ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

М.ӘУЕЗОВ атындағы ОҢТҮСТІК ҚАЗАҚСТАН МЕМЛЕКЕТТІК УНИВЕРСИТЕТІ

«Ақпараттық жүйелер» кафедрасы

ПРЕЗЕНТАЦИЯ

***Тақырыбы:* . Түйіндес бағыттар әдісі.**

Орындаған: Айдынбекова Аружан

Қабылдаған : Қожабекова П

Жоспар:

- **Түйіндес бағыттар әдісі.**

Түйіндес бағыттар әдісінің негізгі идеясы $f(x)$ функциясының минимум нүктесіне жуық келесі түрде $\{x^{(k)}\}$ тізбегін құру:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \alpha_k p^{(k)},\ k = 0, 1, \ldots,\ x^{(0)} \in R^n, \qquad (5.1)$$

мұндағы $x^{(0)}$–алдын ала таңдалынған бастапқы жуықтау, α_k –төмендегі қатынастардан алынады:

$$\Phi_k(\alpha_k) = \min_{\alpha>0} \Phi_k(\alpha), \text{ мұндағы } \Phi_k(\alpha) = f\left(x^{(k)} - \alpha p^k\right), \qquad (5.2)$$

ал түсу бағыты $p^{(k)}$ келесі формуламен анықталады:

$$p^{(k)} = f'\left(x^{(k)}\right) + \beta_k p^{(k-1)},\ k = 1, 2, \ldots,\ p^{(0)} = f'\left(x^{(0)}\right),$$

мұндағы

$$\beta_k = \frac{\left\| f'\left(x^{(k)}\right) \right\|^2}{\left\| f'\left(x^{(k-1)}\right) \right\|^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f\left(x^{(k)}\right)}{\partial x_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f\left(x^{(k-1)}\right)}{\partial x_i} \right)^2}. \qquad (5.3)$$

Сонымен, түйіндес бағыттар әдісі тездетіп түсу әдісінен тек қана әрбір қадамдағы функцияның кему бағытымен ($-f'\left(x^{(k)}\right)$ шамасының орнына $-p^{(k)}$) ерекшеленеді.

(5.3) формуладағы $p^{(k)}$ тек қана $-f'\left(x^{(k)}\right)$ – антиградиентпен ғана емес, сонымен қатар алдыңғы қадамдағы $-p^{(k-1)}$ түсу бағытымен де анықталады. Бұл осыған дейін қарастырған градиенттік әдістерге қарағанда $f(x)$ функциясының минимум нүктесіне жуық (5.1) тізбекті құруда берілген функцияның ерекшеліктерін толығырақ ескереді.

Түйіндес бағыттар әдісінде есептеулердің белгілі дәлдікке жету критерийі ретінде негізінен

$$\left\| f'\left(x^{(k)}\right) \right\| \le \varepsilon \text{ немесе } \left\| f'\left(x^{(k)}\right) \right\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\partial f\left(x^{(k)}\right)}{\partial x_i} \right]^2} \le \varepsilon$$

теңсіздігі қарастырылады. Есептеулерде пайда болған қателіктердің әсер етуін азайту мақсатында көбінесе әрбір N итерациядан кейін $\beta_{mN}=0$, $m=0,1,\ldots$ − деп алады, яғни әдісті жаңартады (N − алгоритм параметрі).

R^n кеңістігінде дөңес квадраттық функцияны минимизациялау үшін түйіндес бағыттар әдісінің n-нен артық емес итерациясы талап етіледі.

5.1-мысал.

$f(x)=x_1^2-2x_1x_2+6x_2^2+x_1-x_2$ функциясының x^* минимум нүктесін түйіндес бағыттар әдісімен табу керек.

Шығарылуы. $f(x)$ − R^2-де берілген квадраттық функция, сондықтан, x^* нүктесі түйіндес бағыттар әдісінің екі қадамынан кейін анықталуы мүмкін.

