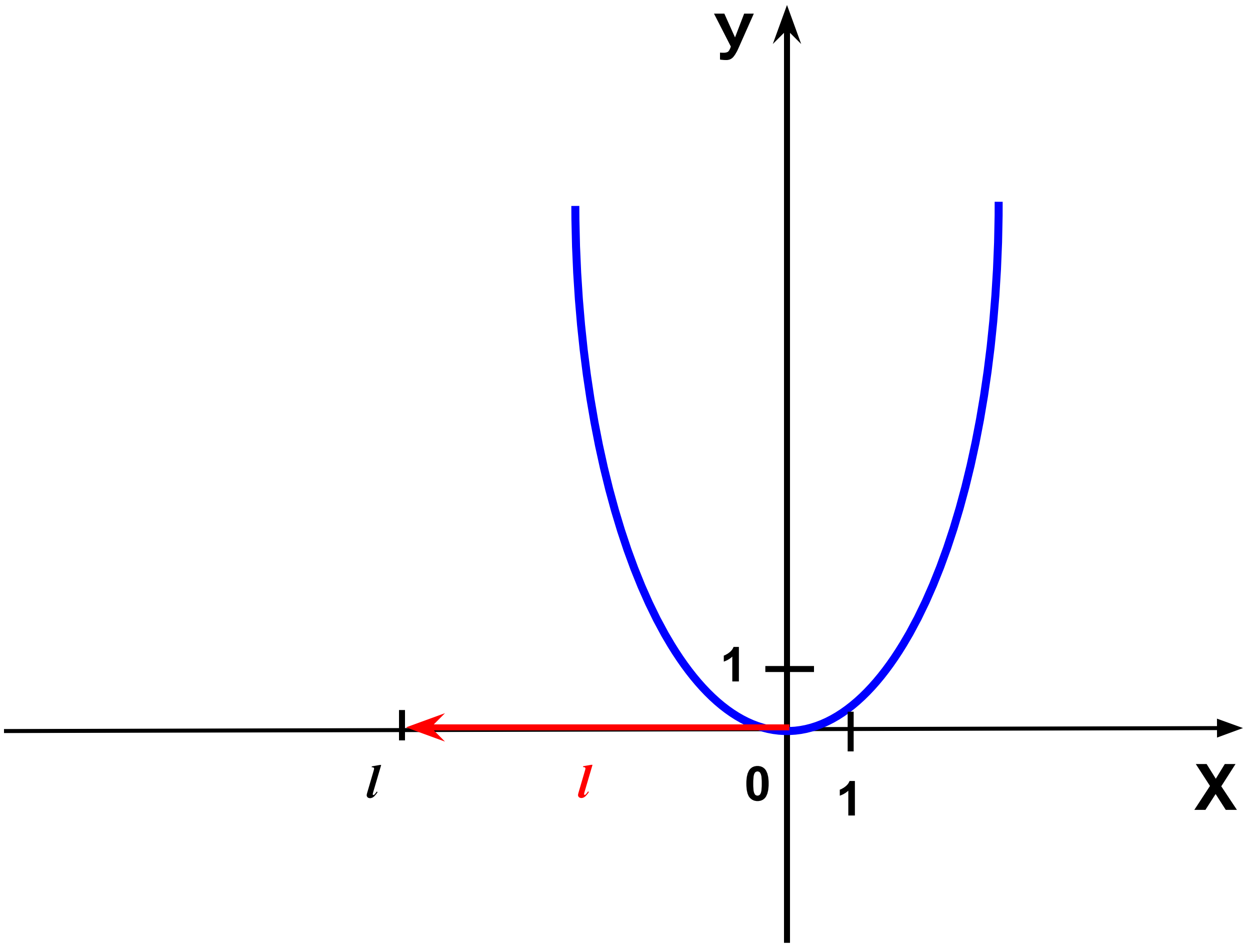
$$y_2 = x^2 + 5$$

$$y_3 = x^2 - 2$$

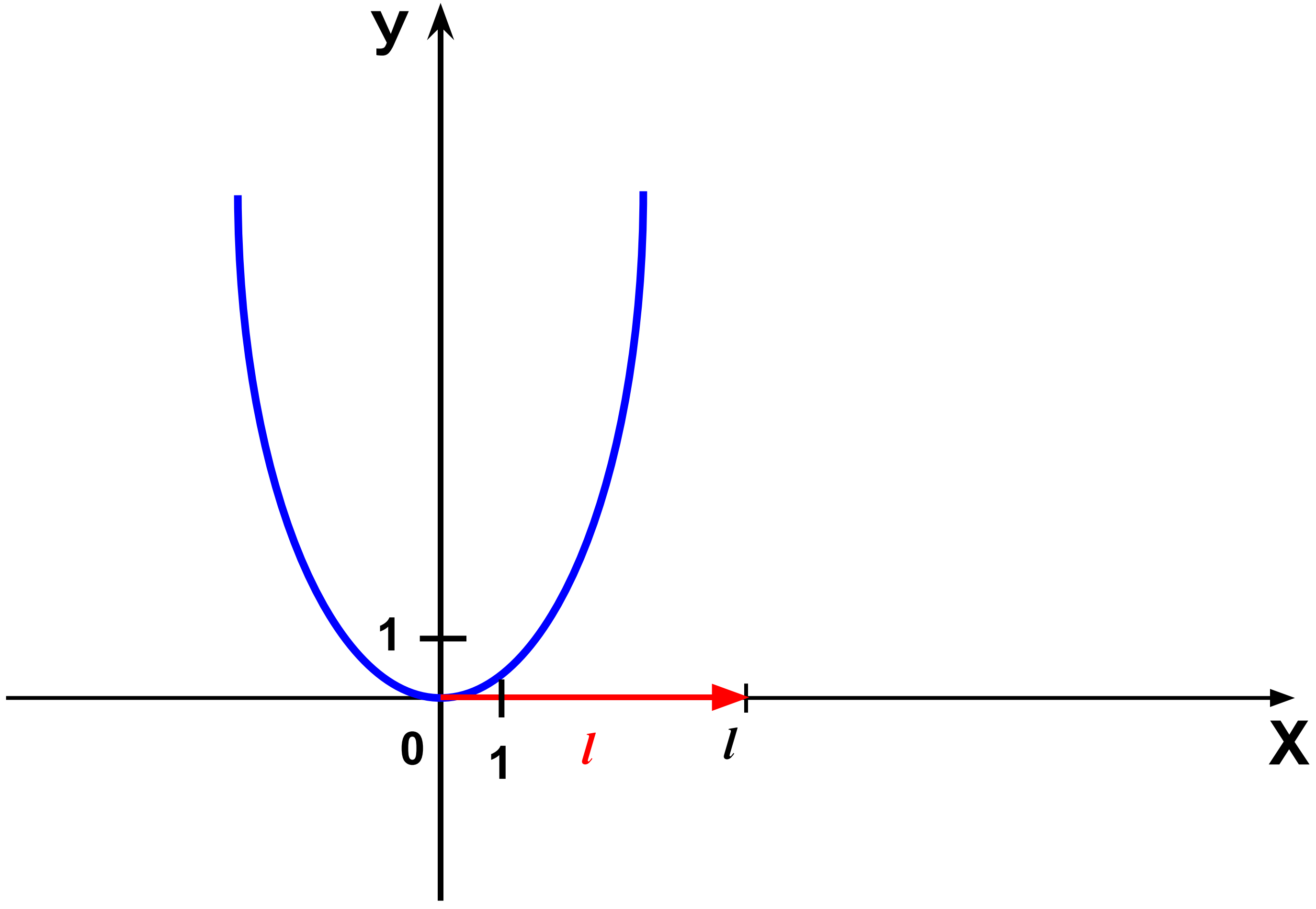


Построение графиков функций
$y=x^2$ *и* $y=(x+l)^2$.

$y=(x+l)^2,\ l>0$



$y=(x+l)^2,\ l<0$

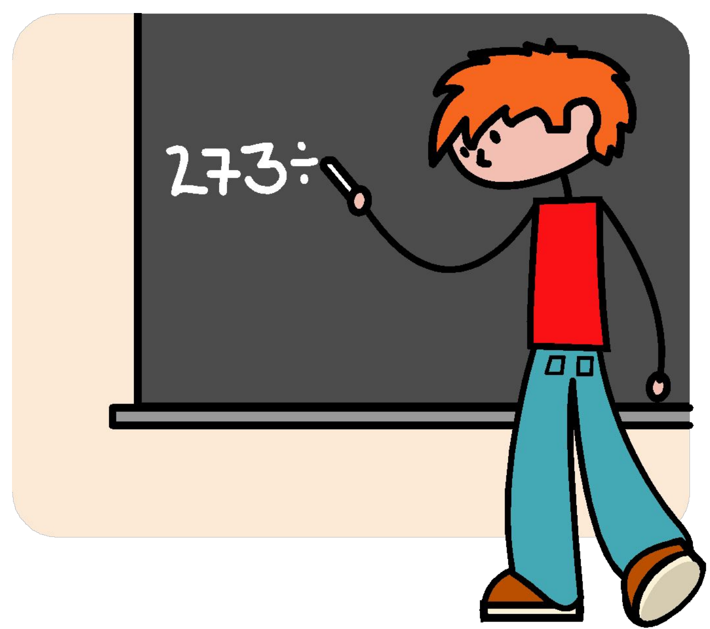


Постройте в одной координатной плоскости графики функций:

$$y_1 = x^2$$

$$y_2 = (x+1)^2$$

$$y_3 = (x-2)^2$$



Найти координаты вершины параболы:

- У $= 2(x-4)^2 + 5$ — $(4;5)$
