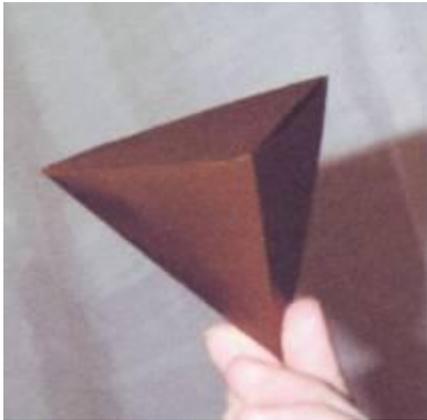


**Содержательный подход
к измерению количества
информации в случае
не равновероятных событий**

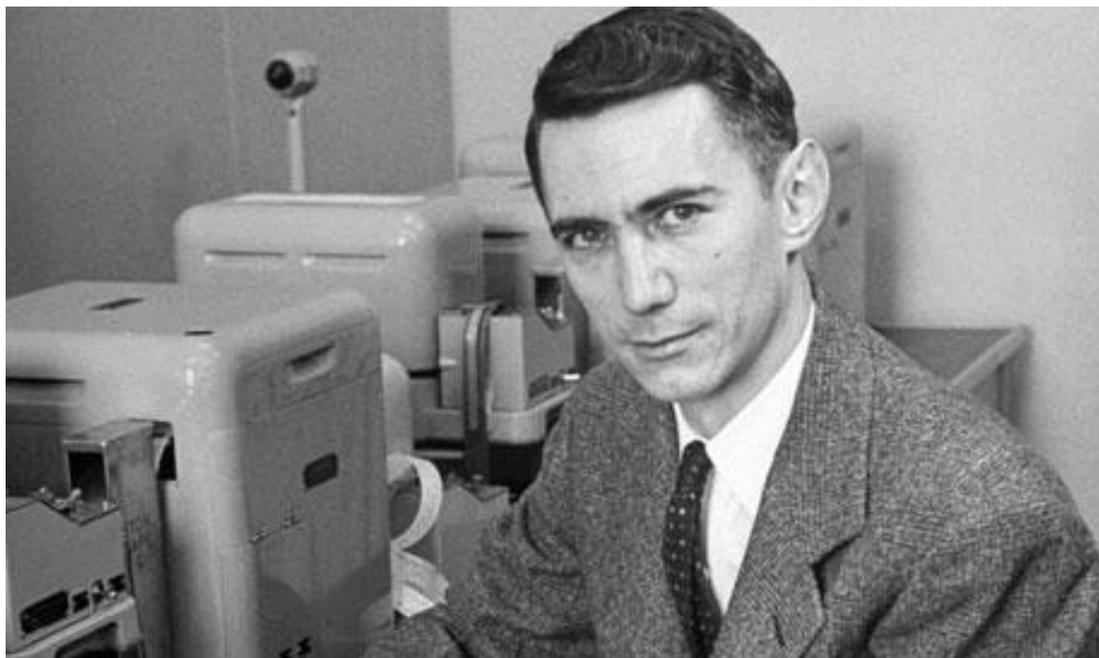
НЕРАВНОВЕРОЯТНЫЕ СОБЫТИЯ

При бросании
неравносторонней
(несимметричной)
четырехгранной пирамиды
существуют 4 различных
события – выпадение каждой из
граней с разной долей



Использование формулы Хартли –
неправомерно!
вероятности.

В 1948 году американский математик и инженер Клод Шеннон предложил свою формулу вычисления количества информации для событий с различными вероятностями.



Формула Шеннона

$$I = - \sum_{i=1}^N p_i \cdot \log_2 p_i$$

где I – количество информации,
содержащееся в

реализации одного из N возможных не
равновероятных событий (в битах);

p_i – вероятность отдельных i -х событий;

N – общее количество возможных

событий.

Формулы для частного события с номером i для случая не равновероятных событий :

$$N_i = 2^i \quad N_i = \frac{1}{p_i}$$

N_i – количество возможных вариантов i -го события

При решении задач этого типа часто используется частная формула

$$i = \log_2(1/p)$$

где i - это количество информации в одном из N событий,

p - вероятность этого события.

Вероятность i -го события p_i выражается в долях единицы и вычисляется по формуле:

$$p_i = K / N$$

где K - величина, показывающая, сколько раз произошло интересующее нас событие,
 N - общее число возможных исходов какого-то процесса.

Задача 1.

В корзине находятся 20 грибов. Из них 15 груздей и 5 волнушек. Какое количество информации несет сообщение о том, что достали:

а) груздь; б) волнушку.

Решение:

1. Найдем вероятность того, что достали груздь: $p_{гр} = 15 / 20 = 0,75$;

2. Найдем вероятность того, что достали волнушку: $p_{в} = 5 / 20 = 0,25$.

