

# СФЕРА

*Геометрия 11 класс*



$$S=ab/2$$

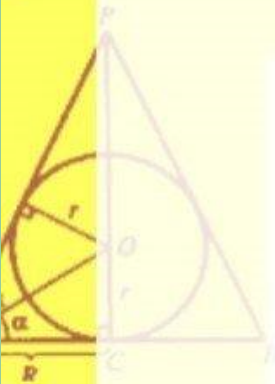
# СФЕРА

**Сфера** - от греческого слова "сфайра" - "шар", "мяч". Термин этот встречается у древнегреческих математиков еще до Евклида.



$$C=2\pi r$$

$$P=(a+b)*2$$

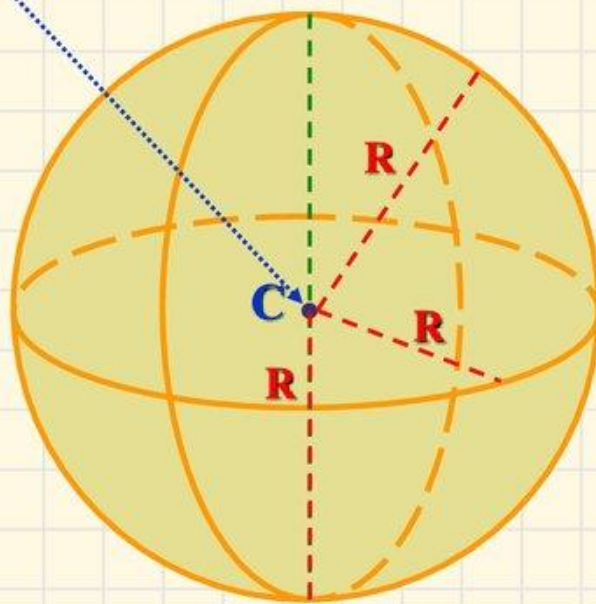
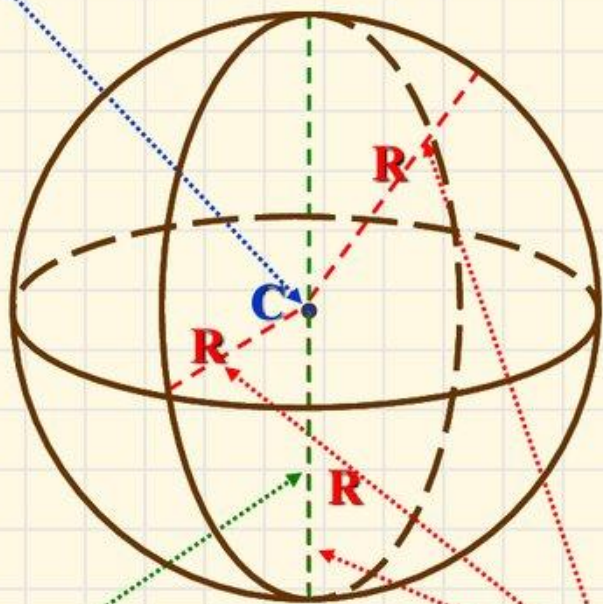


**Сфера** – это поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на **данном расстоянии ( $R$ ) от данной точки ( $C$ )**.

**Шар** – это тело, ограниченное сферой.

Центр сферы ( $C$ )

Центр шара ( $C$ )



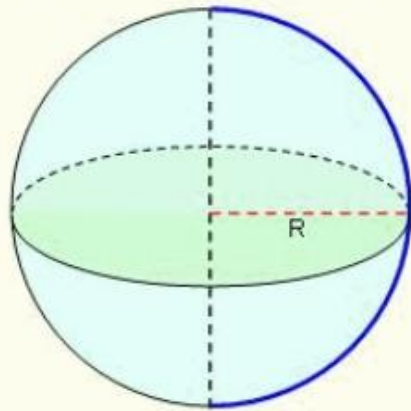
Диаметр сферы ( $d=2R$ )

Радиус сферы ( $R$ )