- У $= -6(x-1)^2$ — $(1;0)$
- У $= -x^2 + 12$ — $(0;12)$
- У $= x^2 + 4$ — $(0;4)$
- У $= (x+7)^2 - 9$ — $(-7;-9)$
- У $= 6x^2$ — $(0;0)$

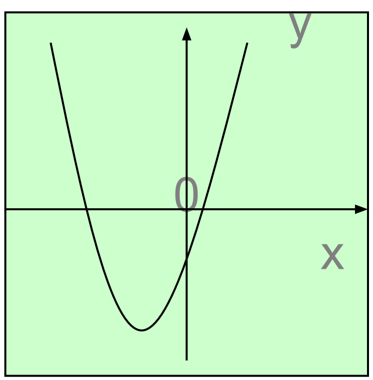
- График квадратичной
- функции, его свойства

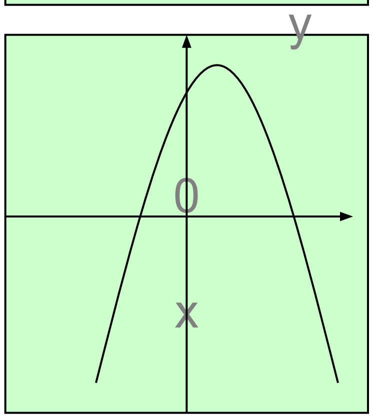
Квадратичной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида $y=ax^2+bx+c$, где
x - независимая переменная, a, b и c -некоторые числа (причём $a \neq 0$).