I-қадам. $x^{(0)}=(0;\,0)$ − бастапқы жуықтауын таңдап, (5.1)-(5.2) формулалар бойынша есептеулер жүргіземіз. Алдымен функцияның бірінші ретті дербес туындыларын табамыз:

$f'_{x_1}(x)=2x_1-2x_2+1;$

$f'_{x_2}(x)=-2x_2+12x_2-1.$

$p^{(0)}=f'\left(x^{(0)}\right)=(1;\,-1);$

$\Phi_0(\alpha)=f(0-\alpha\cdot 1;\,0-\alpha\cdot(-1))=f(-\alpha;\alpha)=(-\alpha)^2-2\cdot(-\alpha)\cdot\alpha+6\cdot\alpha^2+(-\alpha)-\alpha=9\alpha^2-2\alpha$

$\Phi_0(\alpha)=9\alpha^2-2\alpha.$

$\Phi'_0(\alpha)=18\alpha-2$; $\Phi'_0(\alpha)=0$ шартынан $\Phi_0(\alpha)$ минимумын аламыз: $\alpha_0=\dfrac{1}{9}$. Осыдан, $x^{(1)}=(0;\,0)-\dfrac{1}{9}\cdot(1;\,-1)=\left(-\dfrac{1}{9};\,\dfrac{1}{9}\right).$

II-қадам.

$f'_{x_1}\left(x^{(1)}\right)=2\cdot\left(-\dfrac{1}{9}\right)-2\cdot\dfrac{1}{9}+1=\dfrac{5}{9};\ f'_{x_2}\left(x^{(1)}\right)=-2\cdot\left(-\dfrac{1}{9}\right)+12\cdot\dfrac{1}{9}-1=\dfrac{5}{9}.$

$f'\left(x^{(1)}\right)=\left(\dfrac{5}{9};\,\dfrac{5}{9}\right).$

(5.3) формуланың көмегімен β_1 мәнін есептейміз:

$$\beta_1=\frac{\left(\frac{\partial f\left(x^{(1)}\right)}{\partial x_1}\right)^2+\left(\frac{\partial f\left(x^{(1)}\right)}{\partial x_2}\right)^2}{\left(\frac{\partial f\left(x^{(0)}\right)}{\partial x_1}\right)^2+\left(\frac{\partial f\left(x^{(0)}\right)}{\partial x_2}\right)^2}=\frac{\frac{25}{81}+\frac{25}{81}}{1+1}=\frac{25}{81};$$

$$p^{(1)}=\left(\frac{5}{9};\frac{5}{9}\right)+\frac{25}{81}(1;-1)=\left(\frac{70}{81};\frac{20}{81}\right).$$

$$\Phi_1(\alpha)=f\left(\left(-\frac{1}{9};\frac{1}{9}\right)-\alpha\left(\frac{70}{81};\frac{20}{81}\right)\right)=f\left(-\frac{1}{9}-\alpha\frac{70}{81};\frac{1}{9}-\alpha\frac{20}{81}\right)=\left(-\frac{1}{9}-\alpha\frac{70}{81}\right)^2-$$

$$-2\left(-\frac{1}{9}-\alpha\frac{70}{81}\right)\cdot\left(\frac{1}{9}-\alpha\frac{20}{81}\right)+6\left(\frac{1}{9}-\alpha\frac{20}{81}\right)^2-\frac{1}{9}-\alpha\frac{70}{81}+\frac{1}{9}-\alpha\frac{20}{81}=\frac{500}{729}\alpha^2+\frac{1}{9};$$

$$\Phi_1(\alpha)=\frac{500}{729}\alpha^2+\frac{1}{9}.$$

$$\Phi_1'(\alpha)=\frac{1000}{729}\alpha,\ \Phi_1'(\alpha)=0,\ \alpha_1=0.$$

$$x^{(2)}=\left(-\frac{1}{9};\frac{1}{9}\right)-0\cdot\left(\frac{70}{81};\frac{20}{81}\right)=\left(-\frac{1}{9};\frac{1}{9}\right).$$

Жауабы: $x^*\approx\left(-\frac{1}{9};\frac{1}{9}\right).$

Ұсынылатын әдебиеттер

1. Орлова И.В., Половников В.А.Экономико-математические модели: компьютерное моделирование:Учебное пособие.-3-е издание перераб.и доп.–М.:Вузовский учебник:ИНФРА – М, 2012,- 389 с.

2. Гусманова Ф.Р. Амалдарды зерттеу.оқулық Алматы, 2010.-443б.

3. ГрохМ. и др. Microsoft Office Access 2007.Библия пользователя. М.:Диалектика,Вильямс, 2009-120с.

4. Нұрымбетов, Ә.Ү.Сандық әдістер және программалау : оқу құралы / Ә. Ү. Нұрымбетов, Е. М. Құсмұхамбетов. –Алматы : «Эверо», 2009. – 100 с.