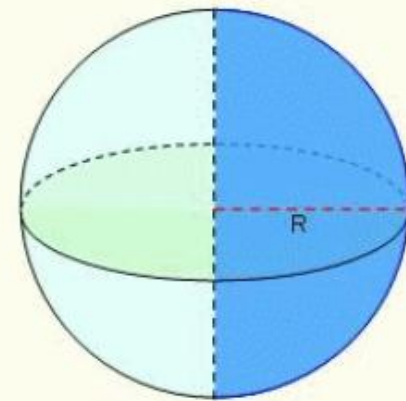
# Сфера и шар

сфера



**Сферой** называется поверхность, полученная при вращении полуокружности вокруг её диаметра.

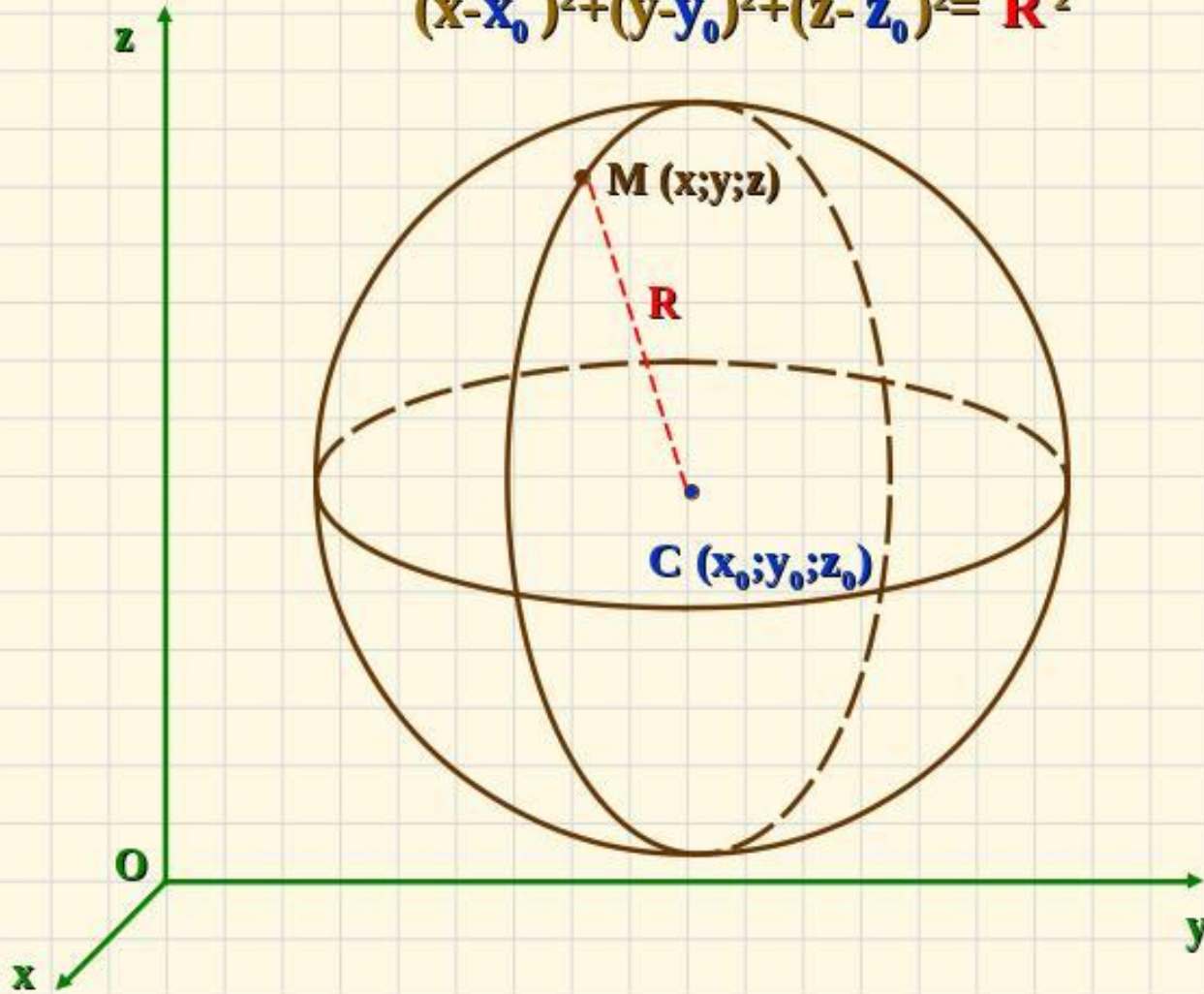
**Шаром** называется тело, полученное при вращении полукруга вокруг его диаметра.



