

СФЕРА

Геометрия 11 класс



$$S = ab/2$$

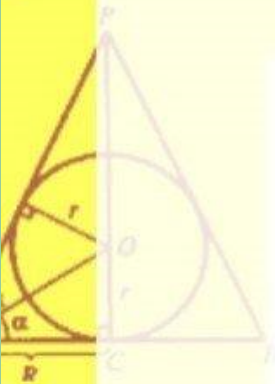
СФЕРА

Сфера - от греческого слова "сфайра" - "шар", "мяч". Термин этот встречается у древнегреческих математиков еще до Евклида.



$$C = 2\pi r$$

$$P = (a+b) \cdot 2$$

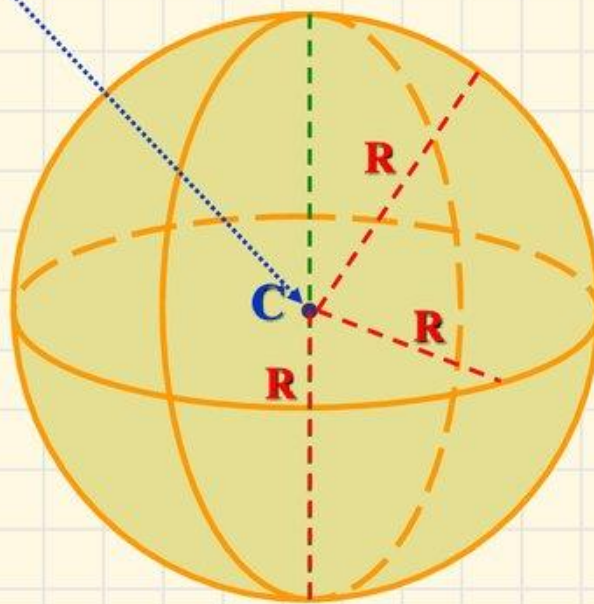
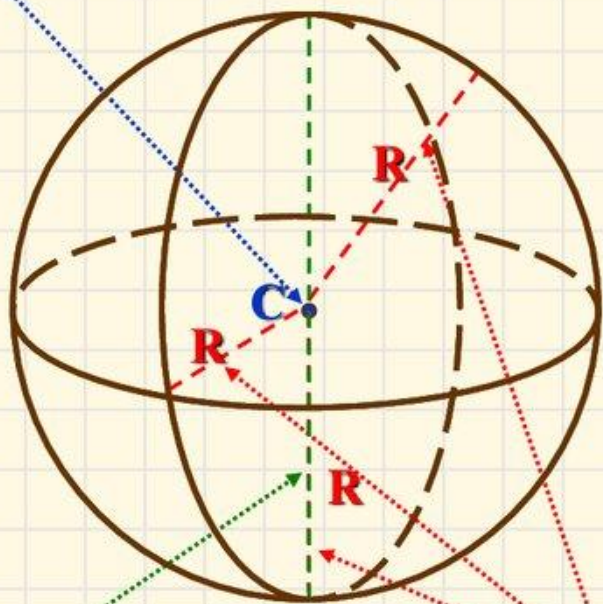


Сфера – это поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на **данном расстоянии (R) от данной точки (C)**.

Шар – это тело, ограниченное сферой.

Центр сферы (C)

Центр шара (C)



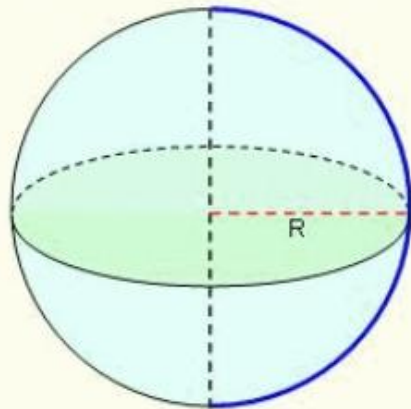
Диаметр сферы ($d=2R$)

Радиус сферы (R)



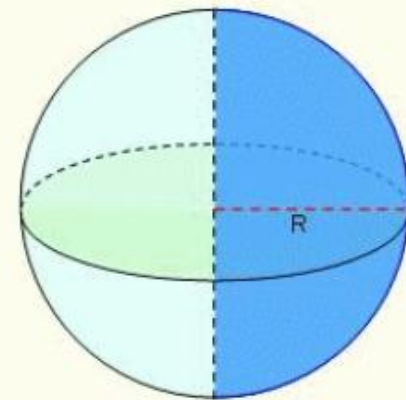
Сфера и шар

сфера



Сферой называется поверхность, полученная при вращении полуокружности вокруг её диаметра.