- Например: $y = 5x^2+6x+3$,
- $y = -7x^2+8x-2$,
- $y = 0{,}8x^2+5$,
- $y = \frac{3}{4}x^2-8x$,
- $y = -12x^2$

квадратичные функции

Графиком квадратичной функции является парабола, ветви которой направлены вверх(если a>0) или вниз (если a<0).





- $y=2x^2+4x-1$ – графиком является парабола, ветви которой направлены вверх (т.к. $a=2,\ a>0$).

- $y=-7x^2-x+3$ – графиком является парабола, ветви которой направлены вниз (т.к. $a=-7,\ a<0$).

Алгоритм
решения

1. Определить координату вершины параболы по формула
$$x_0 = -\frac{b}{2a};\ y_0 = y(x_0)$$
2. Отметить эту точку на координатной плоскости.
3. Через вершину пар $x = x_0$ начертить ось симметрии параболы
4. Найти нули функции и 0тметить их на числовой прямой
5. Найти координаты двух дополнительных точек и симметричных им
6. Провести кривую параболы.

Постройте график функции $y=2x^2+4x-6$,
опишите его свойства

Проверь себя:

1. $D(y) = R$

2. $y=0$, если $x=1; -3$

3. $y>0$, если $x \in (-\infty;-3) \cup (1;+\infty)$

   $y<0$, если $x \in (-3;1)$

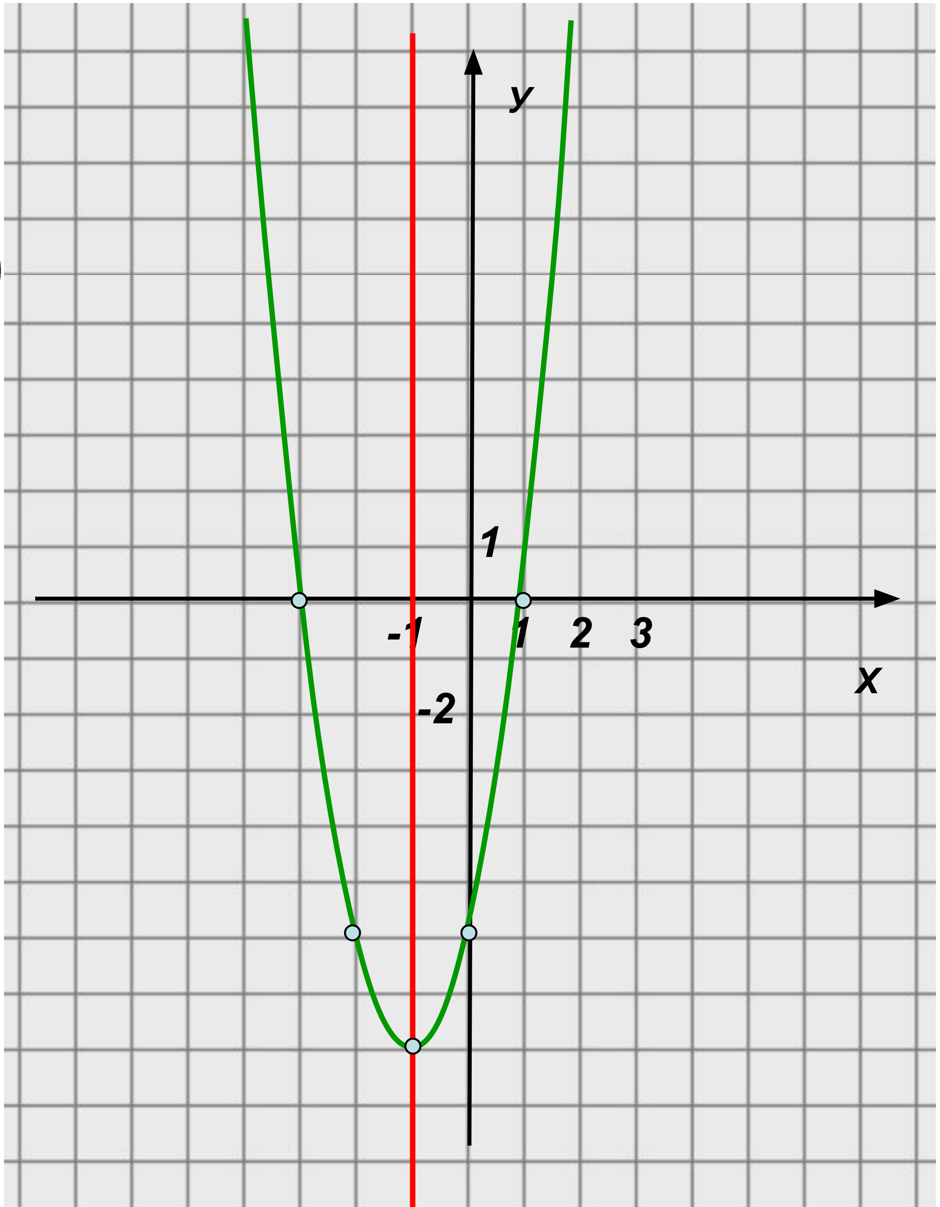
4. $y\downarrow$, если $x \in (-\infty;-1]$

