


Глава 3. Элементы математической статистики

§1. Вариационные ряды и их характеристики



Математическая статистика (МС)
занимается разработкой методов сбора,
описания и обработки опытных данных.

Генеральная и выборочная совокупности

- **Генеральной совокупностью** (ГС) называется множество всех однородных объектов, подлежащих изучению. ГС может быть конечной или бесконечной.
- **Выборочной совокупностью** или **выборкой** называется множество объектов, случайно отобранных из ГС.

- **Объёмом** совокупности называется количество её объектов.

Обозначения:

N – объём генеральной совокупности;

n – объём выборки.

- В МС используется **выборочный метод**: по определённой выборке судят о свойствах ГС в целом.
- Выборка при этом должна быть **представительной (репрезентативной)**.

Репрезентативность выборки обеспечивается объёмом выборки и случайностью отбора её элементов.

Существует два способа образования выборки:

1. ***Повторная выборка:*** случайно отобранный элемент возвращается в общую совокупность и м.б. отобран повторно.
2. ***Бесповторная выборка.***

Вариационный ряд и его графические изображения

Пусть некоторый признак ГС описывается случайной величиной X .

Рассмотрим выборку $x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_n}$ объёма n из ГС. Элементы выборки – это значения СВ X .

- На первом этапе статистической обработки производят **ранжирование** (**упорядочивание**) чисел x_1, x_2, \dots, x_n по возрастанию.

- **Варианты** x_i – это различные элементы выборки.
- **Частота** варианты x_i – это число m_i , показывающее, сколько раз варианта встречается в выборке.
- **Относительная частота (частость, доля)** варианты x_i – это число

$$w_i = \frac{m_i}{n}.$$

- Частоты и относительные частоты называются **весами**.

- **Вариационный ряд** (ВР) – это ряд вариантов, расположенных в порядке возрастания их значений, с соответствующими им весами.
- ВР бывают **дискретными** и **интервальными**.
- **Дискретным** называется ВР, который представляет собой выборку значений ДСВ.

- **Непрерывным (интервальным)** называется ВР, который представляет собой выборку значений НСВ.
- Для наглядности представления выборочных данных используются графические изображения вариационных рядов в виде **полигона** и **гистограммы**.

- **Мода** $Mo(X)$ дискретного ВР – это варианта, имеющая наибольшую частоту.
- **Медиана** $Me(X)$ дискретного ВР – это значение признака, делящего ранжированный ряд на две равные части.

Пример 1.

Для определения меткости стрелка было проведено 100 серий испытаний, в каждой из которых производилось три выстрела.

Результаты испытаний приведены в таблице (СВ X – число попаданий в серии, m_i – количество серий):

| | | | | |
|-------|---|----|----|----|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| m_i | 5 | 15 | 30 | 50 |

- Постройте полигон частот и полигон относительных частот. Определите M_o и M_e .

Пример 2.

Принято решение принимать государственный экзамен у студентов отдельно для различных весовых категорий. В результате предварительного взвешивания 100 студентов получены следующие данные:

| | | | | |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|
| <i>промежутки</i> | 55–65 кг | 65–75 кг | 75–85 кг | 85–95 кг |
| <i>частоты</i> m_j | 8 | 35 | 40 | 17 |

- Постройте гистограмму частот и гистограмму относительных частот. Определите M_o и M_e .