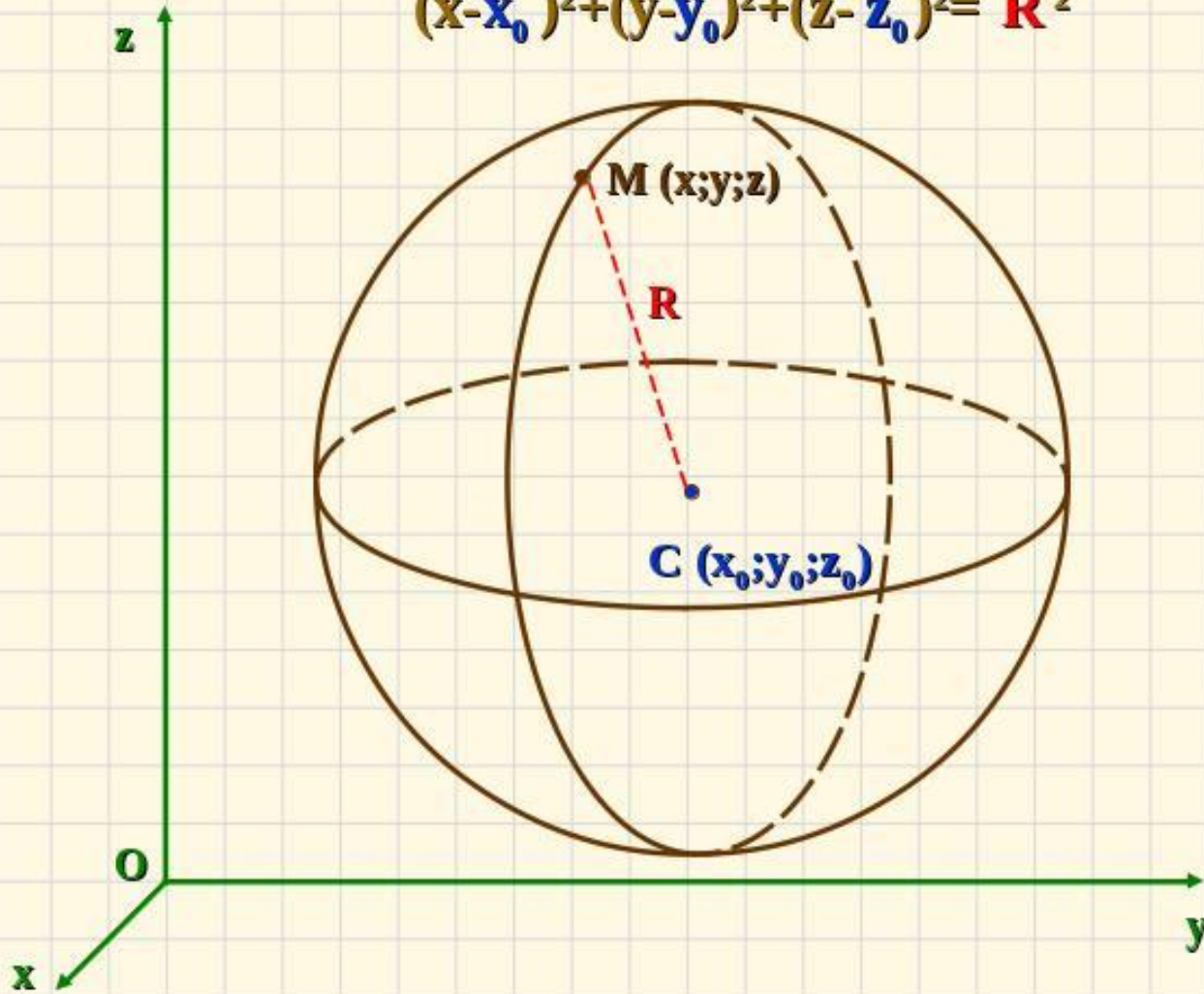
Шаром называется тело, полученное при вращении полукруга вокруг его диаметра.



