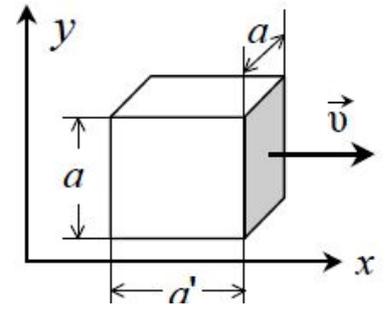


**МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ
ЗАДАЧ ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ
ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ**

Задача 1. Какую скорость должно иметь тело в виде куба со сторонами a при движении вдоль оси x , как показано на рисунке, чтобы плотность тела увеличилась в два раза? Ответ представьте в мегаметрах за секунду и округлите до целого числа.



| Дано: | Решение: |
|---|---|
| $\rho = 2\rho_0$ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ $v = ?$ | Плотность тела $\rho = \frac{m}{V}. \quad (1)$ |

С учетом того, что по условию задачи $\rho = 2\rho_0$ выражения (1) получим

$$\frac{m}{V} = 2 \frac{m_0}{V_0}, \quad (2)$$

где m – масса релятивистской частицы, m_0 – ее масса покоя.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3)$$

Объем куба

$$V = a^3.$$

При движении со скоростью, близкой к скорости света, меняются линейные размеры тел в направлении движения. В нашем случае площадь поперечного сечения остается неизменной.

$$V = S \cdot a, \quad V_0 = S \cdot a_0. \quad (4)$$

Продольные размеры тел меняются по закону

$$a = a_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (5)$$

Выражения (3), (4) и (5) подставим в уравнение (2) и выразим скорость.

$$\frac{m}{S \cdot a} = 2 \frac{m_0}{S \cdot a_0},$$

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot a_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2 \frac{m_0}{a_0},$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{2}.$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{2}} = 2,12 \cdot 10^8 \text{ (м/с)} = 212 \text{ (Мм/с)}.$$

Ответ: $v = 212 \text{ Мм/с}$

Задача 2. Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить скорость электрона от $0,6c$ до $0,8c$, где c – скорость света в вакууме, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Полученный ответ представьте в джоулях и округлите до целого числа.

| Дано: | Решение: |
|--|---|
| $v_1 = 0,6c$ $v_2 = 0,8c$ $c = 3 \cdot 10^8$ м/с | Так как скорость электрона с течением времени меняется, то меняется и его кинетическая энергия. Воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии. $A = W_{к2} - W_{к1}.$ |
| $A = ?$ | |

В релятивистской физике кинетическая энергия рассчитывается по формуле:

$$W_{к} = W - W_0,$$

где W – полная энергия электрона, W_0 – его энергия покоя.

$$W = mc^2, \quad W_0 = m_0c^2,$$

m – релятивистская масса частицы, m_0 – масса покоя.

Тогда

$$A = (m_2 c^2 - m_0 c^2) - (m_1 c^2 - m_0 c^2) = m_2 c^2 - m_1 c^2 = c^2(m_2 - m_1).$$

Масса релятивистской частицы связана с массой покоя соотношением:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Подставив полученное выражение для массы частицы в уравнение для работы, имеем.

$$A = c^2 \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} - \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} \right) = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,64c^2}{c^2}}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,36c^2}{c^2}}} \right).$$

$$A = W_0 \left(\frac{1}{0,6} - \frac{1}{0,8} \right) \approx 34 \cdot 10^{15} (\text{Дж}) = 34 (\text{фДж}).$$

Ответ: $A = 34$ фДж

Задача 3. На сколько увеличится масса пружины жесткостью 10 кН/м (1 кН = 10^3 Н) при ее растяжении на 3 см. Скорость света в вакууме $3 \cdot 10^8$ м/с. Результат представьте в аттокилограммах (1 акг = 10^{-18} кг).

| Дано: | Решение: |
|--|---|
| $k = 10 \text{ кН/м} = 10^4 \text{ Н}$ $\Delta x = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ $1 \text{ акг} = 10^{-18} \text{ кг}$ | <p>Энергия свободной пружины равна нулю. Когда пружину растянули, она приобрела потенциальную энергию</p> $E_{\text{пот}} = \frac{k\Delta x^2}{2}, \quad (1)$ |
| $\Delta m = ?$ | |

т.е. энергия пружины изменилась. А согласно Эйнштейну, если меняется энергия, то меняется и масса.

$$\Delta E = \Delta mc^2. \quad (2)$$

Увеличение массы пружины найдем, приравняв правые части полученных уравнений (1) и (2):

$$\Delta mc^2 = \frac{k\Delta x^2}{2}.$$

Отсюда

$$\Delta m = \frac{k\Delta x^2}{2c^2} = \frac{10^4 \cdot 9 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 9 \cdot 10^{16}} = 50 \cdot 10^{18} (\text{кг}) = 50 (\text{акг}).$$

Ответ: $m = 50$ акг

Задача 4. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы 10 нс. Найдите путь, пройденный этой частицей до распада в неподвижной системе отсчета, если её время жизни в ней 20 нс. Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых.

Дано:

$$\tau_0 = 10 \text{ нс} = 10^{-8} \text{ с}$$

$$\tau = 20 \text{ нс} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ с}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$S = ?$$

Решение:

Путь, пройденный частицей до распада в неподвижной системе отсчета

$$S = v\tau.$$

τ и τ_0 связаны соотношением

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Выразим отсюда скорость с которой движется частица.

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2}$$

$$S = v\tau = c \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2} \cdot \tau$$

Подставим численные значения.

$$S = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \left(\frac{10^{-8}}{2 \cdot 10^{-8}}\right)^2} \cdot 2 \cdot 10^{-8} = 5,2 \text{ (м)}$$

Ответ: $S = 5,2 \text{ м}$