Вычислите:

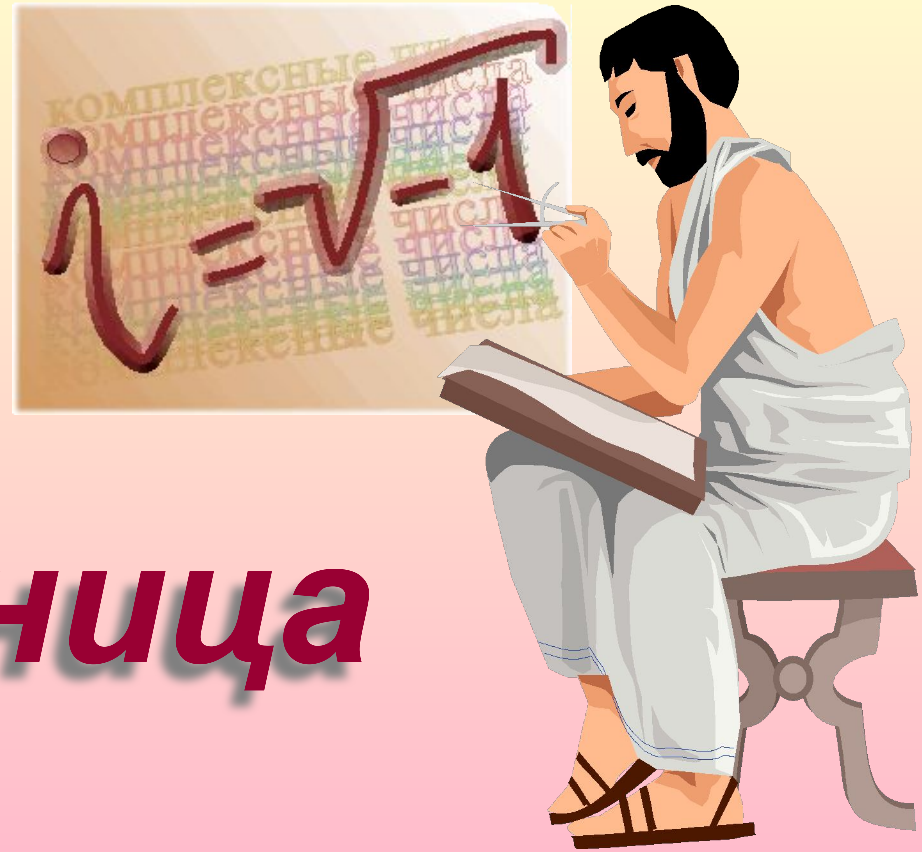
$\sqrt{144}$

$\sqrt{6,25}$

$\sqrt{\frac{64}{256}}$

$\sqrt{-900}$

Мнимая единица



i – начальная буква французского слова

imaginaire – «мнимый»

Например,

$$\sqrt{-36} = \sqrt{36\cdot(-1)} =$$

$$= \sqrt{36}\cdot\sqrt{-1} = 6i$$

Вычислите:

$$\boxed{\sqrt{-12{,}25}}$$

$$\boxed{\sqrt{-900}} \quad \boxed{\sqrt{-\frac{1}{4}}}$$

$$i^1 = \boxed{i} \qquad i^2 = \boxed{-1}$$

$$i^3 = i^2 i = (-1)i = \boxed{-i}$$

$$i^4 = i^3 i = -i \cdot i = -i^2 = -(-1) = \boxed{1}$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = \boxed{i}$$

$$i^6 = i^5 \cdot i = i \cdot i = i^2 = \boxed{-1}$$

$$i^7 = i^6 \cdot i = (-1) \cdot i = \boxed{-i}$$

$$i^8 = i^7 \cdot i = -i \cdot i = \boxed{1}$$

Значения степеней числа i повторяются с периодом, равным 4.

Найдем:

$$i^{28};\ i^{33};\ i^{135}.$$

Решение.

$$i, -1, -i, 1,$$

$$i, -1, -i, 1 \text{ и т. д.}$$

Имеем, **28 = 4×7** (нет остатка);

33 = 4×8 + 1;

135 = 4×33 + 3.

Соответственно получим

$$\boxed{i^{28} = 1; i^{33} = i; i^{135} = -i.}$$

Вычислите:

i^{66} -1

i^{143} $-i$

i^{216} 1

$i^{43}+i^{48}+i^{44}$ $2-i$

$(i^{13}+i^{14}+i^{15})\cdot i^{32}$ -1

Комплексные числа

<u>Определение 1.</u> Числа вида $a + bi$,

где a и b – действительные числа,

i – мнимая единица,

называются комплексными.

a - *действительная часть* комплексного числа,

bi – *мнимая часть* комплексного числа,

b – *коэффициентом при мнимой части*.