шар

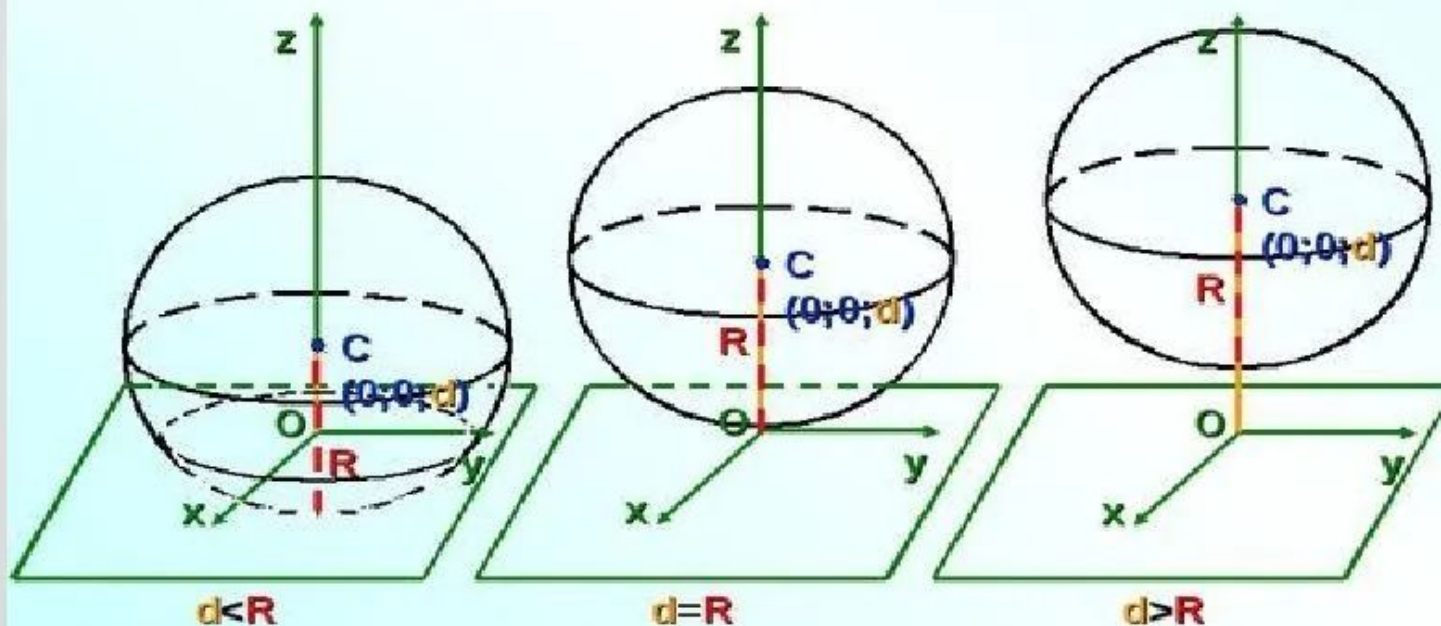
Уравнение сферы

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$$



Взаимное расположение сферы и ПЛОСКОСТИ

d – расстояние от центра сферы до
плоскости
 R – радиус сферы



• 2 общие точки

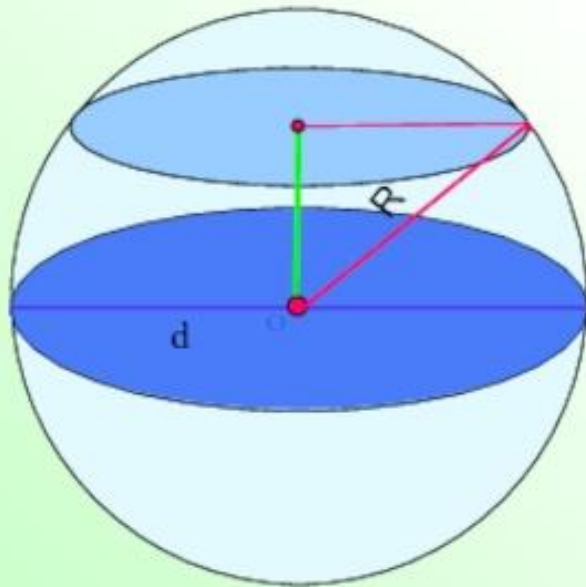
1 общая точка

нет общих точек

•

Сечения сферы и шара

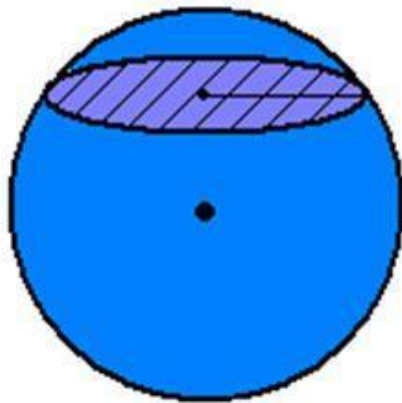
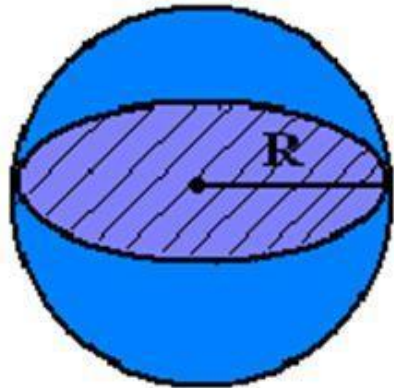
• **Всякое сечение шара плоскостью есть круг.** Центр этого круга есть основание перпендикуляра, опущенного из центра на секущую плоскость.