шар

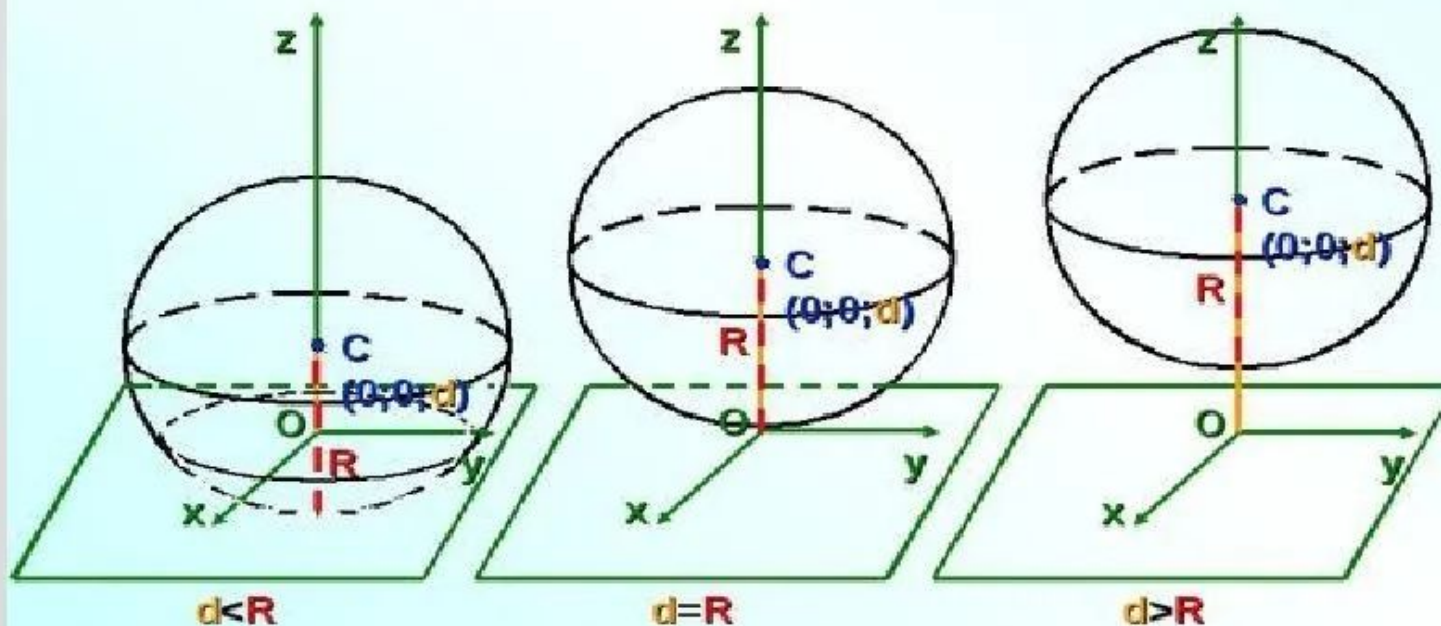
## Уравнение сферы

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$$



# Взаимное расположение сферы и ПЛОСКОСТИ

$d$  – расстояние от центра сферы до  
плоскости  
 $R$  – радиус сферы



• 2 общие точки

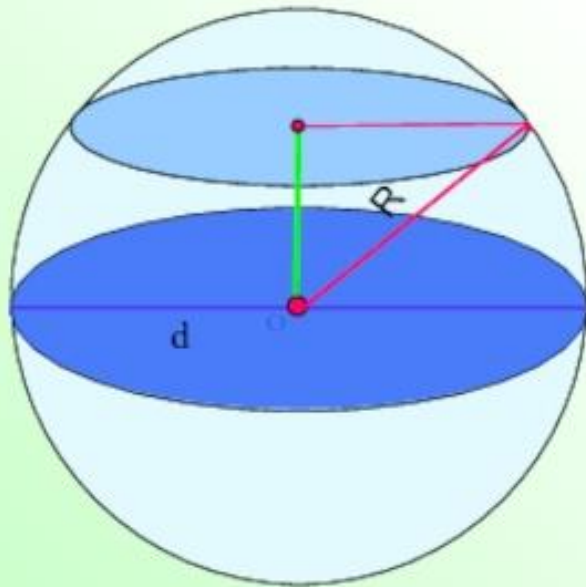
1 общая точка

нет общих точек

•

# Сечения сферы и шара

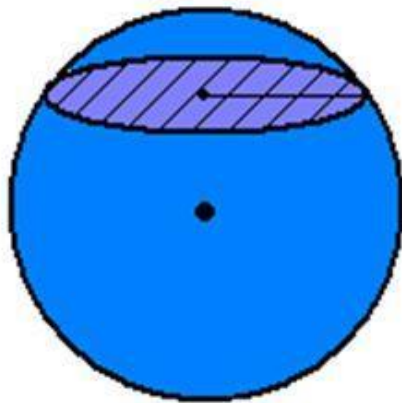
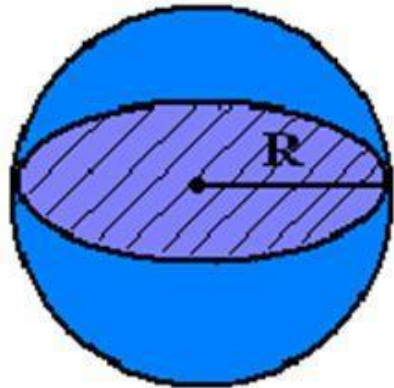
• **Всякое сечение шара плоскостью есть круг.** Центр этого круга есть основание перпендикуляра, опущенного из центра на секущую плоскость.