VII в.н.э.-

квадратный корень из положительного числа имеет два значения – положительное и отрицательное, а из отрицательных чисел квадратные корни извлечь нельзя: нет такого числа х, чтобы

$x^2 = -9.$

В XVI веке

в связи с изучением кубических уравнений оказалось необходимым извлекать квадратные корни из отрицательных чисел. Первым учёным, предложившим ввести числа новой природы, был Джорж Кордано.

Он предложил $$\boxed{\sqrt{-a}\cdot\sqrt{-a}=a}$$

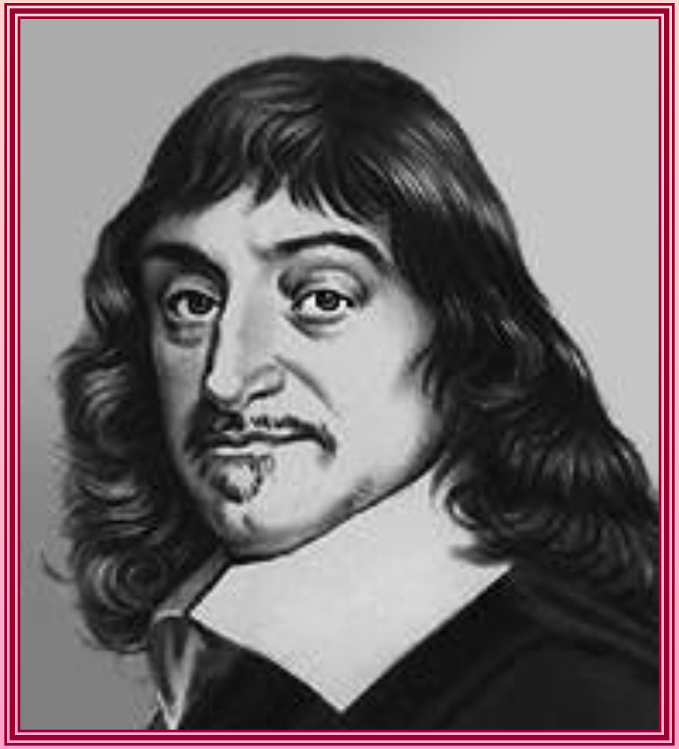
Кордано назвал такие величины

“чисто отрицательными” или даже “софистически отрицательными”, считая их бесполезными и стремился не применять их.

в 1572 году

итальянский учёный ***Бомбелли*** *выпустил книгу, в которой были установлены первые правила арифметических операций над комплексными числами, вплоть до извлечения из них кубических корней.*

в 1637 году



Название
“мнимые числа”
ввёл французский математик и философ
Р. Декарт

в 1777 году

один из крупнейших математиков XVIII века – ***Л. Эйлер*** *предложил использовать первую букву французского слова* ***imaginare (мнимый)*** *для обозначения*

В настоящее время

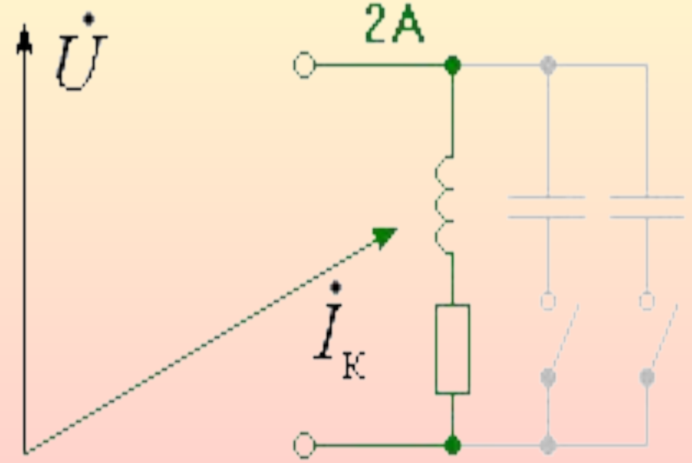
комплексные числа

используются

в математике

гораздо ***шире,*** *чем*

действительные

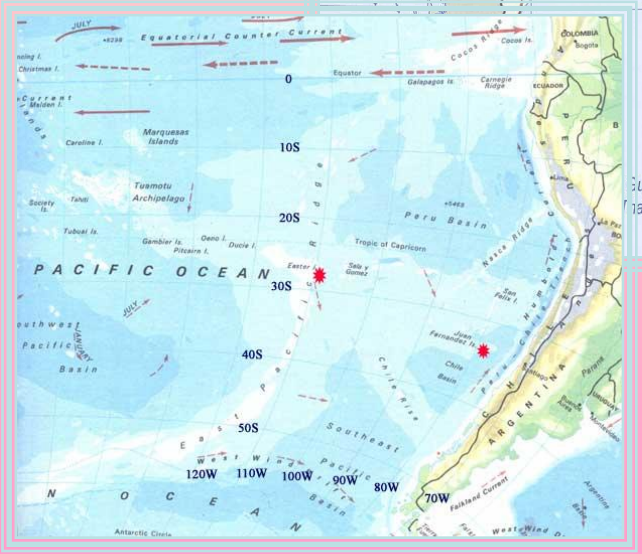


Комплексные числа имеют прикладное значение во многих областях науки, являются основным аппаратом для расчетов в электротехнике и связи.