   $y\uparrow$, если $x \in [-1;+\infty)$

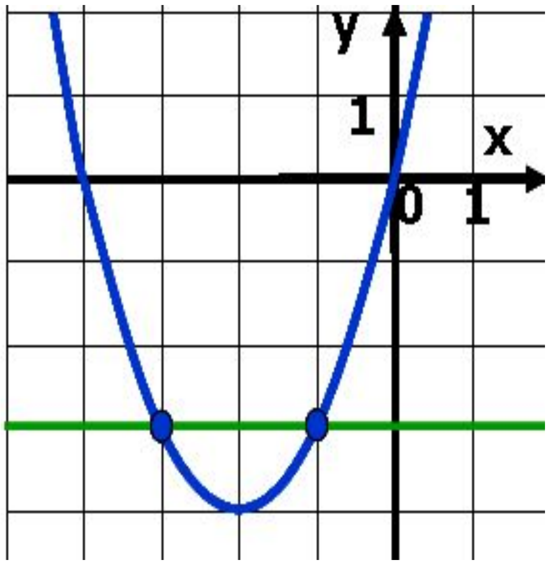
5. $y_{наим} = -8$, если $x = -1$

   $y_{наиб}$ – не существует.

6. $E(y)$: $[-8;+\infty)$



Решение квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции



Определение: Неравенство, левая часть которого есть многочлен второй степени, а правая- нуль, называется **неравенством второй степени.**

- *Все квадратные неравенства могут быть приведены к одному из следующих видов:*
- **1) $ax^2+bx+c>0$;**
  2) $ax^2+bx+c<0$;
- **3) $ax^2+bx+c\geq0$;**
  4) $ax^2+bx+c\leq0$.

Какие из неравенств вы бы назвали неравенствами второй степени:

- 1) $6x^2-13x>0$; 2) $x^2-3x-14>0$;
- 3) $(5+x)(x-4)>7$; 4) $\frac{2x-3}{5}>0$;

5) $\frac{x^3-5}{x+5}>0$

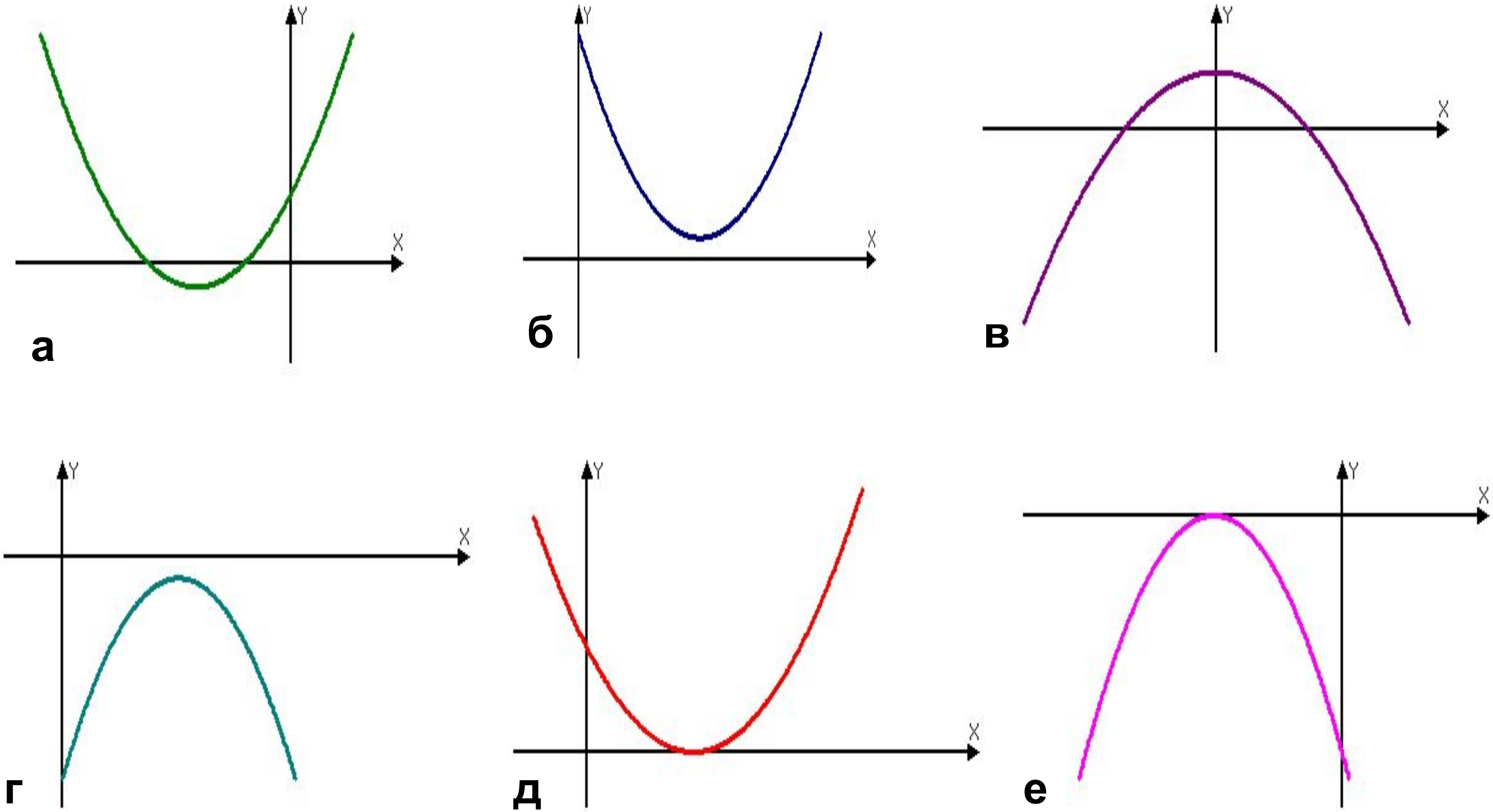
- 6) $8x^2>0$; 7) $(x-5)^2-25>0$;