• Плоскость, проходящая через центр шара, называется **диаметральной плоскостью.**

Сечение шара диаметральной плоскостью называется **большим кругом**, а сечение сферы - **большой окружностью**

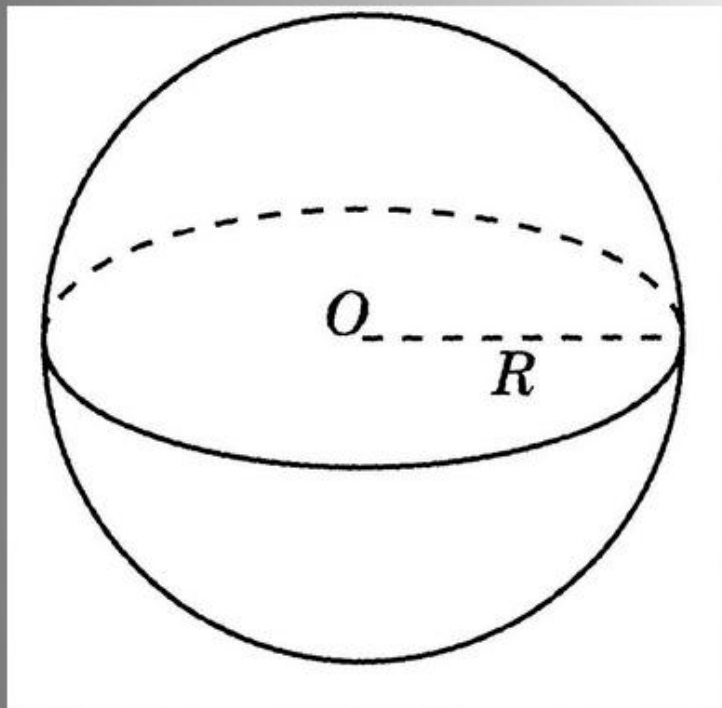
# Сечение



- ◆ Всякое сечение шара плоскостью есть круг, а сферу плоскость пересекает по окружности.
- ◆ Чем дальше проходит секущая плоскость от центра сферы, тем меньше радиус сечения.



# Площадь сферы



$$S = 4\pi R^2.$$

# Площадь сферы и шара

Сферу нельзя развернуть на плоскость.