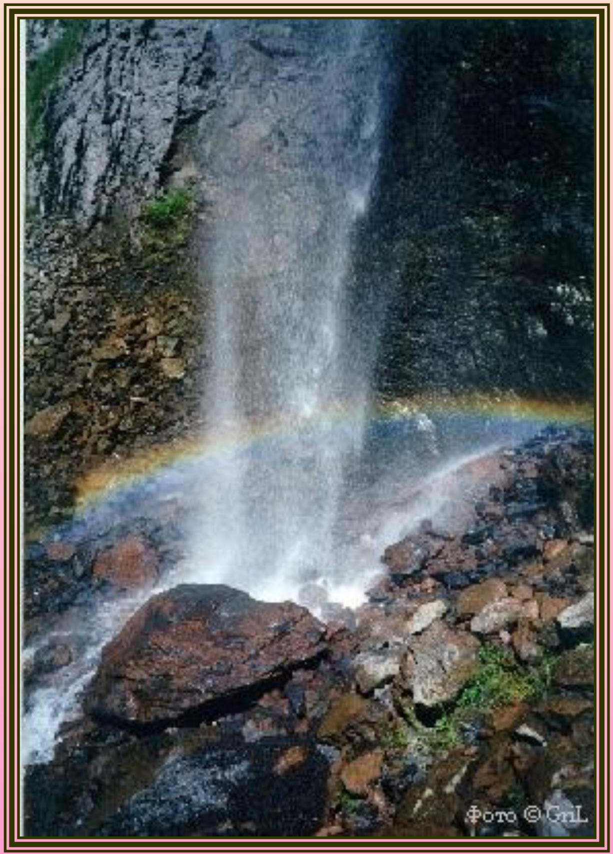
Применяются
при
конструировании

ракет и самолетов

При вычерчивании географических карт



В исследовании



течения воды,

а также

во многих

других науках.

Определение 2.

$$a + bi = c + di,$$ если

$$a = c$$ и $$b = d.$$

Пример .

*Найти **x** и **y** из равенства:*

$$\mathbf{3y + 5xi = 15 - 7i;}$$

Решение.

Согласно условию равенства комплексных чисел имеем $3y = 15,\ 5x = -7.$

Отсюда $\boxed{x = -\dfrac{7}{5},\ y = 5.}$

Сложение

$$(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$$

Вычитание

$$(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$$

Выполните действия:

$z_1 = 2 + 3i,\ z_2 = 5 - 7i.$

Найти: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$;

Решение.

а) $z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (5 - 7i) =$

$= (2 + 5) + (3i - 7i) = 7 - 4i;$

б) $z_1 - z_2 = (2 + 3i) - (5 - 7i) =$

$= (2 - 5) + (3i + 7i) = -3 + 10i;$

Умножение

$$(a+b\boldsymbol{i})(c+d\boldsymbol{i}) =$$

$$= ac + ad\boldsymbol{i} + bc\boldsymbol{i} + bd\boldsymbol{i}^2 =$$

$$= (ac-bd) + (ad+bc)\boldsymbol{i}$$

Выполните действия:

$$(2 + 3i)(5 - 7i) =$$

$$= (10+21) + (-14+15)i = 31+i$$

$$(5 + 3i)(5 - 3i) = 25-9i^2 = 34$$

$$(2 - 7i)^2 = 4 - 28i + 49i^2 =-45-28i$$

$$25m^2+16 = 25m^2 -16i^2 =$$

$$=(5m-4i)(5m+4i)$$

Определение 3.

Два комплексных числа называются *сопряженными*, если они отличаются друг от друга только знаками перед мнимой частью.

$$z_1 = a+bi \quad \text{и} \quad z_2 = a-bi$$

Деление

$$\frac{2+3i}{5-7i}=\frac{2+3i}{5-7i}\cdot\frac{5+7i}{5+7i}$$

$$=\frac{-11+29i}{74}=\boxed{-\frac{11}{74}+\frac{29}{74}i}$$

Выполните действия:

$$\boxed{\frac{(2+3i)+(4-i)}{1-i}+4i^{27}}$$

$$\frac{6+2i}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}-4i=\frac{4+8i}{2}-4i=$$

$$= \mathbf{2}$$

Домашняя работа

1) $(i^{63}+i^{17}+i^{13}+i^{82})(i^{72}-i^{34})$;

2) Найти x и y из равенства:

$$(2x+3y)+(x-y)i=7+6i.$$

3) $\dfrac{6+2i}{3-7i}-\dfrac{2+3i}{2+5i}+(1-i)^3-i^{123}$