3. Найдем количество информации в сообщении о вытаскивании груздя:

$$i_{гр} = \log(1/p_{гр}) = \log(1/0,75) = \log_2 1,3 = 1,15470 \text{ бит.}$$

4. Найдем количество информации в сообщении о вытаскивании волнушки:

$$i_{в} = \log(1/p_{в}) = \log(1/0,25) = \log_2 4 = 2 \text{ бит}$$

Ответ: количество информации в сообщении о том, что из корзины достали груздь, равно 1,1547 бит. Количество информации в сообщении о том, что достали волнушку, равно 2

Задача 1.

В корзине находятся 20 грибов. Из них 15 груздей и 5 волнушек. Какое количество информации несет сообщение о том, что достали:
а) груздь; б) волнушку.

Ответ: количество информации в сообщении о том, что из корзины достали груздь, равно 1,1547 бит. Количество информации в сообщении о том, что достали волнушку, равно 2 бит.

Проанализировав решение задачи, можно сделать вывод: чем меньше вероятность свершения события (волнушек в корзине меньше, чем груздей), тем больше количество информации содержится в этом событии.

Задача 2. В озере обитает 1250 окуней, пескарей – в 2 раза больше, а карасей и щук поровну и в 2 раза меньше, чем окуней. Сколько информации мы получим, когда поймаем какую-нибудь рыбу.

Решение:

1. Найдем общее количество рыб в озере:

$$K = 1250 + 2500 + 2 \cdot 625 = 5000.$$

2. Найдем вероятность попадания на удочку каждого вида рыб:

$$p_o = 1250/5000 = 0,25$$

$$p_k = 2500 / 5000 = 0,5$$

$$p_p = 625/5000 = 0,125$$

$$p_{щ} = 625/5000 = 0,125$$

3. Найдем количество информации:

$$I = - (0,25 \cdot \log_2 0,25 + 0,5 \cdot \log_2 0,5 + 0,125 \cdot \log_2 0,125 + 0,125 \cdot \log_2 0,125) = 1,75 \text{ бит.}$$

Ответ: мы получим 1,75 бит информации.

Задача 3. (работа в парах самостоятельно, затем проверка ответа и разбор решения)

В корзине лежат шары: синие, красные, белые, зеленые, всего 32 шара. Сообщение о том, что вынули синий шар, несет 2 бит информации. Синих шаров было в 2 раза меньше, чем красных, белых и зеленых – поровну. Сколько шаров каждого цвета было в корзине?

Решение:

В задаче имеют место события не равновероятностные. Используем следующие формулы: $N_i = 2^{i_c}$ $N_i = 1 / p_i$

Из условия задачи $i_c = 2$ бит. Находим p_c .

$$p_c = 1 / N_c \quad N_c = 2^{i_c} \quad N_c = 2^2 = 4 \quad p_c = 1 / 4$$

С другой стороны вероятность того, что вынули синий шар, равна $p_c = k_c / N$ (k_c – количество синих шаров, N – всего шаров в корзине).

Находим k_c . Затем определяем количества остальных шаров.

$$k_c / 32 = 1 / 4 \quad k_c = 8 \quad k_{кр} = 2 * k_c = 16 \quad k_3 = k_б = (32 - 16 - 8) / 2 = 4$$

Ответ: в корзине синих шаров – 8, красных – 16, белых и зеленых – по 4 шт.

Задача 4. (работа в парах самостоятельно, затем проверка ответа и разбор решения)

На уроке математики Незнайку вызывают к доске в 4 раза реже, чем Винтика. Определить количество информации в сообщении о том, что к доске вызвали Винтика, если сообщение о том, что вызвали Незнайку, несет 8 бит информации.

Решение.

По условию задачи дано: $i_H = 8$ бит $P_B = 4 * p_H$

Находим вероятность того, что к доске вызвали Незнайку:

$$N_H = 2^{i_H} \quad N_H = 2^8 = 256 \quad p_H = 1 / 256$$

Находим вероятность того, что к доске вызвали Винтика, а затем - количество информации в сообщении о том, что к доске вызвали Винтика:

$$P_B = 4 * p_H \quad P_B = 4 * 1 / 256 = 1 / 64$$

$$N_B = 1 / P_B \quad N_B = 1 / (1 / 64) = 64 = 2^6 \quad i_B = 6 \text{ (бит)}$$

Ответ: количество информации в сообщении о том, что к доске вызвали Винтика, равно 6 бит.

Домашнее задание

За четверть ученик получил 100 оценок. Сообщение о том, что он получил «пять», несет 2 бита информации. Сколько пятерок получил ученик за четверть?