• Плоскость, проходящая через центр шара, называется **диаметральной плоскостью.**

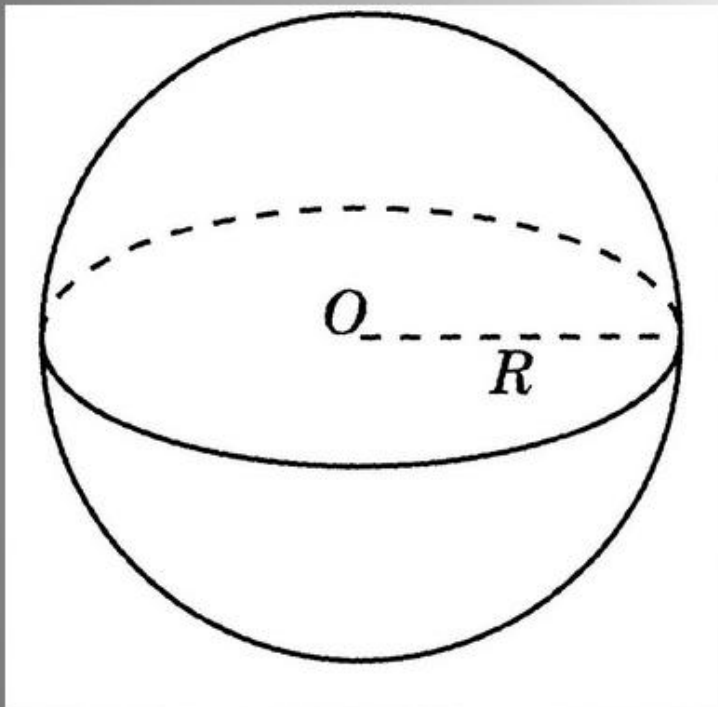
Сечение шара диаметральной плоскостью называется **большим кругом**, а сечение сферы - **большой окружностью**

Сечение



- ◆ Всякое сечение шара плоскостью есть круг, а сферу плоскость пересекает по окружности.
- ◆ Чем дальше проходит секущая плоскость от центра сферы, тем меньше радиус сечения.

Площадь сферы



$$S = 4\pi R^2.$$

Площадь сферы и шара

Сферу нельзя развернуть на плоскость.

