



АРИФМЕТИЧЕСКА Я ПРОГРЕССИЯ

ЧТО ТАКОЕ ПРОГРЕССИЯ?



- Термин «прогрессия» имеет латинское происхождение (progression), что означает «движение вперед» и был введен римским автором Бозцием (VI в.).
- Этим термином в математике прежде именовали всякую последовательность чисел, построенную по такому закону, который позволяет неограниченно продолжать эту последовательность в одном направлении. В настоящее время термин «прогрессия» в первоначально широком смысле не употребляется.
- Два важных частных вида прогрессий – арифметическая и геометрическая – сохранили свои названия.

ЧТО ОБЩЕГО В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ?

● $2, 6, 10, 14, 18, \dots$ $22, 26$

● $11, 8, 5, 2, -1, \dots$ $-4, -7$

● $5, 5, 5, 5, 5, \dots$ $5, 5$

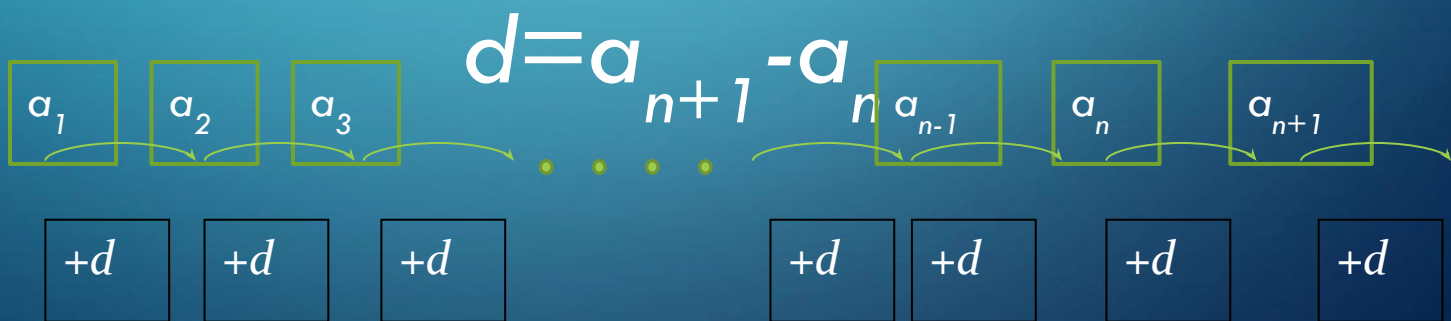
АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

- Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

(a_n) - арифметическая прогрессия,
если $a_{n+1} = a_n + d$,
где d -некоторое число.

РАЗНОСТЬ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

- Число d , показывающее, на сколько следующий член последовательности отличается от предыдущего, называется разностью прогрессии.



СВОЙСТВА ПРОГРЕССИИ

● 2, 6, 10, 14, 18,

$$d=4, \quad a_{n+1} > a_n$$

● 11, 8, 5, 2, -1,

$$d=-3, \quad a_{n+1} < a_n$$

● 5, 5, 5, 5, 5,

$$d=0, \quad a_{n+1} = a_n$$

- Если в арифметической прогрессии разность положительна ($d > 0$), то прогрессия является возрастающей.
- Если в арифметической прогрессии разность отрицательна ($d < 0$), то прогрессия является убывающей.
- В случае , если разность равна нулю ($d = 0$) и все члены прогрессии равны одному и тому же числу, последовательность называется стационарной.

ЗАДАЧА



● На складе 1 числа было 50 тонн угля. Каждый день в течение месяца на склад приходит машина с 3 тоннами угля. Сколько угля будет на складе 30 числа, если в течение этого времени уголь со склада не расходовался.

● $a_1 = 50, d = 3$

● 1 числа: 50 т

2 числа: +1 машина (+3 т)

3 числа: +2 машины(+3·2 т)

.....

...

30 числа: +29 машин(+3·29 т)

● $a_{30} = a_1 + 29d$

$a_{30} = 137$

ФОРМУЛА N-ОГО ЧЛЕНА

▶ a_1

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 3d$$

.....

$$a_n = a_{n-1} + d = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

ПРИМЕР 1.

- Последовательность (a_n) -арифметическая прогрессия. Найдите a_{81} , если $a_1=20$ и $d=3$.

- Решение:

Воспользуемся формулой n -ого члена

$$a_{81} = a_1 + d(81 - 1),$$

$$a_{81} = 20 + 3 \cdot 80,$$

$$a_{81} = 260.$$

- Ответ: 260.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ СВОЙСТВО АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

- Пусть a_n – искомый член последовательности. Воспользуемся тем, что разность между соседними членами последовательности постоянна:

- $a_n - a_{n-1} = a_{n+1} - a_n$

$$2a_n = a_{n-1} + a_{n+1}$$

$$a_n = (a_{n-1} + a_{n+1}) : 2$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

- **Числовая последовательность является арифметической прогрессией тогда и только тогда, когда любой член этой последовательности, начиная со второго, есть среднее арифметическое соседних с ним членов!**

ЗАДАЧА

- Последовательность (a_n) - арифметическая прогрессия. Найдите a_{21} , если $a_1=5,8$ и $d=-1,5$.

- Решение:

Воспользуемся формулой n-ого члена

$$a_{21}=a_1+d(21-1),$$

$$a_{21}=5,8+(-1,5)\cdot 20,$$

$$a_{21}=-24,2.$$

- Ответ: -24,2.



ИНТЕРЕСНЫЙ ФАКТ

- ▶ Любая арифметическая прогрессия может быть задана формулой $a_n = kn + b$, где k и b – некоторые числа.

$$a_n = a_1 + d(n-1) = dn + (a_1 - d)$$

- ▶ Последовательность (a_n) , заданная формулой вида

$a_n = kn + b$, где k и b – некоторые числа, является арифметической прогрессией.

$$a_{n+1} - a_n = k(n+1) + b - (kn + b) = kn + k + b + kn - b = k$$

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ:

- *Рекуррентный способ задания арифметической прогрессии*

$$a_{n+1} = a_n + d$$

- *Разность прогрессии*

$$d = a_{n+1} - a_n$$

- *Формула n -ого члена*

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

- *Характеристическое свойство*