Площадь сферы радиуса R:

$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$$

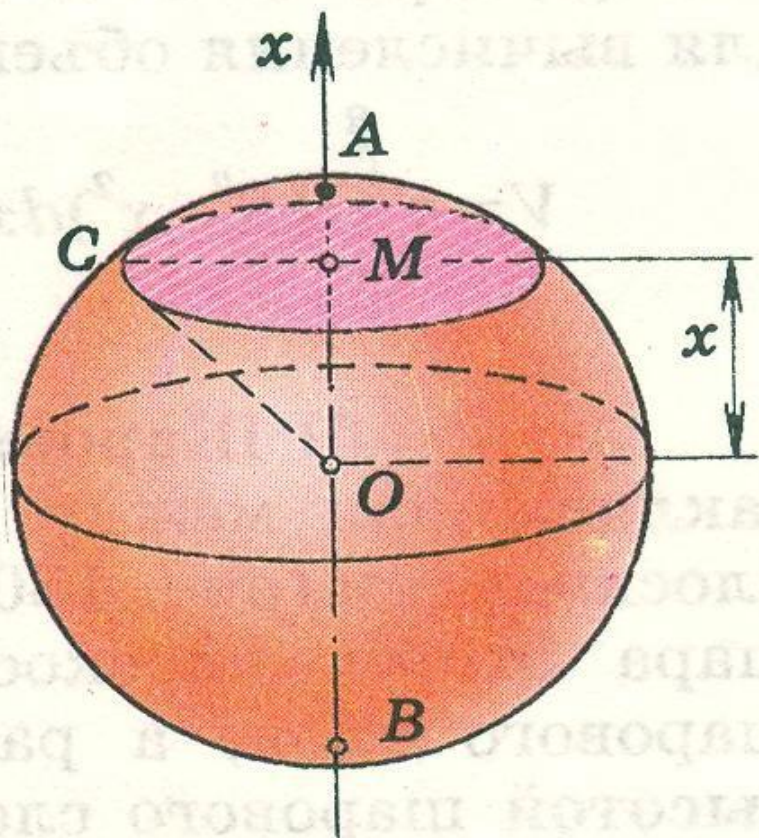
$$S_{\text{шара}} = 4 S_{\text{круга}}$$