Площадь сферы радиуса R:

$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$$

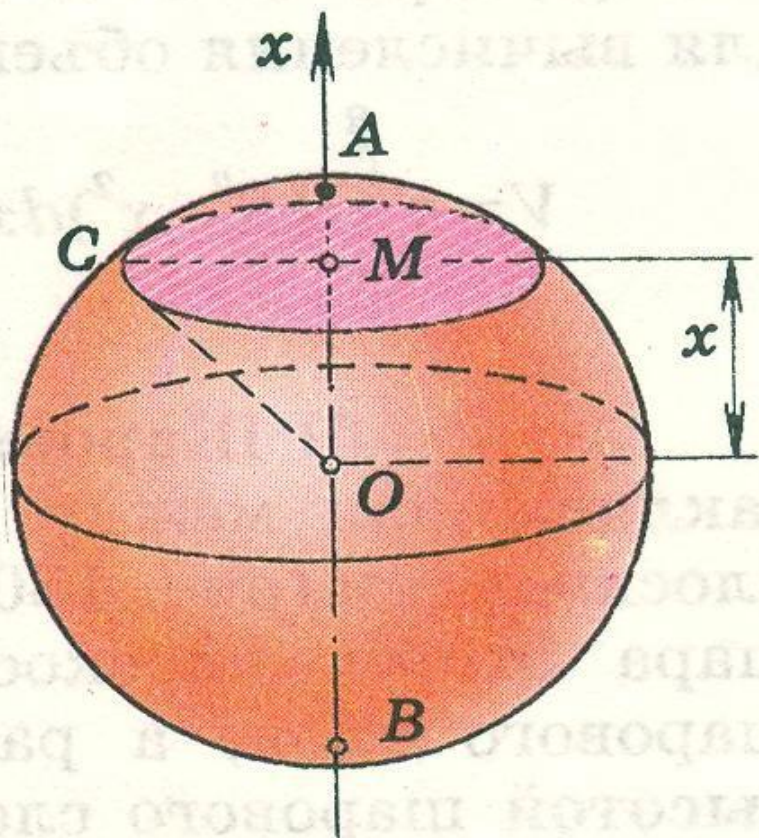
$$S_{\text{шара}} = 4 S_{\text{круга}}$$

