

## ВЕКТОРЫ

**Вектор** – это величина, определяемая не только численным значением, но и направлением в пространстве, например силе  $\vec{F}$ , масса  $m$ , путь  $t$ .

**Скаляр** – это величина, определяемая только численным значением, например время  $t$ , масса  $m$ , путь  $t$ .

### Действия с векторами

#### Сложение векторов

а) векторы направлены в одну сторону:

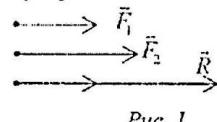


Рис. 1

В векторном виде результирующий вектор:  

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2;$$

в скалярном виде:  

$$R = F_1 + F_2$$

б) векторы направлены в противоположные стороны:

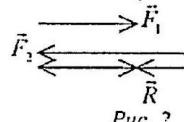


Рис. 2

в векторном виде:  

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2;$$

в скалярном виде:  

$$R = F_2 - F_1$$

в) векторы направлены под углом друг к другу:

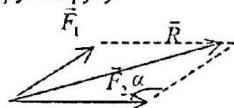


Рис. 3

Сложение осуществляется по правилу параллелограмма или треугольника

В векторном виде результирующий вектор:  

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

В скалярном виде для нахождения  $R$  необходимо воспользоваться теоремой косинусов

#### Теорема косинусов

квадрат стороны, лежащей против тупого угла, равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними:

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos\alpha,$$

где  $\alpha$  – тупой угол между вектором  $\vec{F}_1$  и перенесенным в конец вектора  $\vec{F}_1$  вектором  $\vec{F}_2$  (рис. 3)

В случае, если угол  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\cos\alpha = 0$  и теорема косинусов превращается в теорему Пифагора:

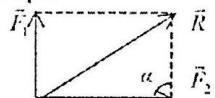


Рис. 4.

#### Теорема Ифагора:

квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2$$

#### Разложение вектора на составляющие

Осуществляется по правилу параллелограмма, в котором разлагаемый вектор является диагональю, а результирующие векторы – сторонами:

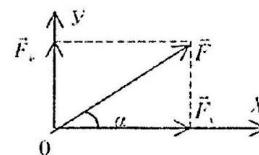
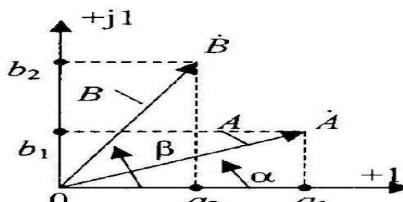
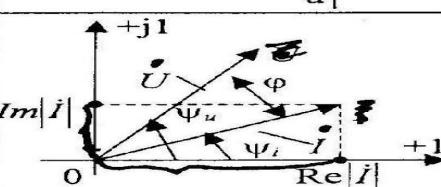


Рис. 5

Разложение вектора  $\vec{F}$  на составляющие по координатным осям  $X$  и  $Y$  дает два вектора:  $\vec{F}_x$  и  $\vec{F}_y$ , модули которых:

$$\begin{aligned} F_x &= F\cos\alpha; \\ F_y &= F\sin\alpha \end{aligned}$$

Графическое изображение и формулы перехода	Математическая запись и правила основных действий
 <p>от показательной к алгебраической  <math>a_1 = A \cos \alpha</math> ;  <math>b_1 = A \sin \alpha</math></p> <p>от алгебраической к показательной  <math>A = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}</math>  <math>\alpha = \arctg \frac{b_1}{a_1}</math></p>	<p>показательная форма</p> $\dot{A} = Ae^{j\alpha}; \quad \dot{B} = Be^{j\beta}$ <p>алгебраическая форма</p> $\dot{A} = a_1 + jb_1; \quad \dot{B} = a_2 + jb_2$ <p>сложение и вычитание</p> $\dot{A} \pm \dot{B} = (a_1 \pm jb_1) + (a_2 \pm jb_2) = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$ <p>Умножение</p> $\dot{A}\dot{B} = Ae^{j\alpha} \cdot Be^{j\beta} = AB e^{j(\alpha+\beta)} \text{ или}$ $\dot{A}\dot{B} = (a_1 + jb_1)(a_2 + jb_2) = a_1a_2 + jb_1a_2 + jb_2a_1 - b_2b_1$
	<p>Деление</p> $\frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{Ae^{j\alpha}}{Be^{j\beta}} = \frac{A}{B} e^{j(\alpha-\beta)} \text{ или}$ $\frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{a_1 + jb_1}{a_2 + jb_2} \cdot \frac{a_2 - jb_2}{a_2 - jb_2} = \frac{(a_1a_2 + b_1b_2) + (b_1a_2 - b_2a_1)}{a_2^2 + b_2^2}$
	$i = Ie^{j\psi_i} = \operatorname{Re}[i] + j\operatorname{Im}[i] = I_a + jI_p$ $U = Ue^{j\psi_u} = \operatorname{Re}[U] + j\operatorname{Im}[U] = U_a + jU_p$ $\operatorname{Re}[i] = I \cos \psi_i; \quad \operatorname{Im}[i] = I \sin \psi_i$ $\operatorname{Re}[U] = U \cos \psi_u; \quad \operatorname{Im}[U] = U \sin \psi_u$