**т.е.:** площадь поверхности шара равна  
четверенной площади большего  
круга

# *Объём шара и его частей.*



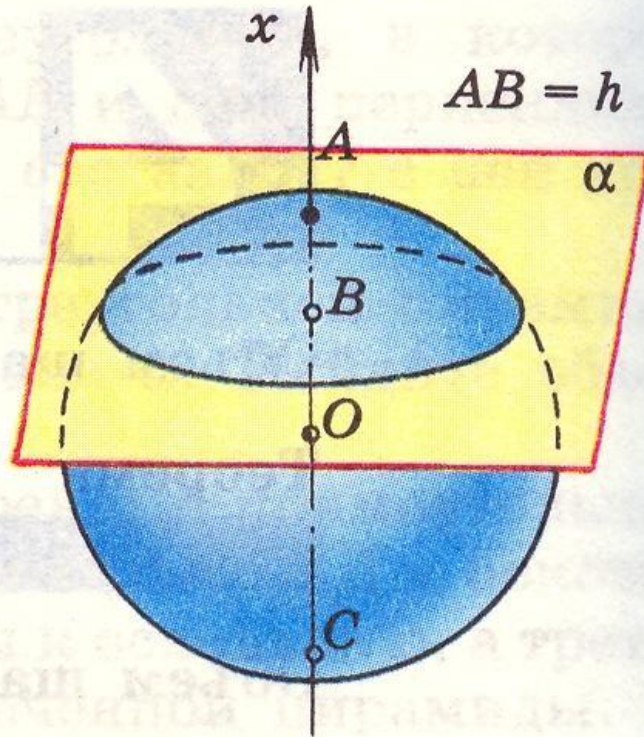
# Объём шара



Объём шара радиуса  $R$

равен  $\frac{4}{3}\pi R^3$

# Шаровой сегмент

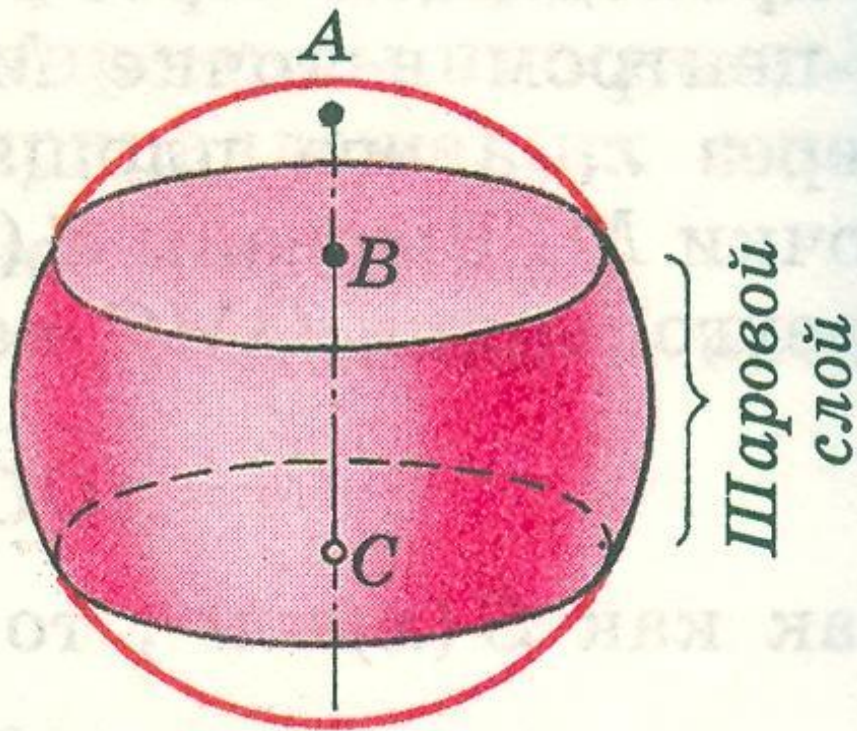


Шаровой сегмент

Шаровым сегментом называется часть шара, отсекаемая от него какой-нибудь плоскостью.

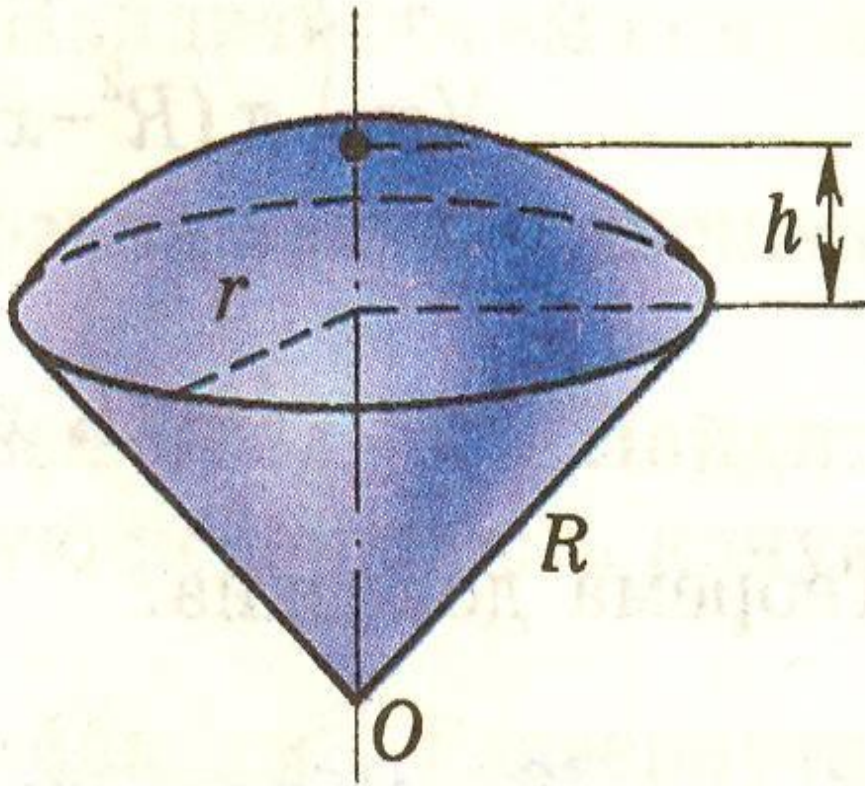
$$V = \pi h^2 \left( R - \frac{1}{3} h \right).$$

# Шаровой слой



- **Шаровым слоем** называется часть шара, расположенная между двумя параллельными плоскостями, пересекающими шар.
- Круги, получившиеся в сечении шара этими плоскостями, называются **основаниями шарового слоя**.
- Расстояние между плоскостями называется **высотой шарового слоя**.