Какие из чисел являются решениями неравенства?

$$2x^2 + x - 4 < 0$$

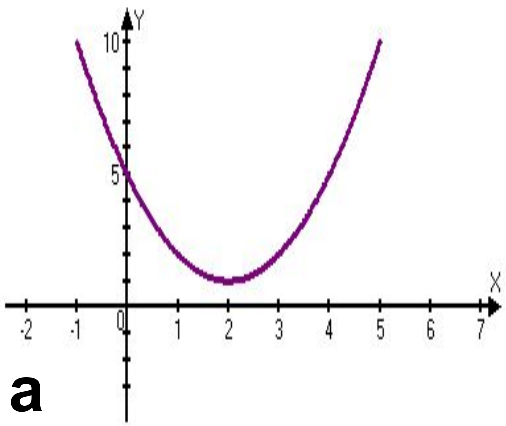
?	?	?	?	?	?	?	?
1	-3	0	-1	5	-4	-2	0,5

Назовите число корней уравнения $ax^2+bx+c=0$ и знак коэффициента a, если график соответствующей квадратичной функции расположен следующим образом:

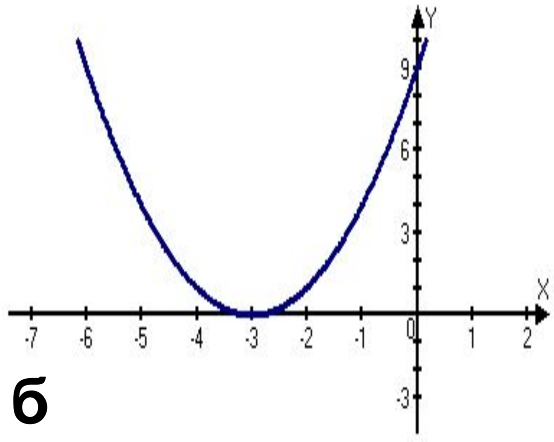


Назовите промежутки знакопостоянства функции, если её график расположен указанным образом:

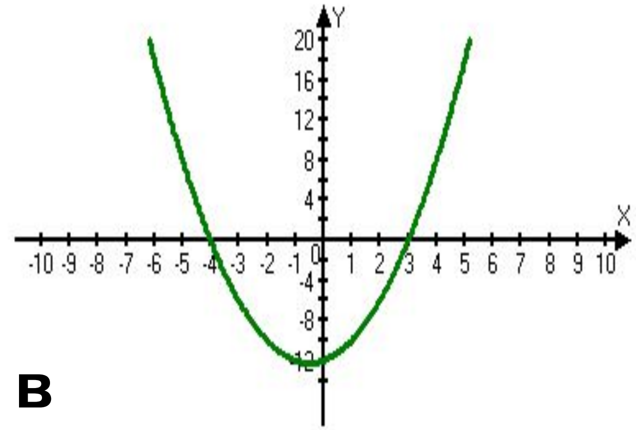
I вариант.