т.е.: площадь поверхности шара равна
четверенной площади большего
круга

***Объём шара и его
частей.***



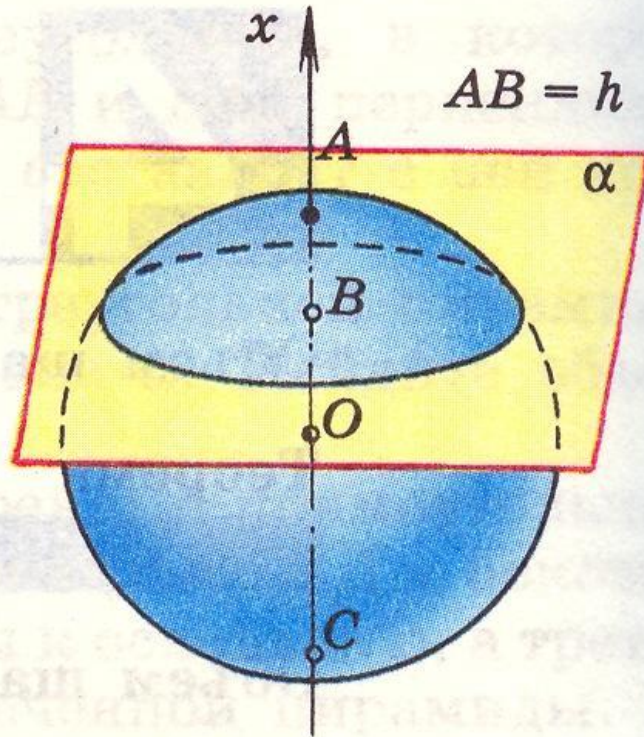
Объём шара



Объём шара радиуса R

равен $\frac{4}{3}\pi R^3$

Шаровой сегмент

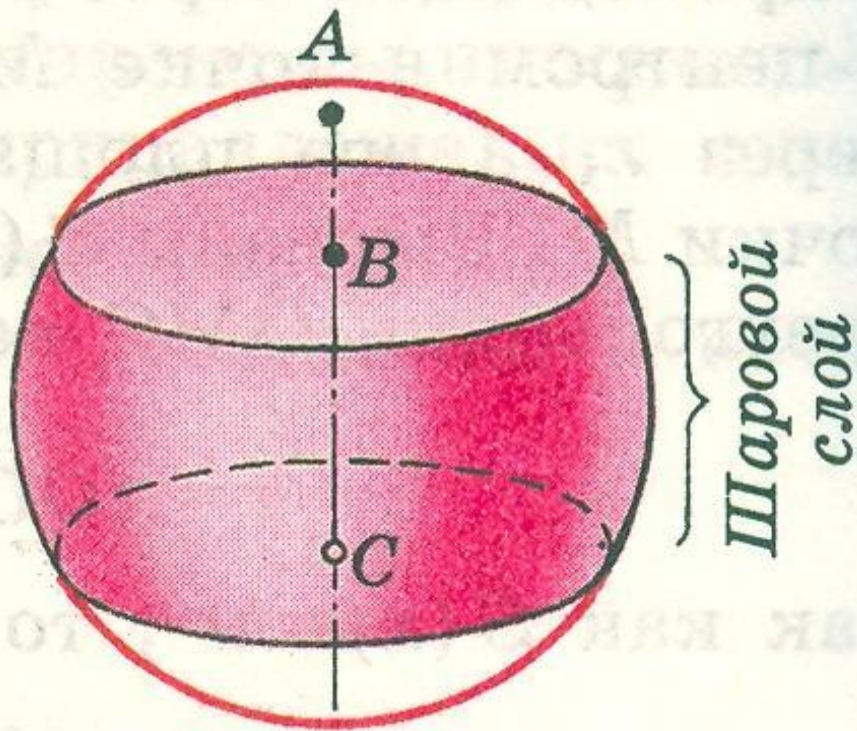


Шаровой сегмент

Шаровым сегментом называется часть шара, отсекаемая от него какой-нибудь плоскостью.

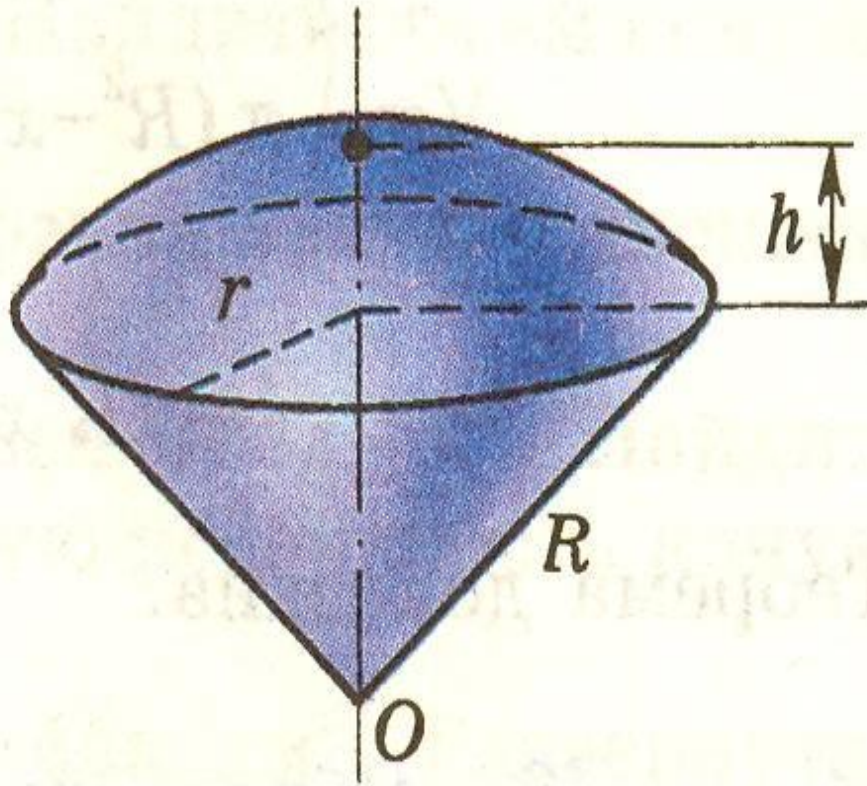
$$V = \pi h^2 \left(R - \frac{1}{3} h \right).$$

Шаровой слой



- **Шаровым слоем** называется часть шара, расположенная между двумя параллельными плоскостями, пересекающими шар.
- Круги, получившиеся в сечении шара этими плоскостями, называются **основаниями шарового слоя**.
- Расстояние между плоскостями называется **высотой шарового слоя**.