# Шаровой сектор



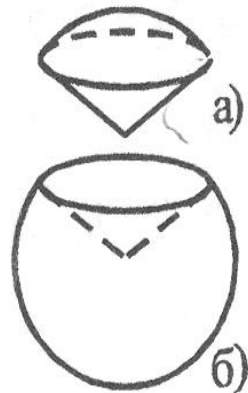
Шаровой сектор

Шаровым сектором называется тело, получаемое вращением кругового сектора с углом, меньше  $90^\circ$ , вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих круговой сектор радиусов.

$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 h.$$

# Шаровой сектор

4. Шаровым сектором называется тело, которое получается из шарового сегмента и конуса.



Объем шарового сектора определяется формулой

$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 H, \text{ где } H \text{ — высота}$$

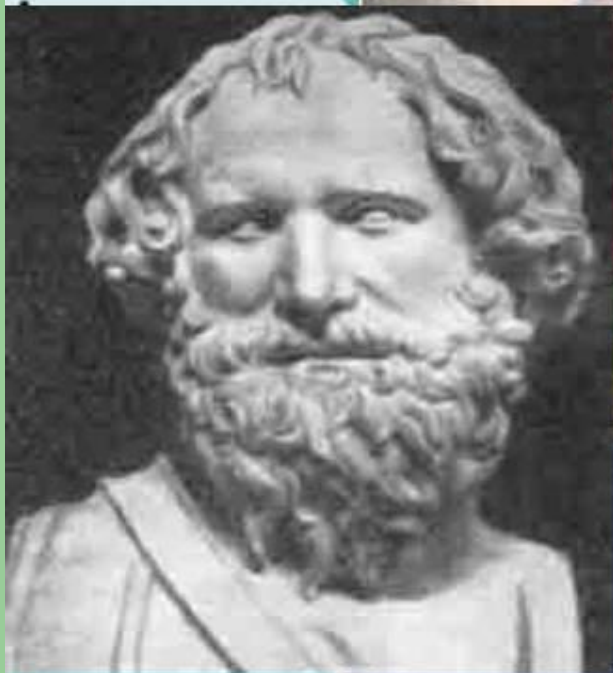
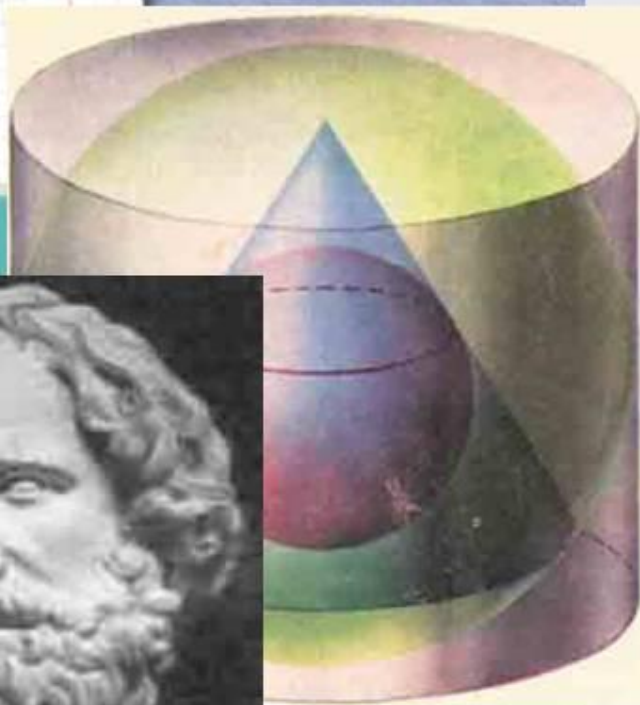
соответствующего шарового сегмента.