а

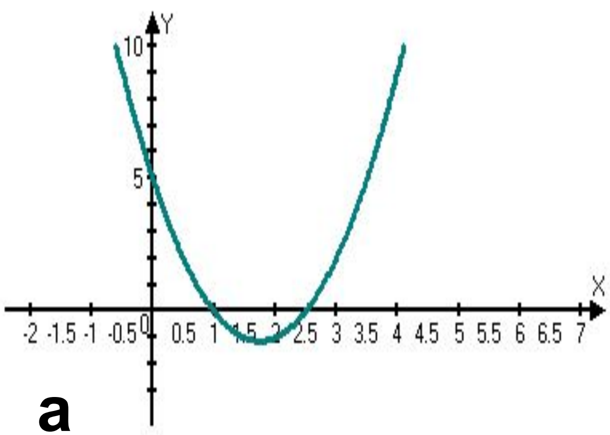


б

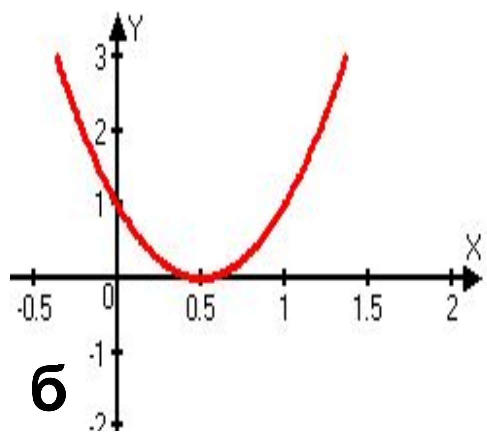


в

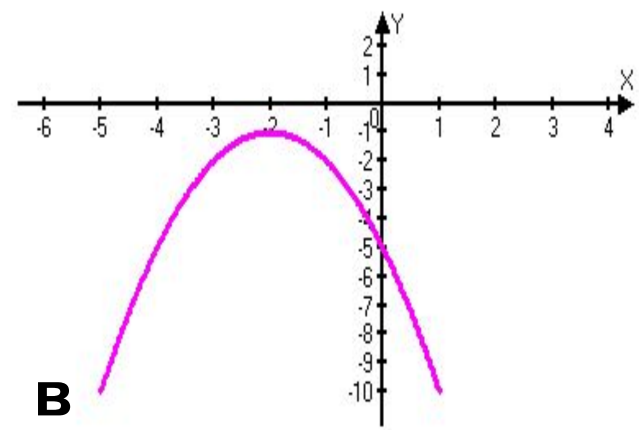
II вариант.



а



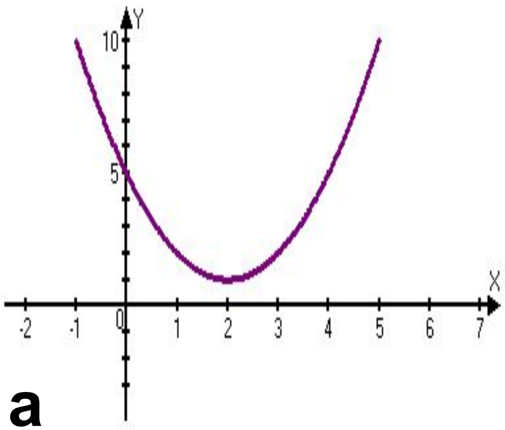
б



в

Назовите промежутки знакопостоянства функции, если её график расположен указанным образом:

I вариант

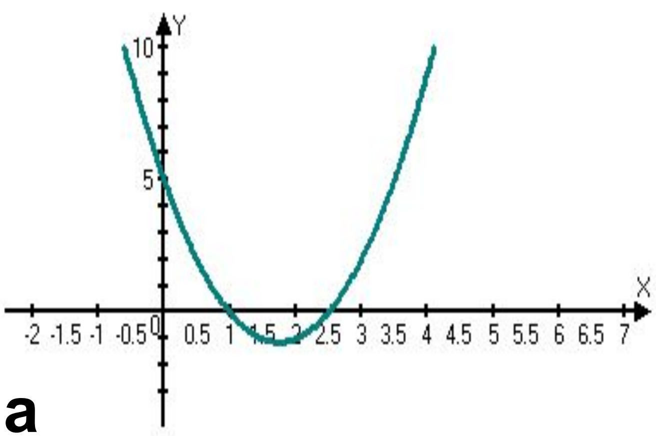


а

f(x)>0 при xЄR

f(x)<0 ———

II вариант



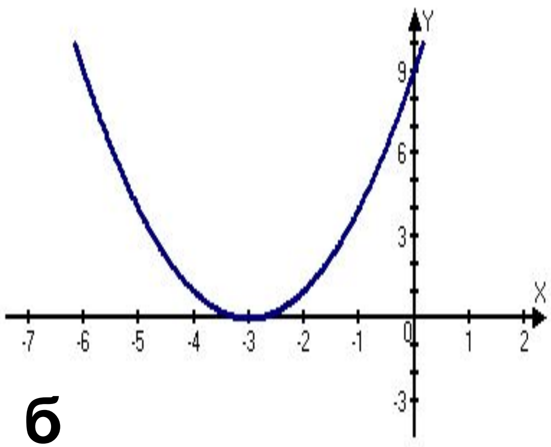
а

f(x)>0 при xЄ(-∞;1)U(2,5;+∞);

f(x)<0 при xЄ(1;2,5)

Назовите промежутки знакопостоянства функции, если её график расположен указанным образом:

I вариант

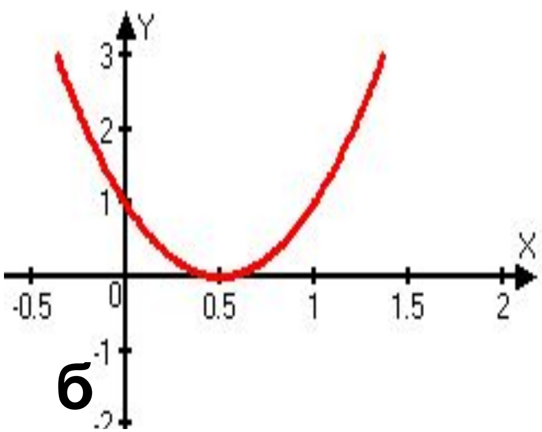


б

f(x)>0 при xЄ(-∞;-3)U(-3;+∞)