Шаровой сектор



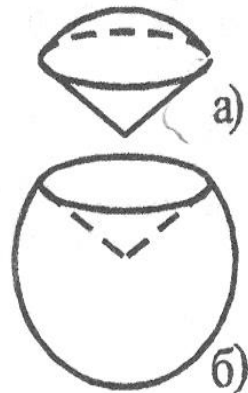
Шаровой сектор

Шаровым сектором называется тело, получаемое вращением кругового сектора с углом, меньше 90° , вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих круговой сектор радиусов.

$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 h.$$

Шаровой сектор

4. Шаровым сектором называется тело, которое получается из шарового сегмента и конуса.



Объем шарового сектора определяется формулой

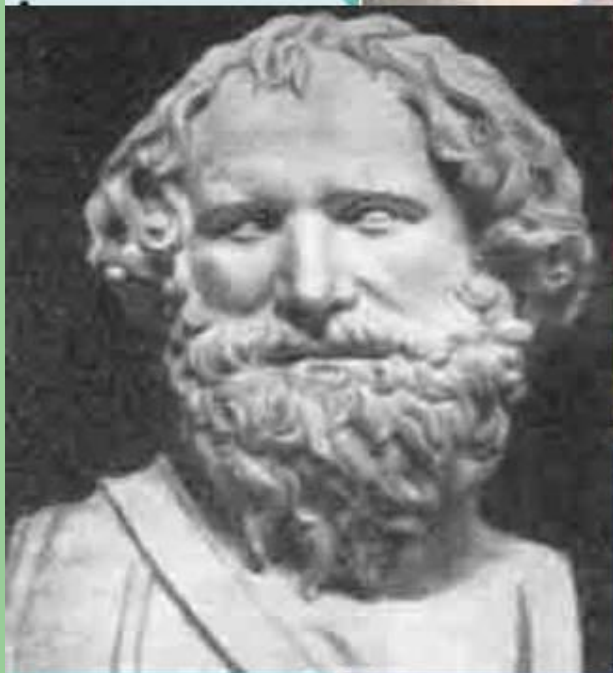
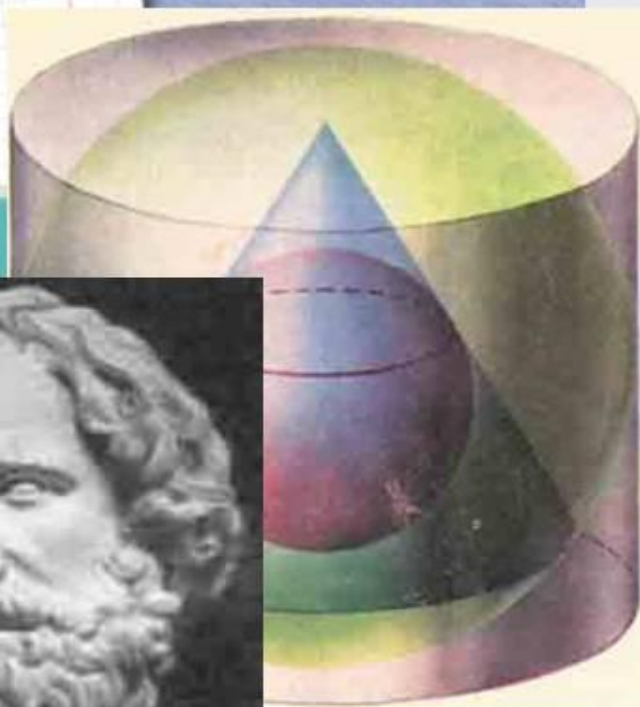
$$V = \frac{2}{3}\pi R^2 H, \text{ где } H \text{ — высота}$$

соответствующего шарового сегмента.