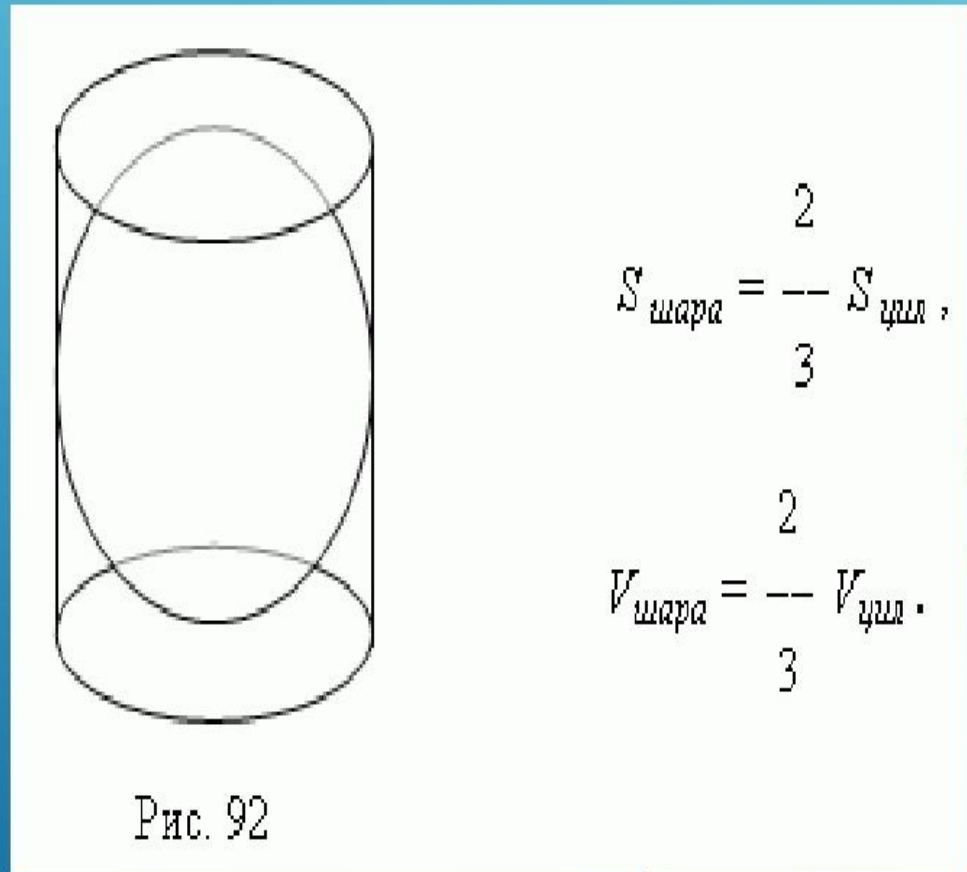
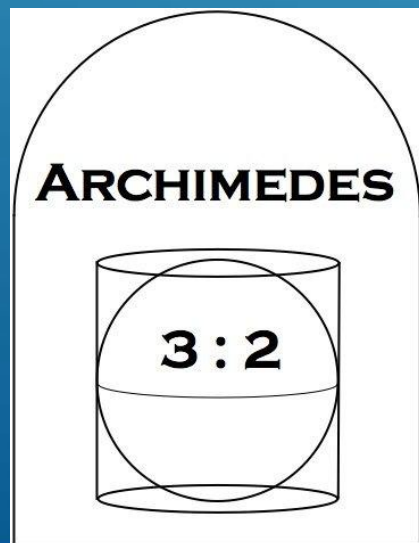
# АРХИМЕД (ок. 287-212 гг. до н.э.)

- ✓ На могильной плите Архимеда, как завещал ученый, был изображен цилиндр с вписанным шаром, а эпитафия говорила о величайшем открытии Архимеда - о том, что объемы этих тел относятся как 3: 2.

*Когда Римский оратор и общественный деятель Цицерон, живший в 1 в. до н.э., был в Сицилии, он еще видел этот заросший кустами и терновником памятник с шаром и цилиндром.*



Одним из самых известных открытий Архимеда является формула определения площади поверхности и объема шара. До него ни один учёный не справлялся с подобной задачей.



# ЗАДАЧИ

1. Вычислите объем шара, если его радиус  $R=6$  см (5 см).
2. Вычислите диаметр шара, если его объем  $V=36\pi$   $\left(\frac{32\pi}{3}\right)$ .
3. Объем шара равен  $\frac{256\pi}{3}$  ( $288\pi$ ). Найдите площадь большого круга (длину окружности большого круга).
4. В цилиндр вписан шар радиуса  $R=1$ . Найдите отношение  $V_{\text{цил}}:V_{\text{шара}}$ . ( $R=2$ . Найдите отношение  $V_{\text{шара}}:V_{\text{цил}}$ .)