f(x)<0 ________

II вариант



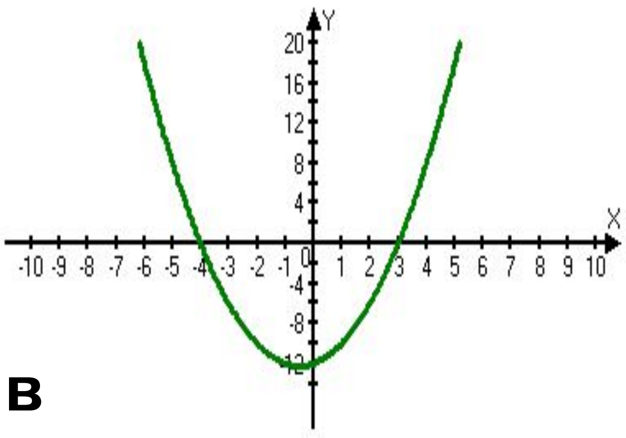
б

f(x)>0 при xЄ(-∞;0,5)U(0,5;+∞)

f(x)<0 ________

Назовите промежутки знакопостоянства функции, если её график расположен указанным образом

I вариант



в

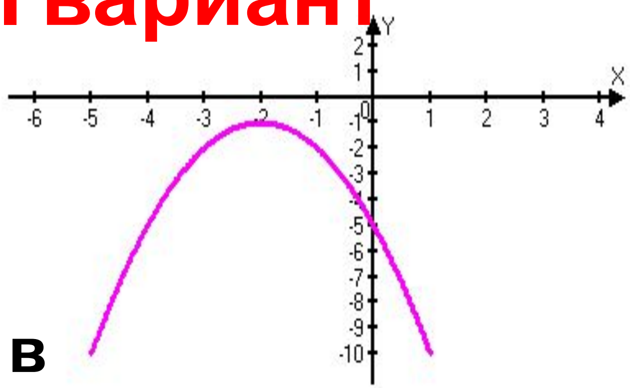
f(x)>0 при xЄ(-∞;-4)U(3;+∞);

f(x)<0 при xЄ(-4;3)

f(x)>0————;

f(x)<0 при xЄR

II вариант



в

Алгоритм решения неравенств второй степени с одной переменной

1. Приведите неравенство к виду $ax^2+bx+c>0$ ($ax^2+bx+c<0$)
2. Рассмотрите функцию $y=ax^2+bx+c$
3. Определите направление ветвей
4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс (для них y=0; x_1 и x_2 найдите, решая уравнение $ax^2+bx+c=0$)
5. Схематически постройте график функции $y=ax^2+bx+c$
6. Выделите часть параболы, для которой y>0 (y<0)

Пример решения неравенства

$5x^2+9x-2<0$

2.Рассмотрим функцию

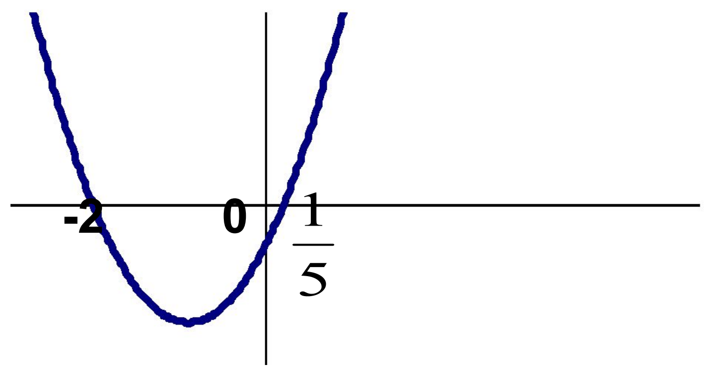
$y=5x^2+9x-2$

3. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

4. $5x^2+9x-2=0$

$x_1=-2$; $x_2=\frac{1}{5}$

5.



Алгоритм решения неравенств второй степени с одной переменной

1. Приведите неравенство к виду $ax^2+bx+c>0$ ($ax^2+bx+c<0$)
2. Рассмотрите функцию $y=ax^2+bx+c$
3. Определите направление ветвей
4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс (для них y=0; x_1 и x_2 найдите, решая уравнение $ax^2+bx+c=0$)
5. Схематически постройте график функции $y=ax^2+bx+c$
6. Выделите часть параболы, для которой y>0 (y<0)
7. На оси абсцисс выделите те значения x, для которых y>0 (y<0)

Пример решения неравенства

$5x^2+9x-2<0$

2.Рассмотрим функцию

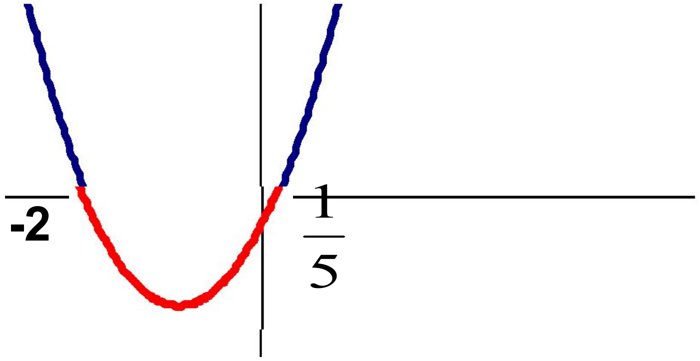
$y=5x^2+9x-2$

3. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

4. $5x^2+9x-2=0$

$x_1=-2$; $x_2=\frac{1}{5}$

5.