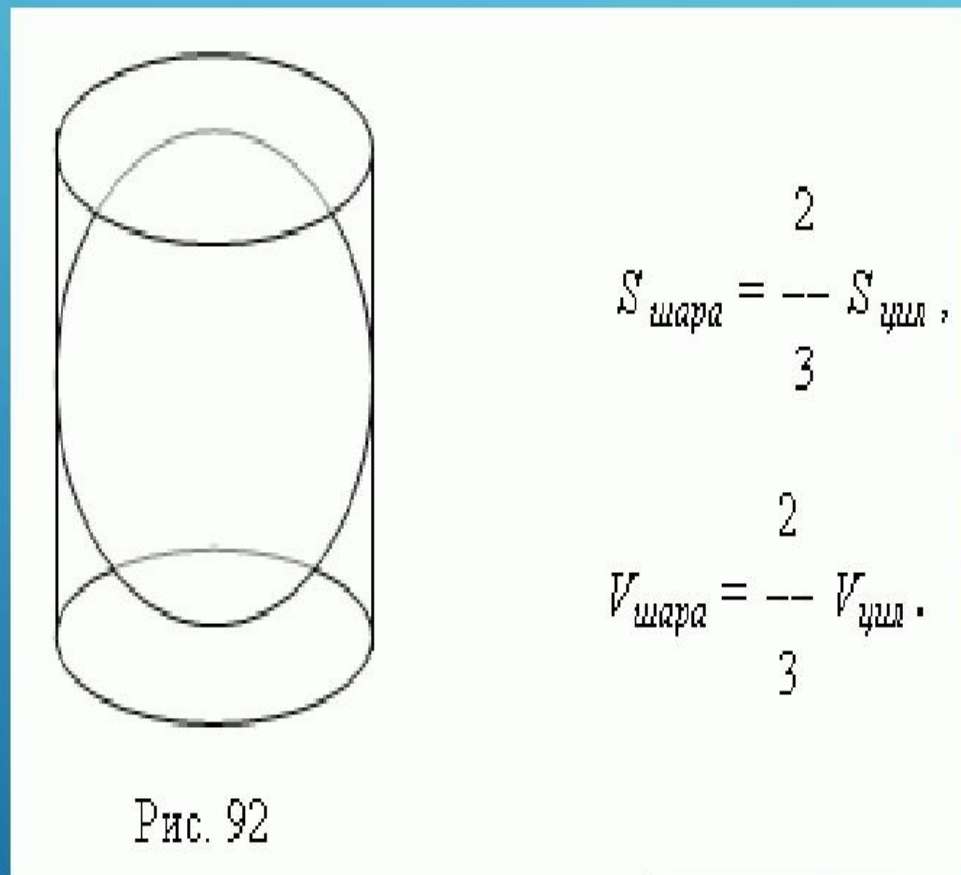
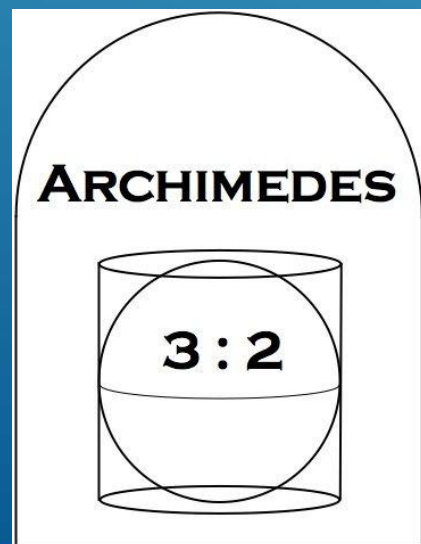
АРХИМЕД (ок. 287-212 гг. до н.э.)

- ✓ На могильной плите Архимеда, как завещал ученый, был изображен цилиндр с вписанным шаром, а эпитафия говорила о величайшем открытии Архимеда - о том, что объемы этих тел относятся как 3: 2.

Когда Римский оратор и общественный деятель Цицерон, живший в 1 в. до н.э., был в Сицилии, он еще видел этот заросший кустами и терновником памятник с шаром и цилиндром.



Одним из самых известных открытий Архимеда является формула определения площади поверхности и объема шара. До него ни один учёный не справлялся с подобной задачей.



$$S_{\text{шара}} = \frac{2}{3} S_{\text{цил.}},$$

$$V_{\text{шара}} = \frac{2}{3} V_{\text{цил.}}$$

ЗАДАЧИ

1. Вычислите объем шара, если его радиус $R=6$ см (5 см).
2. Вычислите диаметр шара, если его объем $V=36\pi$ $\left(\frac{32\pi}{3}\right)$.
3. Объем шара равен $\frac{256\pi}{3}$ (288π). Найдите площадь большого круга (длину окружности большого круга).
4. В цилиндр вписан шар радиуса $R=1$. Найдите отношение $V_{\text{цил}}:V_{\text{шара}}$. ($R=2$. Найдите отношение $V_{\text{шара}}:V_{\text{цил}}$.)