



Решение задач СИМПЛЕКС-МЕТОДОМ

Решение с использованием усеченной таблицы

RUSMM

F

Основные понятия

- Целевая функция

$$f = \bar{a} \cdot \bar{x} = \sum_{i=1}^n a_i x_i \rightarrow \text{extr} (\text{max}, \text{min})$$

- Система ограничений

- $$A_{ij} \bar{x} \leq (\geq, =) b_j$$

A_{ij} - матрица системы ограничений, b_j - столбец свободных членов

- Каноническая запись задачи - от ограничений типа неравенства переходим к ограничениям типа равенства, вводя балансовые переменные.

Симплексная таблица

| БП | 1 | СП | | | | |
|-----|---|----|--|-----|--|--|
| | | | | ... | | |
| | | | | | | |
| ... | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

Заполнение таблицы

Заполнение столбца 1

Вносим в столбец 1 значения из столбца свободных членов, в f вносим 0

| БП | 1 | СП | | | | |
|-----|-----|----|--|-----|--|--|
| | | | | ... | | |
| | | | | | | |
| ... | ... | | | | | |
| | | | | | | |
| | 0 | | | | | |

Заполнение f-строки

- Вносим значения коэффициентов функции f с противоположными знаками

| БП | 1 | СП | | | | |
|-----|-----|----|--|-----|--|--|
| | | | | ... | | |
| | | | | | | |
| ... | ... | | | | | |
| | | | | | | |
| | 0 | | | ... | | |

Заполнение матрицы коэффициентов

- Вносим значения коэффициентов системы ограничений a_{ij}
-

| БП | 1 | СП | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| | | | | ... | | |
| | | | | ... | | |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | |
| | | | | ... | | |
| | 0 | | | ... | | |

Пересчет таблицы

- Разрешающий столбец. Выбираем минимальный отрицательный элемент если задача на максимум, и максимальный положительный элемент если задача на минимум

| БП | 1 | СП | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| | | | | ... | | |
| | | | | ... | | |
| | | | | ... | | |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | |
| | | | | ... | | |
| | 0 | | | ... | | |

Пересчет таблицы

- Симплексные отношения - отношение элемента столбца свободных членов к элементу разрешающего столбца

| БП | 1 | СП | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| | | | | ... | | |
| | | | | ... | | |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | |
| | | | | ... | | |
| | 0 | | | ... | -- | |

Пересчет таблицы

- Разрешающая строка. Из симплексных отношений выбираем минимальное значение (положительное)

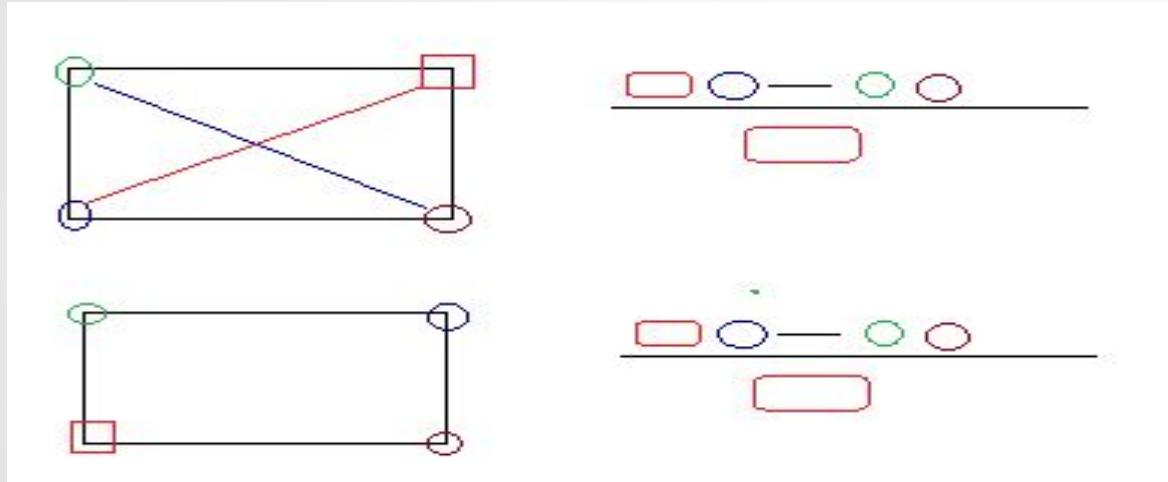
| БП | 1 | СП | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| | | | | ... | | |
| | | | | ... | | |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | |
| | | | | ... | | |
| | 0 | | | ... | -- | |

Пересчет таблицы

- Разрешающий элемент - элемент на пересечении разрешающего столбца и разрешающей строки

| БП | 1 | СП | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| | | | | ... | | |
| | | | | ... | | |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | |
| | | | | ... | | |
| | 0 | | | ... | -- | |

Правило прямоугольника (расчеты нового элемента, не в столбце и не в строке)



- В строке (которая ранее была разрешающей) новой таблицы элементы получают путем деления на разрешающий элемент, кроме самого разрешающего элемента. Он заменяется на обратное число ($1/\text{разрешающий элемент}$).
- В столбце (который ранее был разрешающим) новой таблицы элементы получают путем деления на элемент противоположный разрешающему, кроме самого разрешающего элемента.

Перейдем к решению примера

Задача 2. Построить модель ЗЛП. Решить задачу симплекс-методом.

| Тип сырья | Нормы расходов сырья на одно изделие | | | Запасы сырья |
|--------------|--------------------------------------|----|----|--------------|
| | А | Б | В | |
| 1 | 4 | 2 | 1 | 180 |
| 2 | 3 | 1 | 3 | 210 |
| 3 | 1 | 2 | 5 | 244 |
| Цена изделия | 10 | 14 | 12 | |

Решение:

Запишем математическую модель данной задачи:

x_1, x_2, x_3 количество продукции А, Б и В

$$f = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 180 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 210 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 244 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Сведем данную задачу к закрытому типу задач, введя дополнительные переменные

$$f = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 180 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + x_5 = 210 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_6 = 244 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

- Запишем первую симплексную таблицу:

| БП | 1 | СП | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | | | | | |
| | 180 | 4 | 2 | 1 | 90 |
| | 210 | 3 | 1 | 3 | 210 |
| | 244 | 1 | 2 | 5 | 122 |
| | 0 | -10 | -14 | -12 | |

- Так как не все значения в f-строке положительные, то план не оптимальный. Выбираем наименьшее отрицательное значение в f-строке

| БП | 1 | СП | | | |
|----|------|----|------|-----|-----|
| | | | | | |
| | 90 | 2 | 1/2 | 1/2 | 180 |
| | 120 | 1 | -1/2 | 5/2 | 48 |
| | 64 | -3 | -1 | 4 | 16 |
| | 1260 | 18 | 7 | -5 | |

Пересчитываем таблицу

| БП | 1 | СП | | |
|----|------|------|------|------|
| | | | | |
| | 82 | | | -1/8 |
| | 80 | | | -5/8 |
| | 16 | -3/4 | -1/4 | 1/4 |
| | 1340 | 57/4 | 23/4 | 5/4 |

Так как все значения в f-строке положительные, то план оптимальный

$$f_{max}(0; 82; 16; 0; 80; 0) = 1340$$



Спасибо за внимание!

<https://vk.com/club42031438>

<https://www.youtube.com/channel/UCZX6n1ksujDZgOinMP3imaA>