Алгоритм решения неравенств второй степени с одной переменной

1. Приведите неравенство к виду $ax^2+bx+c>0$ ($ax^2+bx+c<0$)
2. Рассмотрите функцию $y=ax^2+bx+c$
3. Определите направление ветвей
4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс (для них y=0; x_1 и x_2 найдите, решая уравнение $ax^2+bx+c=0$)
5. Схематически постройте график функции $y=ax^2+bx+c$
6. Выделите часть параболы, для которой y>0 (y<0)
7. На оси абсцисс выделите те значения x, для которых y>0 (y<0)
8. Запишите ответ в виде промежутков

Пример решения неравенства

$5x^2+9x-2<0$

2. Рассмотрим функцию

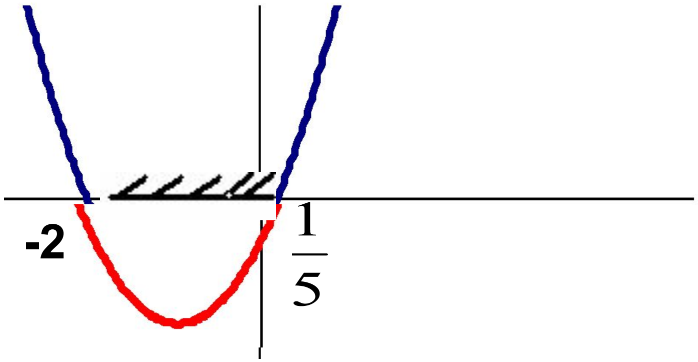
$y=5x^2+9x-2$

3. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

4. $5x^2+9x-2=0$

$x_1=-2$; $x_2=\frac{1}{5}$

5.



8. $x \in (-2; \frac{1}{5})$

В таблице 1 найдите верное решение неравенства 1, в таблице 2 - решение неравенства 2:

1. $x^2-3x-4\ge 0$

2. $x^2-3x-10<0.$

Таблица 1

a	в
$x\in(-1;4)$	$x\in(-\infty;-1]\cup[4;+\infty)$
c	**d**
$x\in[-1;4]$	$x\in(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$

Таблица 2

a	в
$x\in(-2;5)$	$x\in(-\infty;-2)\cup(5;+\infty)$
c	**d**
$x\in[-2;5]$	$x\in(-\infty;-2]\cup[5;+\infty)$

В таблице 1 найдите верное решение неравенства 1, в таблице 2- решение неравенства 2:

1. $x^2-3x-4\geq 0$

2. $x^2-3x-10<0.$

Таблица 1

a	в
$x\in(-1;4)$	$x\in(-\infty;-1]\cup[4;+\infty)$
c	d
$x\in[-1;4]$	$x\in(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$

Таблица 2

a	в
$x\in(-2;5)$	$x\in(-\infty;-2)\cup(5;+\infty)$
c	d
$x\in[-2;5]$	$x\in(-\infty;-2]\cup[5;+\infty)$

В таблице 1 найдите верное решение неравенства 1, в таблице 2- решение неравенства 2:

1. $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

2. $x^2 - 3x - 10 < 0.$

Таблица 1

a	в
$x \in (-1;4)$	$x \in (-\infty;-1] \cup [4;+\infty)$
c	**d**
$x \in [-1;4]$	$x \in (-\infty;-1) \cup (4;+\infty)$

Таблица 2

a	в
$x \in (-2;5)$	$x \in (-\infty;-2) \cup (5;+\infty)$
c	**d**
$x \in [-2;5]$	$x \in (-\infty;-2] \cup [5;+\infty)$

В таблице 1 найдите верное решение неравенства 1, в таблице 2- решение неравенства 2:

1. $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

2. $x^2 - 3x - 10 < 0.$

Таблица 1

a	в
$x \in (-1;4)$	$x \in (-\infty;-1] \cup [4;+\infty)$
c	d
$x \in [-1;4]$	$x \in (-\infty;-1) \cup (4;+\infty)$

Таблица 2

a	в
$x \in (-2;5)$	$x \in (-\infty;-2) \cup (5;+\infty)$
c	d
$x \in [-2;5]$	$x \in (-\infty;-2] \cup [5;+\infty)$

Итог урока

При решении данных заданий нам удалось систематизировать знания о применении квадратичной функции. Математика- это содержательное, увлекательное и доступное поле деятельности, дающее ученику богатую пищу для ума. Свойства квадратичной функции лежат в основе ***решения квадратных неравенств***. Многие ***физические зависимости*** выражаются квадратичной функцией; например, камень, брошенный вверх со скоростьюv0, находится в момент времени t на расстоянии

s(t)=-q\2t2+v0t

от земной поверхности (здесь q- ускорение силы тяжести);
количество тепла Q, выделяемое при прохождении тока в проводнике с сопротивлением R, выражается через силу тока I формулой

Q=RI2.

Знания свойств квадратичной функции позволяют рассчитать дальность полета тела, брошенного вертикально вверх или под некоторым углом. Этим пользуются ***в оборонной промышленности.***

спасибо за урок