



# Решение простейших тригонометрических уравнений

# Чтобы решать простейшие тригонометрические уравнения, нужно уметь:

- Отмечать точки на числовой окружности
- Определять значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для табличных точек
- Знать понятие обратных тригонометрических функций и определять их значения

# Повторите

$\arcsin a$	Если $ a  \leq 1$ , то $\arcsin a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \sin t = a, \\ -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ $\arcsin(-a) = -\arcsin a$
$\arccos a$	Если $ a  \leq 1$ , то $\arccos a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \cos t = a, \\ 0 \leq t \leq \pi \end{cases}$ $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$
$\operatorname{arctg} a$	$\operatorname{arctg} a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} t = a, \\ -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2} \end{cases}$ $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$
$\operatorname{arcctg} a$	$\operatorname{arcctg} a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{ctg} t = a, \\ 0 < t < \pi \end{cases}$ $\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$

# Повторите

Функция	Аргумент																
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
cos t	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
sint	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
tg t	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
сgr t	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

# Простейшие тригонометрические уравнения и шаблоны их решений

Уравнение	Шаблон для ответа
$\sin x = a,$ $-1 \leq a \leq 1$	$x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi \cdot k, \quad k \in Z$
$\cos x = a,$ $-1 \leq a \leq 1$	$x = \pm \arccos a + 2\pi \cdot k, \quad k \in Z$
$\operatorname{tg} x = a,$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi \cdot k, \quad k \in Z$
$\operatorname{ctg} x = a,$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi \cdot k, \quad k \in Z$

Перепишите шаблоны в блокнот

# Примеры решений уравнений с синусом

Пример	Ответ (смотри шаблон)	Комментарий
$\sin x = \frac{1}{2}$	$x = (-1)^k \cdot \arcsin \frac{1}{2} + \pi \cdot k =$ $= (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi \cdot k, \quad k \in Z$	$\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$ <p>по тригонометрической таблице! (слайд 4)</p>
$\sin x = -\frac{1}{2}$	$x = (-1)^k \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi \cdot k$ $= (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi \cdot k,$ $k \in Z$	$(-1)^k \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) = (-1)^k \cdot (-1) \cdot$ $\frac{\pi}{6} = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6}$ <p>по тригонометрической таблице! (слайд 4)</p>
$\sin x = \frac{1}{3}$	$x = (-1)^k \cdot \arcsin \frac{1}{3} + \pi \cdot k,$ $k \in Z$	$\arcsin \frac{1}{3}$ не досчитываем, т.к. значение не табличное
$\sin x = 1,3$	Решений нет	Решений нет, т.к. $1,3 > 1$



# Примеры решений уравнений с косинусом

Пример	Ответ (смотри шаблон)	Комментарий
$\cos x = \frac{1}{2}$	$x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi \cdot k =$ $= \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi \cdot k, \quad k \in Z$	$\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$ <p>по тригонометрической таблице! (слайд 4)</p>
$\cos x = -\frac{1}{2}$	$x = \pm \arccos \left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi \cdot k =$ $= \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi \cdot k, \quad k \in Z$	$\arccos \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$ <p>по тригонометрической таблице! (слайд 4)</p>
$\cos x = \frac{1}{3}$	$x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi \cdot k,$ $k \in Z$	$\arccos \frac{1}{3}$ не досчитываем, т.к. значение не табличное
$\cos x = -1,7$	Решений нет	Решений нет, т.к. $-1,7 < -1$

# Решение уравнений с тангенсом и котангенсом

Пример	Ответ (смотри шаблон)	Комментарий
$tgx = 1$	$x = arctg1 + \pi \cdot k =$ $= \frac{\pi}{4} + \pi \cdot k, \quad k \in Z$	$arctg 1 = \frac{\pi}{4}$ <p>по тригонометрической таблице! (слайд 4)</p>
$ctgx = -1,$	$x = \frac{3\pi}{4} + \pi \cdot k, \quad k \in Z$	$arcctg(-1) = \frac{3\pi}{4}$ <p>по тригонометрической таблице! (слайд 4)</p>
$tgx = 3,$	$x = arctg3 + \pi \cdot k,$ $k \in Z$	На тангенс ограничений нет
$ctgx = -2$	$x = \pi - arcctg2 + \pi \cdot k,$ $k \in Z$	На котангенс ограничений нет И есть свойство $arcctg(-a) = \pi - arcctg(a)$ (слайд 3)



## Частные случаи для синуса

Уравнение	Ответ
$\sin x = 0$	$x = \pi k, k \in Z$
$\sin x = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$
$\sin x = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

Перепишите частные случаи в блокнот

## Частные случаи для косинуса

Уравнение	Ответ
$\cos x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$
$\cos x = 1$	$x = 2\pi k, k \in Z$
$\cos x = -1$	$x = \pi + 2\pi k, k \in Z$

# Решение уравнений с синусом с использованием шаблона

<b>Пример</b>	<b>Решение</b>	<b>Комментарий</b>
$\sin(3x) = \frac{1}{2}$	$3x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi \cdot k, \quad k \in Z$ $x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{18} + \frac{\pi \cdot k}{3}, \quad k \in Z$	Сначала решаем по шаблону, потом делим обе части на 3

# Решение уравнений с косинусом с использованием шаблона

Пример	Решение	Комментарий
$\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$	$2x + \frac{\pi}{6} = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi \cdot k, \quad k \in Z$ $1) \quad 2x_1 + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + 2\pi \cdot k, \quad k \in Z$ $2x_1 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot k, \quad k \in Z$ $2x_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot k, \quad k \in Z$ $x_1 = \frac{\pi}{12} + \pi \cdot k, \quad k \in Z$ $2) \quad 2x_2 + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + 2\pi \cdot k, \quad k \in Z$ $2x_2 = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot k, \quad k \in Z$ $2x_2 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k, \quad k \in Z$ $x_2 = -\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$	<p>Сначала решаем уравнение по шаблону, затем решаем как два уравнения (одно с плюсом, другое с минусом), ответом будет два семейства решений (выделены жирным шрифтом)</p>

# Решение уравнений с косинусом с использованием шаблона

Пример	Решение	Комментарий
$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$	$2x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi \cdot k, \quad k \in Z$ $2x = \pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi \cdot k, \quad k \in Z$ $2x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi \cdot k, \quad k \in Z$ $x = \frac{3\pi}{8} + \pi \cdot k, \quad k \in Z$	Это частный случай (слайд 9). Записываем ответ по частному случаю относительно аргумента (то, что в скобках), <u>переносим <math>\frac{\pi}{4}</math></u> в правую часть, приводим к общему знаменателю и делим обе части на 2, чтобы найти $x$

# Решение уравнений с тангенсом с использованием шаблона

Пример	Решение	Комментарий
$\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$	$2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + \pi \cdot k, k \in Z$ $2x = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} + \pi \cdot k, k \in Z$ $2x = \frac{\pi}{12} + \pi \cdot k, k \in Z$ $x = \frac{\pi}{24} + \frac{\pi \cdot k}{2}, k \in Z$	<p>Сначала решаем по шаблону, потом переносим <math>\frac{\pi}{4}</math> в правую часть, приводим к общему знаменателю и делим обе части на 2, чтобы найти <math>x</math></p>



# Домашнее задание

- Закрепите тему, изучив с.103-105 учебника А.Г.Мордкович  
(Не путайте с задачником!)